$\boxed{1}$ 真空中の Maxwell 方程式と（電荷密度ρ 、電流密度$\boldsymbol{J}$ が存在)、質量m ・電荷eの荷電粒子の電場・磁場下での運動方程式を書け。

$\boxed{2}$ 電荷・電流が存在しないとき、真空中の Maxwell 方程式から$\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}$が満たす波動方程式を導き、平面波の解を求め、波の伝搬速度、$\boldsymbol{E}$ と$\boldsymbol{B}$の間の関係式を求めよ（波数ベクトルを$\boldsymbol{k}$とせよ)。この関係式を用いて、ポインティングベクトル$\boldsymbol{S}$ を計算し、$\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{k}$の間の関係を図示せよ。この電磁波の強度 Iを求めよ。

$\boxed{3}$ 電荷保存則（連続の方程式）を積分形、微分形で書き、その物理的意味を述べよ。

$\boxed{4}$ $\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}$がスカラーポテンシャル$V$ とベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$を用いて表せることを示し、その表式を求めよ。このとき、V と$\boldsymbol{A}$ の満たすべき式を求めよ。ローレンツゲージの条件式を書け。このときのV と$\boldsymbol{A}$ の満たすべき式を求めよ。

$\boxed{5}$ 荷電粒子からの放射電磁波の電場振幅は粒子の加速度に比例することを用いて、電磁波の束縛電子による散乱強度の波長依存性を求めよ。これより、空が青い理由、夕焼けが赤い理由を説明せよ。自由電子による散乱強度の波長依存性はどうなるか。

$\boxed{6}$ 屈折率n_1の媒質と屈折率n_2の媒質が平面で接している。界面での電場の連続と磁場の連続から、屈折率n_1の媒質から屈折率n_2の媒質へ光が垂直入射するときの振幅反射率・振幅透過率とエネルギー反射率・エネルギー透過率を求めよ（n_1、 n_2は実数)。ただし、どちらの媒質も比透磁率は 1 とする。

$\boxed{7}$ Brewster 角について、図・数式を使って説明せよ。なぜそのようなことが起こるのか、理由を分極を用いて説明せよ。

$\boxed{8}$ 同軸ケーブルの単位長さ当たりのキャパシタンスとインダクタンスを求めよ。
中心導体は半径aの円柱、外部導体は半径$b\,(b>a)$の円筒とし、間の空間は誘電率ε 、透磁率μの物質で満たされている。中心導体を流れる電流は高周波で表面のみを流れるとする。

$\boxed{9}$ 表皮効果について説明せよ。

$\boxed{10}$ 矩形導波管を伝播する電磁波の特徴を述べ、カットオフ周波数について説明せよ。(キーワード：縦波・横波、分散関係、位相速度、群速度、境界条件　など）

$\boxed{11}$ Cherenkov 放射について説明せよ。

$\boxed{12}$ 電磁波が物質に与える力の磁場成分の寄与は小さいことを示せ。

$\boxed{13}$ 点電荷だけでなく、点磁荷（q_m [A・m=C・m/s]、磁気単極子）も存在し、点磁荷が作る磁場、点磁荷にはたらく力が

$$\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}、\ \boldsymbol{F}=q_m\boldsymbol{B} \qquad (\mu_0=4\pi\times10^{-7}[\mathrm{N/A^2}])$$

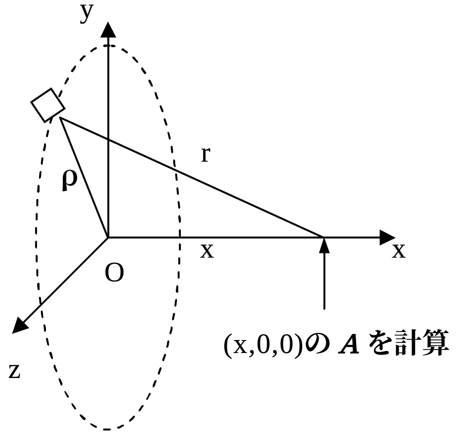
で与えられるとき、真空中の Maxwell 方程式を書け。(ヒント：磁荷保存則$\frac{\partial}{\partial t}\rho_m=-\nabla\cdot\boldsymbol{J}_m$を用いよ)。

$\boxed{14}$

時刻$t=0$**に、無限の広さの**yz**面上、**z**軸方向に、**y**方向の単位長さ当たりの電流密度**I[A/m]**の面電流が流れ出した。このときに発生する電場**$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$**、磁場**$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$**を求めよ。ただし、電荷分布**$\rho=0$**である。**
(Examples 10.1, 10.2**を参考にせよ**)

$\boldsymbol{I}(t)=I_0\theta(t)\hat{\boldsymbol{z}}$　**ここで**$\theta(t)$**はステップ関数**$\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t\geq 0\end{cases}$

ヒント：対称性から、$\boldsymbol{A}(x,t)$**を求めればよい。**



$\boxed{15}$　**真空中、最大角周波数** ω **以下で時間変動する任意の電荷分布** $\rho(\boldsymbol{r}',t)$ **（電荷分布の広がりは有限で** r' **の程度）があるとき、十分遠方**$(R>>r')$**での電磁波と放射パワーを求めたい。以下の手順に従え。**

(1) **電流密度分布を** $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t)$ **として遅延ベクトルポテンシャル** $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{R},t)$ **を書け（積分の表式）。**

(2) r　**を**$\boldsymbol{R},\boldsymbol{r}'$**を用いて表せ。**

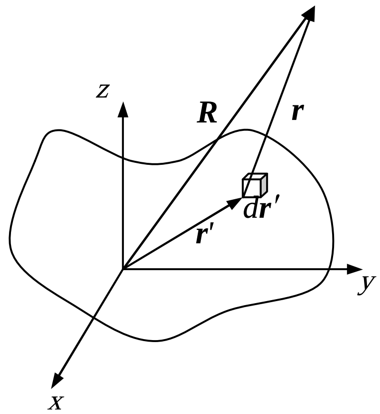
(3) $R>>r'$ **のとき、** r **を** r'/R **の 1 次まで展開せよ。**

(4) $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t_r)$ **を** $t_0\equiv t-\dfrac{R}{c}$ **の回りで展開せよ（第 3 項まで）。**

(5) $r'/R<<1$、 $r'\omega/c<<1$ **の条件で、**

$\dot{\boldsymbol{p}}(t)=\dfrac{d\boldsymbol{p}(t)}{dt}=\int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t)d\boldsymbol{r}'$、 $\boldsymbol{p}(t)=\int \boldsymbol{r}'\rho(\boldsymbol{r}',t)d\boldsymbol{r}'$ **に注意して、**

1 次の微小量までを残した $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{R},t)$ **の近似式を導け。**



(6) ∇t_0**を計算せよ（**$\nabla=\dfrac{\partial}{\partial \boldsymbol{R}}$**）。**

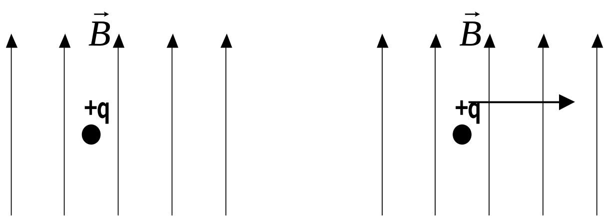
(7) $\nabla\times(f\boldsymbol{A})=(\nabla f)\times\boldsymbol{A}+f(\nabla\times\boldsymbol{A})$ **を使って、放射電磁波** $\boldsymbol{E}$**と**$\boldsymbol{B}$ **を計算せよ。電磁波は横波であり、** $\boldsymbol{E}$**と**$\boldsymbol{B}$ **の大きさは一定の比である事実を使ってよい。**

(8) $\boldsymbol{E}$**と**$\boldsymbol{B}$ **を極座標を使って表せ。** $\ddot{\boldsymbol{p}}$ **は z 軸の正の向きを向いているとし、極角を** θ **、方位角を** ϕ **とする。**

(9) **ポインティングベクトル**$\boldsymbol{S}=\dfrac{1}{\mu_0}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})$ **を極座標**(R,θ,ϕ)**で計算せよ。**

(10) **全放射パワー** P **を計算せよ。**

$\boxed{16}$　**一様な磁場の中に静止している荷電粒子を図左に、それを一定速度**$-\boldsymbol{V}$**（**$\boldsymbol{V}$**は**$\boldsymbol{B}$**に垂直）で運動する観測者から見た場合を図右に示した。この図を見ながら、どのようなパラドックスが生じるか、それが相対性理論でどのように解決されるかを、式を用いて説明せよ。**



考えてみよう

１．Maxwell 方程式はベクトルを３つの成分に分けると、８つの式よりなることがわかる。電荷・電流分布が与えられたとき、６つの成分(ある時刻、ある場所での電場・磁場ベクトル)を持つ電場・磁場を決定するには式の数が過剰であるように見える。だいじょうぶだろうか？また、電磁ポテンシャル$V, \boldsymbol{A}$は４つの成分よりなるため、これから決定される電場・磁場の自由度は４つしかないことになる。さらに電荷保存則も考慮すると、独立な成分は３つしかないことになるが、本当だろうか？また、真空中の電磁波の独立な成分はいくつだろうか？

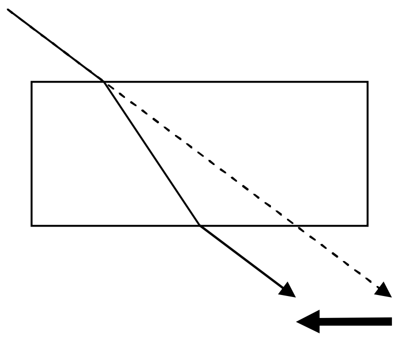
２．電磁ポテンシャル$V, \boldsymbol{A}$にはゲージ変換の自由度があり、導かれる電磁場はゲージの取り方によらない。このことの物理的意味は何だろうか？

３．　ガイダンス資料で、一様な横波平面波が Maxwell 方程式を満たすことを示したが、そのような平面波をどのようにすれば発生できるだろうか？波源での電流・電荷分布を仮定して、Maxwell 方程式に基づいて直観的に説明せよ。

４．p.359 Example 8.4 で、系の全角運動量、つまり物質の角運動量と電磁場の角運動量の和が保存されることを確認した。では、Fig.8.7 で、ソレノイドと一様に帯電した外部円筒が z 軸方向に無限の長さを持っていて、反対電荷で帯電した内部円筒がない場合（p.306 の Ex.7.8 Fig.7.25 で、磁場発生のソレノイド、帯電した円環を z 軸方向に無限に長くした場合に相当)、同様の解釈が可能だろうか？（対称性から、円筒の内部には電場は存在しない）

５．p.391(9.113)－(9.116)で、斜め入射の場合の界面に垂直な方向のエネルギー流束密度の保存を確認した。界面に平行な方向の保存も確認せよ。

６．反射の法則・Snell の法則が界面に平行な方向の光子の運動量保存であると解釈できることを話した。しかし、よく考えてみよう。右図で、真空中から屈折率 n(>1)の透明ブロックに光子が入射し、屈折してブロックを透過して出てきたとしよう。出てきた光子の光路は、ブロックがなかった場合の光路(破線)と比べて左に平行移動(太い矢印)している。系の全運動量保存から、ブロックは(全系の質量・エネルギー中心が等速度運動するように)右に移動(太い矢印と反対向き)していなければならない。これで屈折の際に光子の界面に平行な方向の運動量が保存されているといえるのだろうか？



７．真空中の光子は静止質量を持たない。しかし、空洞導波管の中の光子や、誘電媒質中を伝搬する光子は、静止質量を持つと解釈できる。その物理的根拠を示せ。

８．等速度運動する電荷は電磁波を放射せず、加速度運動する電荷は電磁波を放射する理由を、特殊相対論に基づいて考察せよ。

９．直前の問題の解答を踏まえて、

1) 等速度運動でも起こるチェレンコフ放射は、相対論と矛盾しないか？
2) 一様重力場で自由落下する観測者は、無重力空間にいるのと区別がつかない。電荷が一様重力場を自由落下するとき、輻射するだろうか？（何らかの方法で電荷を静止させて、観測者が自由落下すると、電荷が等加速度運動しているように見えるが、このとき電荷は輻射しないはずである。あるいは、電荷とともに自由落下している人からは電子は等速度運動しているように見える。これらのことと矛盾しないか）

１０．先進ポテンシャルの物理的意味について考察せよ。

１１．原点付近で単振動する電荷からの放射電磁波の電場が原点からの距離rとともに（$1/r^2$でなく）$1/r$で減衰する直観的理由を説明せよ。

１２．磁気双極子輻射が電気双極子輻射より弱い本質的理由を考察せよ。

１３．空洞の矩形導波管内の電磁波の独立な成分はいくつか？

１４．電荷の大域的保存と局所的保存について説明せよ。電荷保存則が任意の慣性系で成り立つためには、どちらでなければならないか、理由とともに説明せよ。

１５．点電荷が円運動するとき、シンクロトロン（or サイクロトロン）放射により電磁波を放射する。一方、円環状の導線を定電流が流れているときも、個々の電荷に注目すれば円運動していて、向心加速度を受けているはずである。電磁波を放射しないのだろうか？

１６．円偏光している光は、スピン角運動量を持っていて、例えば波長板で円偏光から直線偏光に変換すると、波長板に反作用として回転のトルクが生じる。では、円偏光している光が実際に角運動量を持っていることを示せるか？

１７．屈折率$n>0$の誘電媒質中を伝搬する光はc/nの位相速度をもつ。この光と同じ速度c/nで等速運動している人からは光はどのように見えるだろうか？

１８．加速度をaとすると、輻射の反作用は$\dot{a}$に比例する。このことは、aが一定ならば反作用がない、つまり電磁波を放射しないことを示すように見えるが、矛盾しないだろうか？　特に、ラーモアの公式で放射電磁波のパワーがa^2に比例することと矛盾しないだろうか？