

PSD を用いる液体の粘性係数の測定

鈴木清光

1 はじめに

基礎物理学実験では、質量、力、変位(長さ、角度)、および時間(周期)の測定に基づいて力学的、物性的諸量を決定するものが多い。時間、変位はストップウォッチとスケールつき望遠鏡を用い、目視による測定が伝統的に行われてきた。本学科の物理学基礎実験においても、この種の測定が2年次の実験だけで実に6題目を数える。これらの方法は物理量計測の原型とも言うべきものであり、また実験者としての基本的なスキル(五感を研ぎ澄ますという意味で)の養成という意味も否定できない。一方で、測定手段の進歩とコンピュータの導入による、実験のシステム化は著しく、学生の段階でなるべく早期にその一端に触れる必要性が生じてきた。もちろん卒研段階で十分であるとの意見もあるが、学生実験に対する学生の興味が薄れていく傾向は全国的なものようで、その一因は旧態依然たる実験スタイルにあることも否めない。同様な測定手段の過度な重複をさけその一部を現代化することで、時代に即した新しい風を学生諸君に感じ取ってもらいたいと、本学で数十年に渡り営々と行われてきた粘性係数の実験にコンピュータを導入した。コンピュータ化によるメリットを最大化し、デメリットを最小化するためにどのような指針を持つべきかを検討し、われわれなりに一つのプリンシプルを得たのでご紹介したい。

2 液体の粘性係数の測定の概要

粘性流体の運動は流体の速度、密度、および粘性率をそれぞれ、 v, ρ, η として Navier-Stokes の方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = X - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \Delta \mathbf{v} \quad (1)$$

で表される。静止液体中で、半径 R , 厚さ $d (R \gg d)$ の円盤を鉛直軸 (Z 軸) のまわりに角振動数 ω で回転振動させるとき、軸対称性と速度が方位角成分のみを持

つ ($v_r = v_z = 0$) ことから単純化される。速度の方位角成分を $v_\phi = r\omega(r, z, t)$ とすると、

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \quad (2)$$

となる。

境界条件

$$\omega = -\Omega \phi_0 \sin(\Omega t) \quad : z = 0 \quad (3)$$

$$\omega = 0 \quad : z \rightarrow 0 \quad (4)$$

を充たす解は

$$\omega = -\Omega \phi_0 e^{-kz} \sin(\Omega t - kz) \quad (5)$$

である。

円盤に接する流体の運動に要する仕事は、

$$W = \pi^2 \omega_0^2 R^4 \Omega^{-1/2} \sqrt{\frac{\eta \rho}{2}} \quad (6)$$

である。

一方回転円盤が摩擦力に抗してする仕事 W_D は、抵抗係数を Γ , 復元力の係数を F , および振れ角 Φ とすると、

$$W_D = \frac{2\pi^2 \Gamma \Phi_0^2}{T} \quad (7)$$

ここで $W = W_D$ とおくと、粘性係数 η は

$$\eta = \frac{16M^2}{\pi \rho T (R^4)^2} \left(\frac{\cdot}{2\pi} \right)^2 \quad (8)$$

を得る。

実際は Mayer が求めた補正式

$$\eta = \frac{16M^2}{\pi \rho T (R^4 + 2R^3 d)^2} \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{2\pi} + \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{2\pi} \right)^2 + \dots \right)^2 \quad (9)$$

を用いる。ここに、 M は円盤とその付属物全体の慣性モーメント、 ρ は液体の密度、 T は空気中での振動周期、 λ , および λ_0 は液中および空気中での対数減衰

率である。対数減衰率 λ は 1 周期ごとの円盤の回転角の比の対数として定義される。

$$\begin{aligned}\lambda &= \ln \frac{\Phi(t)}{\Phi(t+T)} \\ &= \ln e^{\gamma T} \\ &= \gamma T\end{aligned}\quad (10)$$

実験は円盤を直径 0.5mm の燐青銅線でするし、水平面内で回転振動させる。円盤に取り付けられた小鏡とスケール付望遠鏡で、最大変位と空気中での周期を測る。

3 新しい測定法

分解能、直線性にすぐれた非接触タイプの位置検出素子である PSD(半導体位置検出素子) とアナログ表示と同時にデジタル記録機能を持つペンレコーダを用いた。デジタル記録の媒体は IC カードで、カード読取機を介在させパソコンにデータを転送する。

3.1 PSD

図-1 のように光源 (赤外線 LED) から発せられた光は回転軸に固定された小鏡 M により反射され、受光面の中心から距離 x の点を照射し、この点に起電力 E を発生させる。受光面の長さを L , 両端からの出力電流を I_1, I_2 とする、受光面は一樣な抵抗体と考えられるので、

$$\begin{aligned}I_1 &= \frac{E}{\frac{L}{2} - x} \\ I_2 &= \frac{E}{\frac{L}{2} + x}\end{aligned}$$

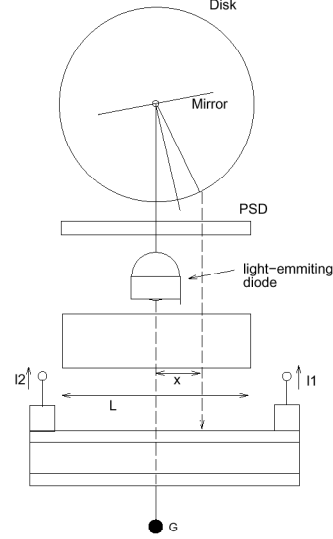
である。これから、

$$x = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \frac{L}{2} \quad (11)$$

となる。

LED は 1kHz でパルス発光され、受信信号は復調された後演算増幅器の回路で差、和、および商が処理され、 x に比例した電圧信号が得られる。ここで用いた PSD は、位置検出誤差 $200\mu\text{m}$, 分解能 $2\mu\text{m}$ 程度である。鏡との距離を 20mm とすると、角度分解能 0.1m rad であるが、光源のスポットサイズや回路雑音などによっ

図 1: PSD と回転円盤



て低下するが、本装置では 1m rad は保証されている。したがって十分微小な角度変位の検出が可能であり、多くの変位測定に応用でき^{1,2)} 別稿「力学振動子の共鳴実験」³⁾ にもその一例を示した。

3.2 計測系

コンピュータ化は計測の自動化であってはならず、できるだけ素朴な体感を重視し、アナログ表示できる多機能ペンレコーダを介在させた。本機は最高 135Hz のサンプリング速度で、最長 32K データの収録が可能で、同時にアナログ式ペンレコーダの機能をもっている。データファイルは IC カードに記録され、カード読取機で GPIB を介しパソコンに取り込まれる。

本実験では円盤の静止位置で PSD 出力の 0 点をあわせること、回転振動の初期振幅を PSD 出力のダイナミックレンジ一杯にあわせることが肝要である。ペンレコーダはそれ自身慣性をもっているため、これらの調整が回転円盤の運動を実感しつつ行えるため、とかく自動化によって失われがちな実験系と五感との切斷が軽減されるといえる。

測定結果は IC カードに記録され、カード読取器を経てパソコンの MO(光ディスク) に転送される。標準的な学生はここで第 1 日目が終わる。

4 新しい解析法

測定データはサンプリング周波数 135Hz, 1 ファイルデータ数 16000 個で 1 実験 5 ないし 7 ファイルである。転送されたデータは 2 進数であり、変換プログラムで txt データにし、“Origin” にインポートされる。データは周期約 10 秒の減衰振動である。以下解析の手順を述べる。

1. peek 検出機能により + 側の peek 位置と最大振れ幅を求める。
2. 反転データに対し 1. と同様の操作を行い、- 側の peek 位置と最大振れ幅を求める。
3. 以上の結果から 1 周期ごとの振幅と、周期を求める。
4. 最大値 (初期値) で規格化した振幅の片対数グラフを描き、フィテッティングで減衰率を求める。
5. Mayer の公式より粘性係数を求める。

一般的に言えば、データは式

$$y = A_0 + Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t + \theta) \quad (12)$$

にフィテッティングするべきである。しかし、フィテッティングパラメーターが多すぎることで、静止に近づく微小振幅では外乱の影響が大きくなること、および伝統的な対数減衰率の定義を考慮し上の方法を用いた。

5 結果

学生が行った実験結果を掲載する。図 2,3 は空気中の円盤の振動とその振幅の対数減衰である。減衰は極めて小さくまた攪乱に対し鋭敏であり、周囲の人の動きや、強風の日はいささかなデータを得ることが困難である。装置は人造石 (約 25Kg) の台と防振ゴムで簡易的な除振を施しているが、十分な注意の下に慎重に実験しなければならない。従来の望遠鏡による目視の測定ではずっと大振幅の振動を見ていたため外部攪乱の影響はほとんど無視できた。

つぎに水中における円盤の減衰振動 (図-4) と対数減衰 (図-5) の一例を示す。水中では粘性抵抗が支配的で実験上望ましくない横振動は速やかに消失し、空気中におけるような外部攪乱の影響は小さい。室温を中心にプラスマイナス数度の範囲の数点で計測し粘性係数の温度依存性を確認する。

図 2: 空気中の減衰振動

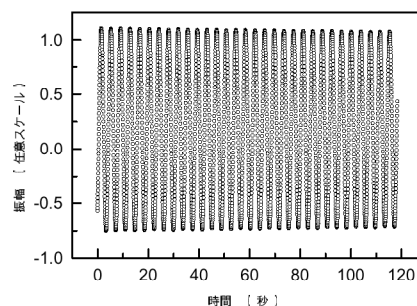


図 3: 対数減衰率

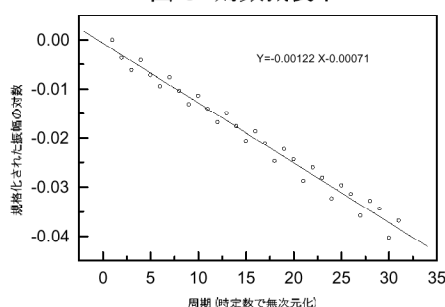
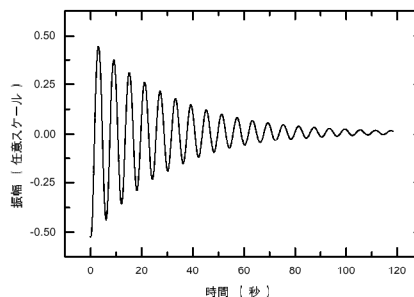


図 4: 水中の減衰振動



水中のデータはよく減衰振動の式、

$Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t + \theta)$ にのり、対数減衰のグラフの直線性は極めて良好である。グラフの傾きから水中での対数減衰率を得、Mayer の式から各温度での粘性係数が算出される。

このように粘性係数の温度依存性を数点、精度よく求めることができ Andreade の経験則との比較も容易になった。

図 5: 水中の対数減衰

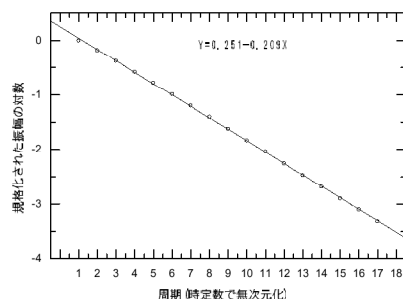
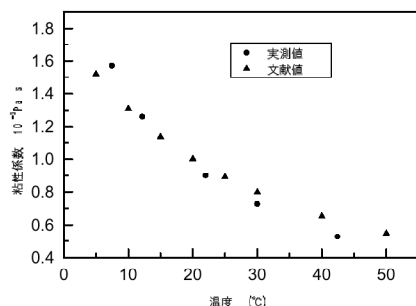


図 6: 粘性係数の温度依存



6 検討と課題

従来本課題は 4.5 時間 1 回で測定し、データの解析は自宅で行われていた。今回の改変で 1 週目に測定しデータを MO にセーブ、2 週目に解析を行うようにした。当初測定ごとに解析しつぎの測定にフィードバックできることを目標にしたのであるが、測定器の取り扱い、データの転送、そして解析という一連の手続きは初学者にとって過度の負担を強いることになり実行できなかった。それならば丸々 2 週間を実験日にあて機器およびパソコンの操作を習得しつつ実験を行えばよいのであるが、多数の学生を限られたスペース、設備の中で運営する学生実験の制約下では困難である。

今回の試みによる学生の反応はおおむね良好である反面、パソコン利用を含めた操作の煩雑さを感じる者もいる。ペンレコードの設定、カードからパソコンへのデータ転送、およびソフトの操作法だけで 20 ページほどの補助テキストが必要で、初めてこのような経験をする学生にとっては当然のことといえよう。とくに学生個々のコンピュータリテラシーの差が大きく影響するものと思われる。本学では現在情報教育改革が進められている、実験系学科の情報教育とは何かと問う

とき、当然実験教育をも包含すべきものと考ええる。当面学生のコンピュータ処理能力のミニマムがそろい、データ処理プログラムも一般的な”Excel”等が共通言語として理工系学生の基礎素養となることを期待したい。

学生実験にコンピュータを導入する際にわれわれが重要と考えた次ぎの 2 点を強調しておきたい。一つは動作が体感でき汎用性のあるトランデューサ (たとえば、位置、変位については PSD) を用いること。いま一つは front end instrument ともいべきバッファを用い、けっして計測の自動化に脱しないことである。本実験ではデジタル化信号を記録できるペンレコードがフロントエンドである。フロントエンドの役割は実験者の装置への働き掛けに忠実に反応し、現象を体感させ最適な実験条件を五感を通じて見出させるものである。コンピュータ化でキーボードを押せばデータが水道をひねるごとくに現われ、身体的働きかけとは無関係に実験が終わるという心配は克服できたと考えるものである。

7 謝辞

本実験の改良には加納誠氏、また学生実験と情報教育、学生実験におけるコンピュータの役割について満田節生氏に有益な議論をいただいた。また卒業研究生野畑卓宏君 (1996 年度)、田代卓也君 (1997 年度)、水野統太君 (1998 年度) の協力を得た、あわせて記してお礼いたします。

参考文献

- [1] 松本皓永・三浦トキワ・松本節子 物理教育 44-3(1996)270-274
- [2] 増田健二 大学の物理教育 99-3(1999)44-49
- [3] 満田節生 他 大学の物理教育 本号