

1 光の角周波数 ω 、真空中の光の速度 c 、真空の誘電率を ϵ_0 とし、以下の問いに答えよ。

(1) 複素誘電率 $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$ 、複素屈折率 $n_c = n + i\kappa$ 、吸収係数 α の間の関係について

A) n, κ を ϵ_r, ϵ_i で表せ。

B) α と κ の間の関係式を導け。

(2) 物質中の束縛電子を一定の固有振動数を持つ電気双極子（調和振動子）の集まりとして扱い、誘電関数

$\epsilon(\omega)$ を導出せよ（ローレンツモデル）。ただし、振動子の質量を m 、電荷を q 、固有角周波数を ω_T 、密

度を N 、背景誘電率を ϵ_b 、減衰項を速度に比例する抵抗として取り入れその比例定数を Γ とする。

(3) (2) で $\Gamma = 0$ の場合の真空中での垂直入射の反射スペクトルを次の手順で描け。真空中から垂直入射す

るときの反射率は、試料の複素屈折率 $n_c = n + i\kappa$ としたとき $R = \frac{(1-n)^2 + \kappa^2}{(1+n)^2 + \kappa^2}$ で与えられる。

A) $\epsilon(\omega) = 0$ の解を $\omega = \omega_L$ と置くととき、 ω_L を $m, q, \omega_T, N, \epsilon_b$ を用いて表せ。

B) 反射率が 0 になる $\omega = \omega_0$ を $\epsilon_0, \epsilon_b, \omega_T, \omega_L$ を用いて表せ。

C) $\omega = \omega_T, \omega_L, \omega_0$ の相対位置とそこでの反射率に注意して、横軸 ω 、縦軸 R として反射スペクトルを図示せよ。

(4) ローレンツモデルによると、 $\omega \ll \omega_T, \omega = \omega_T, \omega \gg \omega_T$ で入射電磁波によって物質中に誘起される分極は

入射電磁波に対して位相が変化する。位相の ω 依存性について、表式を導き、図示せよ。

(5) 分極から放射される 2 次電磁波の寄与を重ね合わせると、分極から $\pi/2$ 位相が遅れた電磁波となる。このこと

と (4) の結果を使って、 $\omega \ll \omega_T$ で光の位相速度が減少し、 $\omega = \omega_T$ で誘導吸収（熱平衡分布のとき）・誘導放出

（反転分布のとき）が起こる理由について説明せよ。

(6) ローレンツモデルで $\Gamma = 0$ とし、 $\epsilon(\omega) = 0$ の解を $\omega = \omega_L$ と置いて、L S T の関係式を求めよ。

(7) 結晶の誘電率が、遠赤外の波長の光に共鳴する周波数 $\omega = \omega_1$ の振動子（格子振動、横波光学フォノン）と、

可視から紫外の波長の光に共鳴する周波数 $\omega = \omega_2$ の振動子（電子遷移）を持つ 2 振動子のローレンツモデルで

記述できる ($\omega_1 \ll \omega_2$) とする。横軸 ω 、縦軸 ϵ として、誘電関数 $\epsilon(\omega)$ の実部の概略を図示せよ。真空の誘

電率 ϵ_0 、L S T の関係式で出てくる静的誘電率と光学的誘電率は縦軸のどこに来るかを明確にせよ。

(8) 金属中の自由電子を $\omega_T = 0, \Gamma = 0$ として扱い金属の誘電関数を求め、金属の光学的性質について説明せよ。

2

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P + \omega_T^2 P = \omega_T^2 \alpha E \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} E - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P \end{cases}$$

$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ (ノートでは ϵ_b だが、簡単のため ϵ_0 としている)

$E, P \propto \exp[i(kx - \omega t)]$ と置いて、ポラリトンの分散関係を表す式を

$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \dots$ の形で求め、 $\omega^2 = X$ とおいて X について解け (k の関数として表す)。

ただし、 X は $\Omega_T^2 = \frac{\alpha}{\epsilon_0} \omega_T^2$ で定義された Ω_T を用いて表せ (α は使用しない)。

$\omega(k)$ の、 $\Omega_T = 0 (\alpha = 0), k = 0, k = \frac{\omega_T}{c}$ (ポラリトン共鳴) のときの解を求めよ。

ただし、 $\omega_T \gg \Omega_T$ として、 $\frac{\Omega_T}{\omega_T}$ について 1 次の項まで残し、2 次以上の項を無視する近似を使え。

上で求めた $\omega(k)$ の解を利用して、ポラリトン分散曲線 $\omega(k)$ (縦軸 ω 、横軸 k) を実線で図示せよ。光と物質の相互作用がないとき ($\alpha = 0$) の分散曲線を点線で描き、分散曲線 $\omega = \omega_T, \omega = \omega_L$ との関係を確認し、ポラリトン共鳴での分裂幅も明示せよ。

ここで $\omega_L^2 = \omega_T^2 + \Omega_T^2$ である。

3 屈折率 n_1 の媒質と屈折率 n_2 の媒質が平面で接している。界面での電場の連続とエネルギー保存から、屈折率 n_1 の媒質から屈折率 n_2 の媒質へ光が垂直入射するときの振幅反射率・振幅透過率とエネルギー反射率・エネルギー透過率を求めよ (n_1, n_2 は実数)。

4 以下の問いにできるだけ式や図を用いて答えよ。

- (1) ガラスや水のような可視光の範囲に吸収のない透明な物質で、透明波長領域で 1 より大きい屈折率が生じる原因を定性的に説明せよ。
- (2) 透明物質の可視域での屈折率は、波長が短くなるほど大きくなるのが普通である (正常分散)。その理由を述べよ。
- (3) 電気双極子遷移の選択則について説明し、光学遷移で電気双極子遷移の近似がよく成り立つ理由を述べよ。
- (4) 振動子強度の総和則について説明せよ。
- (5) 静的誘電率は光学的誘電率よりも大きい。この理由を”格子振動”、“電子分極”というキーワードを使って説明せよ。
- (6) 時間分散と空間分散について、”因果律”、“非局所応答”というキーワードを使って説明せよ。
- (7) laser の語源について説明せよ。可視光のレーザーに比べて、X線レーザーが困難な理由をのべよ。反転分布について説明せよ。反転分布を効率よく生成するためには、物質のエネルギー準位構造とレーザー遷移に関わる準位について、どのような条件が望ましいか説明せよ。
- (8) ポラリトンについて説明せよ。