

注意 $P_c^\omega(u) = u g_c$ により g_c が定まる.

接続 ω に関する u を発する水平リフト (the horizontal lift of c starting from u with respect to ω) という. この水平リフトを用いて, 写像 $P_c^\omega : \pi^{-1}(c(0)) \rightarrow \pi^{-1}(c(1))$ を

$$P_c^\omega(u) := c_u^L(1) \quad (u \in \pi^{-1}(c(0)))$$

によって定める. この写像は C^r 同型写像になることが示される. この写像 P_c^ω を接続 ω に関する c に沿う平行移動 (the parallel translation along c with respect to ω) という.

$$C_p := \{c : [0, 1] \rightarrow M \mid c : \text{区分的に } C^\infty \text{ 級の曲線 s.t. } c(0) = c(1) = p\}$$

とおく. $c \in C_p$ に対し, P_c^ω を $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k = 1$ を $c|_{[t_{i-1}, t_i]}$ ($i = 1, \dots, k$) が C^∞ 曲線となるような $[0, 1]$ の分割として, $P_{c|_{[t_{k-1}, t_k]}}^\omega \circ \dots \circ P_{c|_{[t_0, t_1]}}^\omega$ によって定義する. $P_c^\omega (c \in C_p)$ は $\pi^{-1}(p)$ からそれ自身への G 同変な同型写像になるので, ~~$P_c^\omega = R_{g_c}|_{\pi^{-1}(p)}$ となる $g_c \in G$ が一意に存在する.~~ G の閉部分群 Φ_p^ω を $\Phi_p^\omega := \{g_c \mid c \in C_p\}$ によって定義する. この閉部分群 Φ_p^ω を ω の p におけるホロノミー群 (the holonomy group of ω at p) という. Φ_p^ω は, C^∞ 級リー群 G の閉部分群なので, それ自身 1 つの C^∞ 級リー群になる. Φ_p^ω の単位元の連結成分を $(\Phi_p^\omega)^0$ と表す. $(\Phi_p^\omega)^0$ は, ω の p における制限ホロノミー群 (the restricted holonomy group of ω at p) とよばれる.

次に, G の表現 $\rho : G \rightarrow GL(V)$ に対し, $\pi : P \rightarrow M$ の ρ による同伴ベクトルバンドルという概念を定義する. $P \times V$ における同値関係 \sim を

接続 ω が与えられているとて定義される:

$$\mathcal{H}_{[(u,v)]}^{\omega, \rho} := \left\{ \frac{d[(c_u^L(t)), dt] \right\}$$

ここで, c_u^L は前述の c の分布 $\mathcal{H}^{\omega, \rho}$ は, ω に関する on E_ρ with respect to とおく. $c_\xi^L : [0, 1] \rightarrow L$ horizontal lift of c w M 上の C^∞ 曲線 $c : [0, 1]$ いて c に沿う平行移動 P_c^ω

によって定義される.

ω が C^∞ 級であるとての接続 ∇^ω が

$$(\nabla_x^\omega \xi)_p := \frac{d(P_{c|_{[0,t]}}^{\omega, \rho})}{dt}$$