

放射線計測 - 計数の統計 -

担当 三浦和彦

1. はじめに

放射線はあらゆる分野で使用されているが、取り扱いを間違えると手痛い被害を受ける。物理学科では、3, 4年生を対象に「放射線物理」の講義と3年生の学生実験において放射線計測（「GM管の特性」と「線の最大エネルギーの測定」）を実施している。

放射性壊変はランダムな過程なので、核壊変で放出される放射線の測定は、統計的変動をする。放射線計測実験の結果を処理して得られた量の予想精度を評価するためには、計数の統計を用いる。

計数の統計の意義は2つに分類できる。一つは放射線計測装置が正常に動作していることを確認することである。観測された変動の量が統計モデルで予測される値と一致しない場合、この計数系には何らかの異常があると結論できる。二つめの応用は1回しか測定ができない場合の取り扱いである。計数の統計を用いて計数值固有の不確かさを予測し、これによって1回の測定のさいの精度を評価することができる。

今回、学生実験にコンピュータを導入するにあたり、「GM管の特性」の一部、「計数の統計」に関する課題を自動計測化した。本実験では、放射線を計測することにより、ランダムな過程が統計モデルに従うことを実感し、計数の統計について理解することを目的とする。

2. 統計モデル

ある条件の下では、多数回測定を繰り返して得られる結果を表わす分布関数を予測することができる。ある試行の回数からもたらされる当たりの数を数えるような測定を考える。個々の試行は2つの結果のみが可能なバイナリー過程と考えられる。

2.1 2項分布

2項分布は統計モデルの中でもっとも一般的なモデルであり、一定の当たりの確率 p を持つすべての場合に広く応用できる。試行の回数を n とすると、このうち x 回が当たりとなる確率の値は

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)! x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

で表される。平均値は $\bar{x} = p \cdot n$ 、標準偏差は $\sigma = \sqrt{\bar{x}(1-p)}$ である。

2.2 ポアソン分布

放射線の事象を計数する場合、1回の試行とは時間 t の間に与えられた放射性原子核が観測されることであり、試行の回数は観測している試料中の原子核の数と同等であり、さらに測定とは壊変を起こすこれらの原子核を計数することである。放射性壊変の場合の当たりの確率は、壊変定数を λ とすると $(1 - e^{-\lambda t})$ となる。我々が通常扱う放射性物質の壊変定数は小さい（半減期が長い）ので、当たりの確率は低い。こうした条件下では $p \ll 1$ の近似が成り立ち、2項分布についてのいくつかの数学的簡略化が適用できる。

$$P(x) = \frac{(\bar{x})^x e^{-\bar{x}}}{x!}$$

これがポアソン分布で、平均値は $\bar{x} = p \cdot n$ 、標準偏差は $\sigma = \sqrt{\bar{x}}$ である。

2.3 ガウス分布

分布の平均値が大きい場合（20以上）、さらに簡略化が可能となりガウス分布（正規分布）が導かれる。

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{x}}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\bar{x}}\right]$$

平均値は $\bar{x} = p \cdot n$ 、標準偏差は $\sigma = \sqrt{\bar{x}}$ である。ここでいうガウス分布は、離散的な分布関数であり、 x の整数値に対してのみ定義されるものであるが、偏差 ε の関数としての連続関数に書き直すことができ、誤差について論じることができる。

$$G(\varepsilon) = \sqrt{\frac{2}{\pi\bar{x}}} \exp\left[-\frac{\varepsilon^2}{2\bar{x}}\right]$$

3 . 統計モデルの応用

3.1 計数系の検定

変動量の観測値が統計変動の予想値と一致するかどうかを調べることにより、計数系を検定することができる。

まず、実験データ（データ数 N ）の分布関数（度数分布） $F(x)$ を作り、平均値 \bar{x}_e と標本分散 s^2 を計算する。次にこの実験データを平均値の大きさによりポアソン分布かガウス分布のいずれかに当てはめる。これらの性質はいずれも平均値によって完全に記述される。 \bar{x} としては唯一の平均値の予想値である \bar{x}_e を選ぶ。 $F(x)$ と $P(x)$ とを重ねて図示し、両者の分布の形状と大きさを比較する。

定量的な比較を行うには、カイ 2 乗検定を行う。カイ 2 乗は実験データの分布に関する一つのパラメータであり、次のように定義される。

$$\chi^2 \equiv \frac{1}{\bar{x}_e} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_e)^2$$

カイ 2 乗は次式に示すように標本分散と密接に関係している。

$$\chi^2 = \frac{(N-1)s^2}{\bar{x}_e}$$

χ^2 が、 $(N-1)$ と異なる程度が、そのデータがポアソン分布の予想値からどれだけずれているかに対応している。検定にはカイ 2 乗分布表を用いる。

3.2 1 回の測定における精度の評価

1 回の測定値に対し理論分布を当てはめるには、分布の平均値がこの 1 回の測定値に等しいと仮定する。期待される標本分散は、統計モデルの標準偏差、すなわちモデルの平均値にほぼ等しいので、真の平均値からの偏差の最良予測値は、 $\sqrt{s^2} \equiv \sigma = \sqrt{\bar{x}}$ で表される。

また、1 回の測定での相対標準偏差は σ / x で定義され、この値は $1 / \sqrt{\bar{x}}$ となる。

4 . 実験

4.1 実験装置

線源 (^{90}Sr - ^{90}Y) を測定台にセットし、GM管で 線を検出し、スケーラで計数する。従来はマニュアルで操作、記録していたが、スケーラの出力をユニバーサルカウンタ (IWATSU SC-7201) に入力し、GPIB によりパソコンに読み込み、LabVIEW により、自動計測を行った。



図1 実験装置

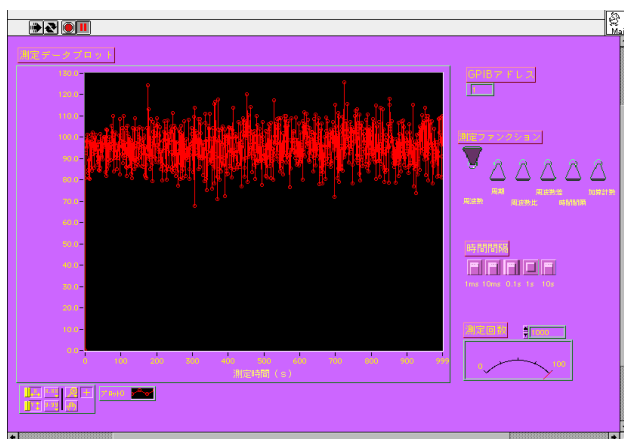


図2 表示画面

装置を図1に、自動計測の表示画面を図2に示す。

4.2 実験課題

実験課題は以下の通りである。

- (1) プラトー用線源 (^{90}Sr - ^{90}Y) を時間間隔0.1秒で1000回測定しなさい。
- (2) プラトー用線源を時間間隔1秒で1000回測定しなさい。
- (3) 平均値、標準偏差を求めなさい。
- (4) 度数分布、ポアソン分布、ガウス分布をグラフにし、比較しなさい。
- (5) GM管の良否を判定しなさい。

4-3. 実験結果

まず、プラトー用線源 (^{90}Sr - ^{90}Y) を時間間隔0.1秒で1000回測定した結果、平均値は9.779、標準偏差は3.344であった。図3に測定データの度数分布と一緒に、統計モデルとしてポアソン分布、ガウス分布を示した。度数分布は左に傾いた分布となっており、統計モデルとしてポアソン分布の方が適していることがわかる。次に時間間隔1秒で1000回測定した結果、平均値は98.30、標準偏差は9.97であった。図4に示したグラフから、度数分布が左右対称な分布となり、ポアソン分布とガウス分布に

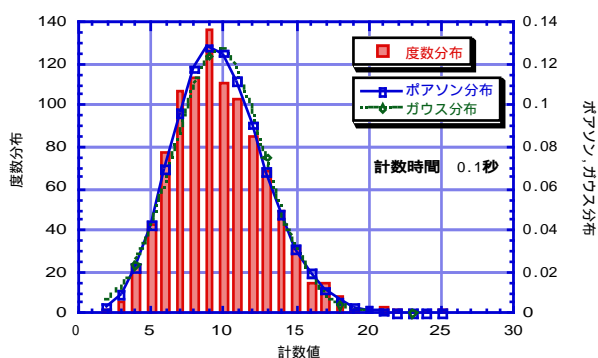


図3 時間間隔0.1秒で測定した結果

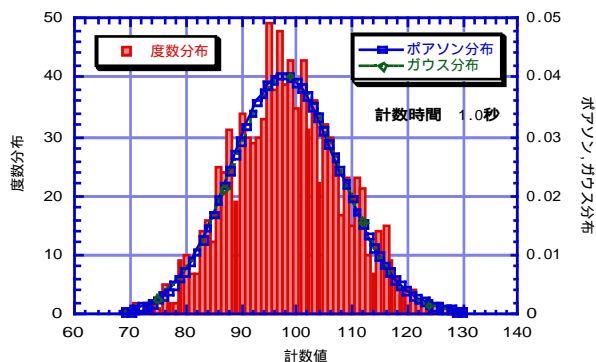


図4 時間間隔1秒で測定した結果

良く一致していることがわかる。また、図3、4の度数分布と理論分布が良く一致していることから、GM管を含めた計数系には何ら異常がないことが確かめられた。

5 . 検討

従来は、自然計数を測定することにより、計数の統計の実験を行っていた。結果を図5に示す。平均値は13.5であった。このように自然計数の計数率は10cpm程度なので、1分の測定を100回繰り返す。この実験を行うためには、当然最低100分を要する。この間、学生は単純作業を繰り返すことになる。また、データ数が少ないため、測定データの度数分布が理論分布と一致するかどうかの判定は難しかった(図5)。

今回、コンピュータによる自動計測を行うことにより、高計数率の線源を用い、短時間の測定で、同様な期待値の計測ができるようになった。すなわち、プラトー測定用の線源(計数率約100cps)を用い、測定時間0.1秒、測定回数1000回の計測を行うことにより、100秒間に10倍のデータ数の計測が行なえる。また、計数時間を変える(1秒)ことにより、計数の期待値を変

え、ポアソン分布からガウス分布への移行を実感することができた。さらに、実験時間の短縮により、データの整理、解析が授業時間内にできるようになった。

謝辞

本実験の開発にあたり、鈴木清光先生に、測定器の選択など色々相談にのって頂いた。LabVIEWのプログラムは鈴木清光先生ご指導の卒業研究生、森俊章君が作成したものである。また、学生実験への導入にあたっては、授業嘱託の大学院生、原健児君、永井康之君の協力を得た。記してお礼申し上げます。

参考文献

KNOLL 放射線計測ハンドブック

木村逸郎、阪井英次訳 日刊工業新聞社
ブライス 放射線計測

西野 治 監修 コロナ社
ラジオアイソトープ講義と実習
日本アイソトープ協会編 丸善

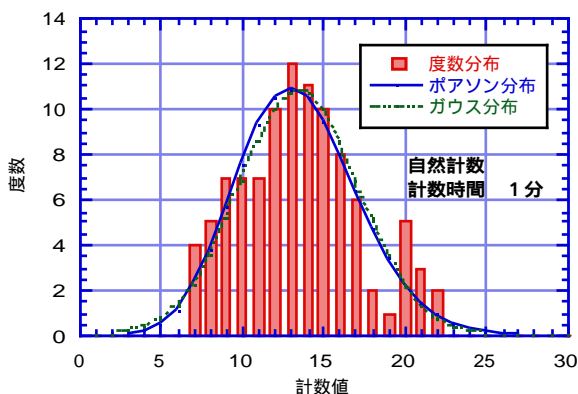


図5 自然計数を時間間隔1分で100回測定した結果