

1 理論物理学と関わる部分多様体 幾何・リー群作用

CHAPTER

この章では、理論物理学における一般相対性理論・解析力学・ゲージ理論・超弦理論と密接に関わる部分多様体幾何学について紹介する。

1.1 一般相対性理論とローレンツ部分多様体幾何学

一般相対性理論とは、次の「光速度不変の原理」および「等価原理」に基づいて構築される重力場理論である：

〈光速度不変の原理〉 無重力の場合、どの観測者^{慣性系}からみても光速度は変わらない。また、重力がある場合は、どの自由落下する観測者（＝局所慣性系＝時空上の測地線）からみても光速度は変わらない。

〈等価原理〉 時空の各点のまわりで局所的に重力場を消すことができる。

等価原理の主張は、時空の各点における無限小化として定義される接空間が、無重力の場合の時空として扱われるミンコフスキー空間であることによりフォローされる。また、等価原理から、一般相対性原理“物理法則はどの観測者が観測したデータにおいても成り立つものでなければならない”が導かれることを注意しておく。

この理論では、空間と時間を切り離さずに、時間を表す実数 t と空間の点を表す実数の 3 つ組 (x_1, x_2, x_3) からなる実数の 4 つ組 (t, x_1, x_2, x_3) の集まりからなる集合、いわゆる時空上で議論が展開される。しかし、時間を表す実数 t と空間内の点を表す実数の 3 つ組 (x_1, x_2, x_3) は各々、ある観測者が観測した観測値であり、観測者によって異なる。また、観測できる時間と空間の範囲も観測者によって異なる。ある観測者 A が観測できる時間と空間の組の範囲を U_A とし、 U_A の各元 p の観測値を $(t^A(p), x_1^A(p), x_2^A(p), x_3^A(p))$ とすること