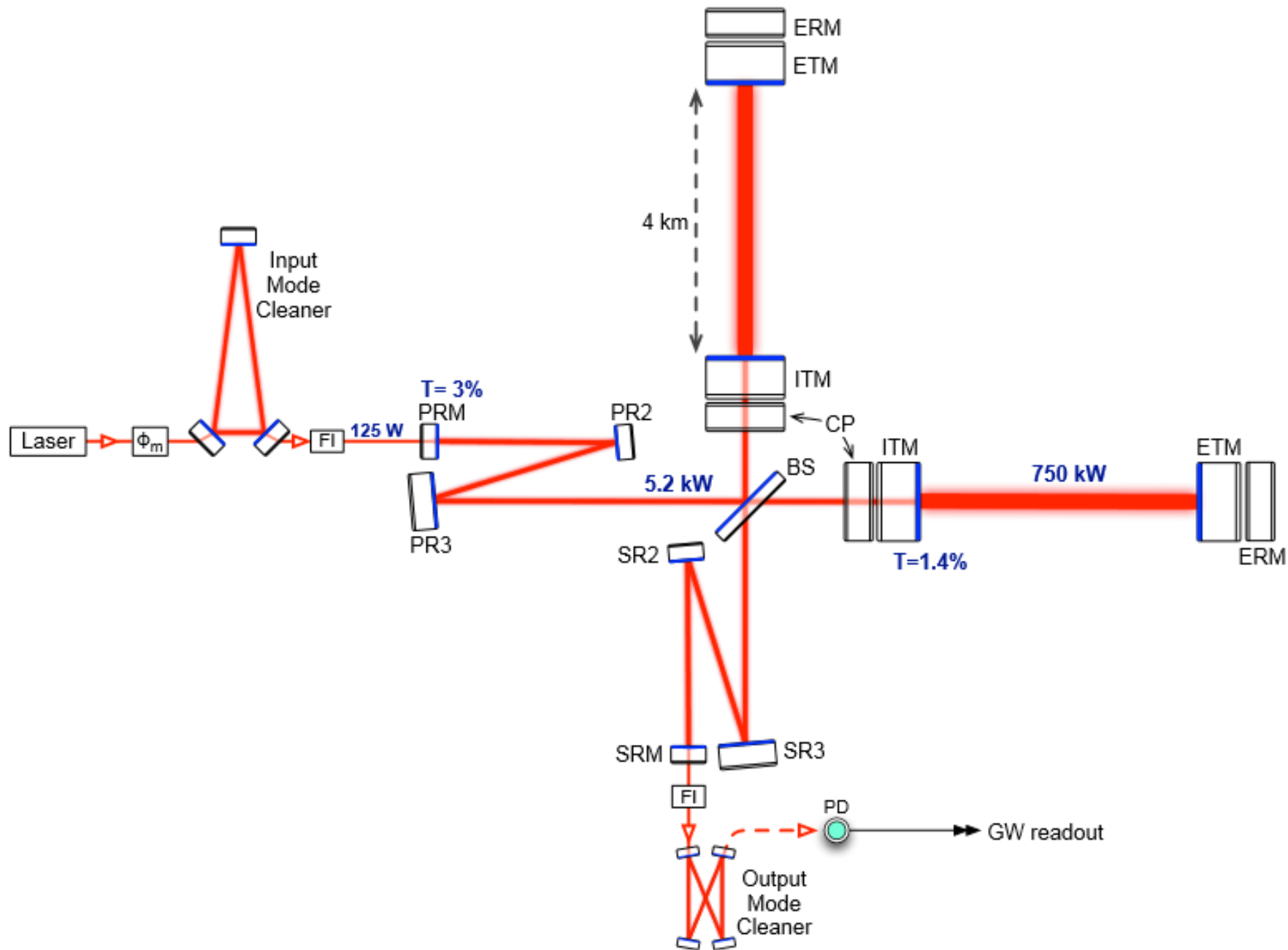


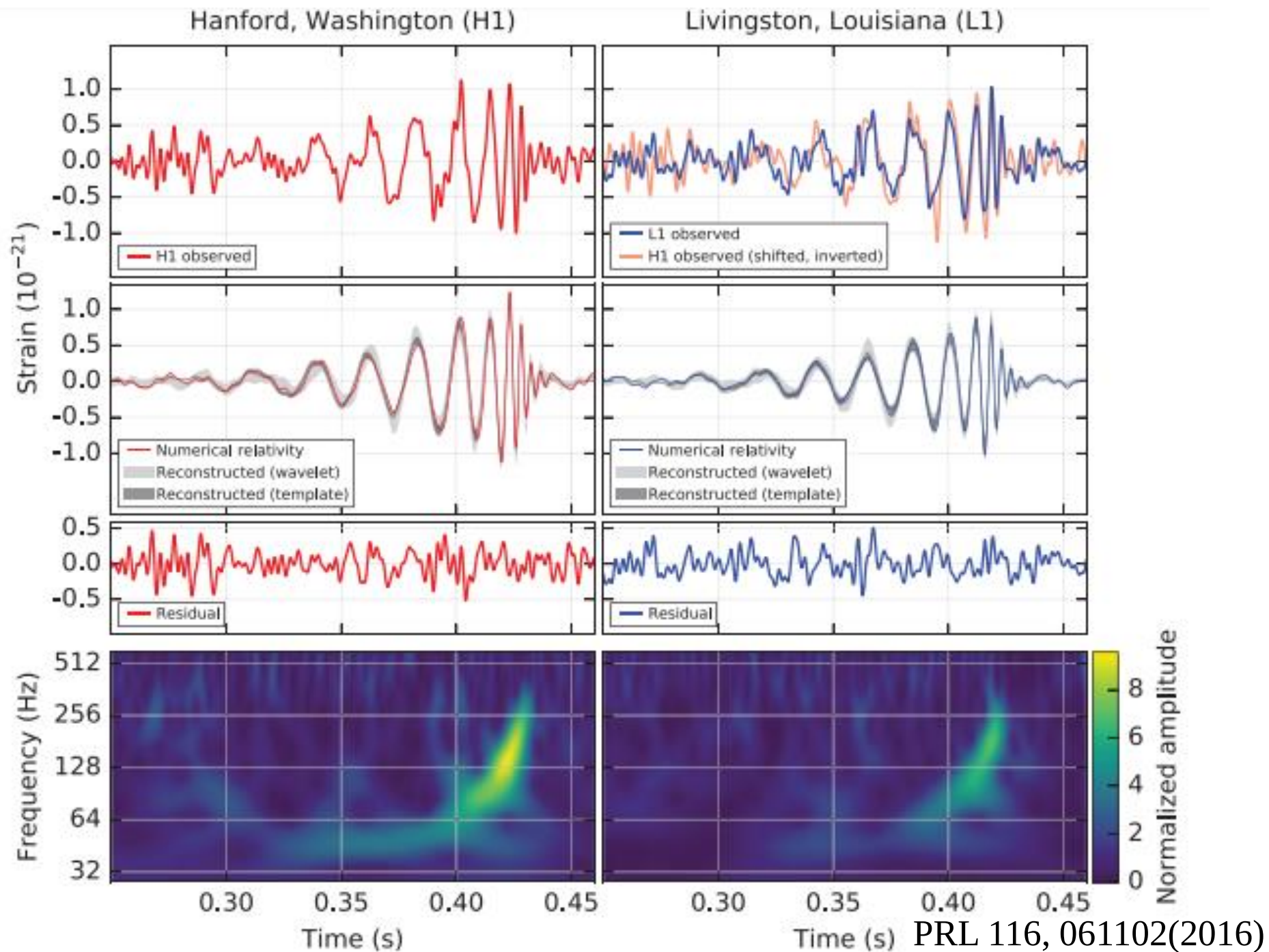
電磁気学3 ガイダンス (電気力学、電磁力学)

本日 物理学実験3
水曜コースガイダンス

12:50～ @832

BからAへの移動受け付けています





The initial black hole masses are
 $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$ and $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$,
and the final black hole mass is
 $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$,
with $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$ radiated
in gravitational waves.

$h=10^{-21}$ の時空の歪みを検出するとは

地球-太陽間の距離

約1億5000万キロメートル $\div 10^{11}$ m

に対し、

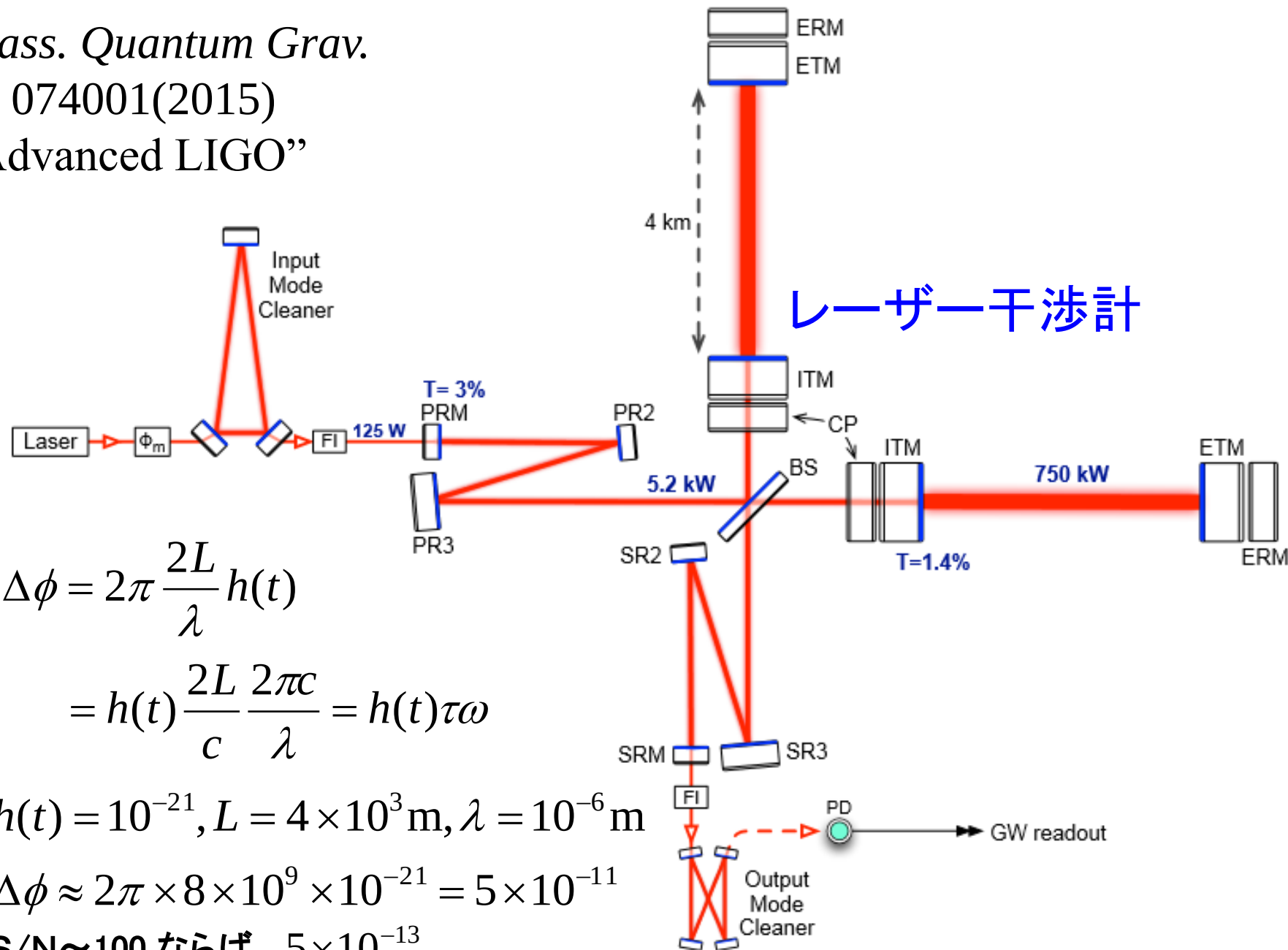
水素原子の直径 10^{-10} m = 0.1 nm

の変位を検出

Wavelength of visible light 10^{-6} m

Atomic diameter 10^{-10} m

Nuclear diameter 10^{-15} m



$$\Delta\phi = 2\pi \frac{2L}{\lambda} h(t)$$

$$= h(t) \frac{2L}{c} \frac{2\pi c}{\lambda} = h(t) \tau \omega$$

$$h(t) = 10^{-21}, L = 4 \times 10^3 \text{ m}, \lambda = 10^{-6} \text{ m}$$

$$\Delta\phi \approx 2\pi \times 8 \times 10^9 \times 10^{-21} = 5 \times 10^{-11}$$

$$\text{S/N} \sim 100 \text{ ならば } 5 \times 10^{-13}$$

徳永研 Sagnac干渉計光熱偏向分光法 $\Delta\theta \sim 10^{-10}$ $\Delta I / I \sim 10^{-5}$

LIGO

- 目的
 - Initial LIGO: 基本技術の実証、可能なら重力波検出
 - Advanced LIGO: 重力波の初検出
- 現状: Initial LIGOからAdvanced LIGOへの改造中
- 総予算: 約1,000億円 (Advanced LIGOを含む)
- LIGO Scientific Collaboration
 - 研究機関: 約100
 - 研究者: 約1,000名
- NSFの強力なサポート

重力波検出の原理と世界各国の検出器
by 川村静児

LIGO

徳永研干渉計

$$1000\text{億円} = 50000 \times 200\text{万円}$$

Table 1. Main parameters of the Advanced LIGO interferometers. PRC: power recycling cavity; SRC: signal recycling cavity.

Parameter	Value
Arm cavity length	3994.5 m
Arm cavity finesse	450
Laser type and wavelength	Nd:YAG, $\lambda = 1064$ nm
Input power, at PRM	up to 125 W
Beam polarization	linear, horizontal
Test mass material	Fused silica
Test mass size & mass	34cm diam. x 20cm, 40 kg
Beam radius ($1/e^2$), ITM / ETM	5.3 cm / 6.2 cm
Radius of curvature, ITM / ETM	1934 m / 2245 m
Input mode cleaner length & finesse	32.9 m (round trip), 500
Recycling cavity lengths, PRC / SRC	57.6 m / 56.0 m

アインシュタインの業績

光の量子論

量子力学

ブラウン運動の理論

分子の实在

特殊相対性理論

原子力、太陽

一般相対性理論

宇宙論、ブラックホール、重力波、GPS

誘導放出の発見

レーザー

レーザー干渉計

ボース・アインシュタイン凝縮の予言

レーザー冷却

1995年に実現、超伝導・超流動

EPRのパラドックス

量子情報

3年物理学実験との関連

信号とノイズ

X線回折

ホログラフィー

マイクロ波の実験

レーザー

固体分光

2010,2011アンケート回答から

電磁波の話(同軸ケーブルや、導波管の話など)は実験(マイクロ波)と関連していて双方の理解に役立ちました。

物理実験3でTEM波、TE波がでてきて、この授業であらかじめ習っていたので役立った。

2014アンケート回答から

物理学実験3とリンクしている内容を扱ったので、理解を深めるのに役立

2013授業アンケート回答から

教員への意見：

授業内容自体が非常に分かり辛かった。

内容が多いためか授業のスピードがはやすぎる。

授業スピードが速すぎて全くついていけませんでした。**3年間でここま
で理解できなかった科目は初めてです。**

週1回の授業にしては授業内容のボリュームが重かったように感じました。講義ページに掲載されているガイダンスの資料はとても参考になりました。

物理的解釈、直観的理解を中心とした講義は理解の手助けになった。

配布プリントがよく編集されていてとても良かった。

2013授業アンケート回答から

授業で役に立った内容は？

先生がとても楽しそうだったので聞いていて楽しかったです。

相対性理論との照らし合わせなどを丁寧に伝えてくれたおかげで、知識としては定着したと思います。

物理学実験3の内容と絡んでくるところは聞いていてとても楽しかった。
同軸ケーブルの説明が良かった。

話の内容自体はどれも興味深いものだった。

光と物質の相互作用モデルを利用したレイリー散乱による、空が青く見える理由、夕焼けが赤く見える理由の説明にはなるほどと思わされた。導波管の中を通るTE波の性質に関して学んだことが物理学実験Ⅲのマイクロ波の勉強に非常に役に立ちました。

2014授業アンケート回答から

教員への意見：

今までの電磁気に比べ、進行する早さや、**内容の深さが段違い**であるため、授業に対してモチベーションを保つ学生が限られてしまっていたと思います。

授業での内容は、全く理解できなかった。先生も、先生で、自分の世界に浸って、学生に本当に分かってもらおうとは思っていないと感じました。本当に分かってもらおうとしていたなら、学生が分かっていない初歩的な所から丁寧に教えてくれていた筈だと思うからです。

もう少し板書の早さを遅くしていただけると助かります。

講義資料の穴埋め形式はとても予習がしやすくよかったです。全体的に分かりやすく知識を身に着けることができる授業でした。ありがとうございました。

スライド1枚1枚がわかりやすかったです。ただ、過去のスライドを用いた話の時などはスライドが多くてどのスライドのことを言っているのかわからない時がありました。

2014授業アンケート回答から

授業で役に立った内容は？

自由電子レーザーの話は面白かったです。THzレーザーの話もして欲しかったです。

私たちが生活していく上で最早欠かすことの出来ない技術、同軸ケーブル、導波管、マイクロ波、などの仕組みを理解出来、普段の生活の中でそういうものを意識するようになった。また、**相対論と電磁気学の深い関係**を少し理解できたときはとても感動した。

授業の進行が速かったがその分さまざまなことを知ることができた。

矩形導波管やCherenkov放射についてなどはとてもわかりやすかったです。矩形導波管など高校の頃に知らなかったものについて詳しく学べたのがとてもためになったし、教師を目指している自分にとってはとても役に立ちました。

インピーダンスの説明が分かりやすかった。

先生の雑談は、**最先端の研究を紹介**などしてくれて、かなり面白かったです。しかし、授業の内容は全然分かりませんでした。

2015授業アンケート回答から

教員への意見：

何をやっているのか全く理解できなかった。**こんなに理解出来ない講義は初めてでした。**

進むのが速くてついていけませんでした。

授業は興味がわくような内容で面白かったが、難しかった。

授業の内容に関して、大変興味深く、有意義な内容だったと思う。ただ、授業内容が充実していることの裏返しとして授業スピードが非常に速く、前回の理解が追いつかないうちに次単元に進んでいるような気がした。

授業自体は分かりやすいと思いますが、教科書が英語であることもあって、とっさに参照するのは結構厳しかったです。なので、できれば講義プリントの日本語のボリュームを増して欲しかったのと、そもそも最初に**英語のテキスト**を**がっつり予習してこい**と言われた方が**良かった**かなと思います。

先生が終始**楽しそう**にしていたのが印象的でした。

2015授業アンケート回答から

授業で役に立った内容は？

1,2年の電磁気学と比べてはるかに幅広い事項に触れられたのが楽しかったです。

授業が光についての内容だったので全体的に興味深かったが、その中でも同軸ケーブルについてが特におもしろく理解できて良かった。

理論ばかりでゴールがマクスウェルの方程式のように書いてある教科書とは違い、具体性をもって、さらに深い理論として相対論の入り口へと繋がる流れが大変にためになりました。

・ガイダンスなどでのいろいろな研究などの紹介や授業内の話が面白かった。・電磁気1, 2では、「問題を解くこと」に重点をおいてしまっていたが、電磁気3では「物理的な意味」などを深く考えるきっかけになってくれた。

・私は個人的に外微分形式を勉強しているのですが、相対論的電磁気学がテンソルによって表記されることと、外微分形式によって記述された電磁気学での議論が接続していて大変興味深かったです。・遅延ポテンシャルを用いて得られた結果と相対論的に導いた結果が一致したのは感動的でした。

2016授業アンケート回答から

教員への意見:

- ・あまりにも内容が難しすぎる。
- ・説明が早かったり、話が前後したりするので、授業についていくのが時々大変だった。
- ・講義資料が少し分かりづらいので、復習がやりにくかった。
- ・小テストを行うと理解が深まると思います。
- ・自分の予習が足りなかったせいか、授業についていけないことが多かった。予習すべきところを明確にするか、課題を毎週出すなどしてくれると定着が図れるのではないかと思った。
- ・最初の段階からテストまで綿密にカリキュラムが計画されていたため、何をすれば良いのか明白だった。
- ・配布資料がわかりやすい。 ・講義ノートが穴埋め式でノートが非常に取りやすかった。 ・授業に沿うように準備された授業資料がとてもよかったと思う。大切な図表を書き込みながら、授業を聞くことに集中できる授業スタイルはとても効率がよいと感じた。 ・公式や計算だけではなく、図を多く描くような授業だったのでイメージがしやすかったです。
- ・生き生きと楽しそうに講義をしている姿がとても良かったです。
- ・楽しそうに授業してたので私も楽しんで授業を受けることができた。

2016授業アンケート回答から

授業で役に立った内容は？

- ・更に踏み込んだ電磁気学の世界を学ぶことが出来たこと。
- ・電磁気学を基礎から発展までまんべんなく学ぶことができて良かった。
すべての項目について言えることだが、ベクトル解析を1から復習するいい機会になった。
- ・高校で少しだけ聞いたことのあるBrewster角について、詳しくできたことがうれしかった。また、去年の電磁気の復習のような内容が結構あり、去年は理解できなかったことが今年の授業でようやく繋がって理解できたことがとても良かった。
- ・物質中の光の速度、完全導体中の電磁場、同軸ケーブルについて、遅延ポテンシャル、電磁力学と相対論、シンクロトン輻射
- ・電磁気学1.2より更に高度な内容で正直表面的な理解に終わってしまったように感じる。インピーダンスや力学振動子、電気双極子など所々で聞いたことあるものをヒントに少しずつであるが発展的な内容も理解できた部分もある。スライドがとてもわかりやすく、授業に参加する前に予習としてみることはできたが、どうしても完全に理解するには至らなかった。難しかったです。

よかった点: 2017授業アンケート回答から

- ・幅広い分野をカバーしていたこと。考えさせられる授業であったこと。
- ・楽しそうにお話ししていたところ。
- ・穴埋め教材でノートとるのに手間をかけず集中して講義が聞けた
- ・数式いじりにとどまらず、一貫して物理的な意味の解釈にも重きを置いていたこと。
- ・授業資料が充実していました。どの資料もGriffithsを読む際の補足となっていたので、Griffithsの内容をよく理解することができました。
- ・広く深く扱うので、多くの物理現象について学べる(それがあってということを知れる)のは良いと思う。特に、徳永先生の興味がある疑問は確かにと思うことが多かった。楽しそうに教えてくれるので、こちらもやろうという気持ちになった。
- ・試験出題の問題群の問題が良問だと思う。

改善してほしい点:

- ・良かった点でもあるが、広く深く扱う分、展開が速く追いつけないので、授業だけではほとんど理解できない。真面目に、全てのことを学ぼうとすると1コマにつき2~3コマ分の勉強が必要のように思う。
- ・時々なにを言っているのか理解できませんでした。
- ・講義資料をもっとわかりやすくまとめてほしい。

2017授業アンケート回答から

改善してほしい点:

- ・そもそもが**難しすぎる**。電磁気学2との間に**大きな隔絶**があるように感じた。隙間を埋める何かしてほしい。。
- ・教科書が英語なので読むのに時間がかかりました(実際、電磁気学3の範囲をすべて読むのに累計で80時間以上はかかっています)。正直、Griffithsを読んでいない状態でこの授業を受けても意味がないと思いました。
- ・授業スピードがはやすぎる。
- ・教授の板書の質を高めてほしいことと、数式の羅列のスライドを作ることをやめてほしいです。
- ・話題が多方面にわたるため、明快な動機づけ・目標設定がないと道を見失いがち。

授業で役に立った内容は？

- ・電磁気学3の内容で最も理解できて嬉しかったのは輻射の範囲である。高校や大学一年の時に前期量子論を学んだ際、加速する電荷が電磁波を放射してエネルギーを失う理由が理解できなかったが、今回の授業で理解することができた。
- ・マクスウェル方程式の電磁波への応用の部分がとても物理的に美しかった。
- ・身の回りの現象に電磁気学が深くかかわっていることが分かった。

2013年度成績

109 名受験、80名合格

S 20人 A 23人

2014年度成績

97名受験、70名合格

S 7人 A 15人

2015年度成績

98名受験、81名合格

S 3人 A 26人

2016年度成績

99名受験、79名合格

S 2人 A14人

2017年度成績

81名受験、68名合格

S 11人 A23人

質問(光と物質の相互作用)

なぜ吸収、屈折、反射、散乱が起こるのか？

空が青く、雲が白いのはなぜ？

透明な物質が1より大きい屈折率を持つのはなぜ？

なぜ色により屈折率に違いが出るのか？

ホイヘンスの原理:なぜ後退波が存在しないか？

吸収の強さは何で決まる？

分子構造から分子の吸収スペクトルを予測できるか？

半波長ダイポールアンテナとは？携帯電話はどうなっている？

真空のインピーダンスとは？

レーザー光はどのように発生する？普通の発光とどのように違う？

質問

なぜ磁場というものが存在するのか？ 点磁荷がないのに。
点電荷しかない世界なら電場だけでよいのではないか？

そもそもなぜ電磁場というものがこの世に存在するのだろう

電磁波の放射に必要な条件はなにか？それはなぜなのか？
根本原理を問う

光の輻射圧とは？ その原理は？ 勾配力とは？

通信・放送の原理は？

なぜ光通信が大容量データ通信に有利なのか？

二酸化炭素、水蒸気が温室効果ガスなのはなぜ？

植物が緑なのはなぜ？

質問

量子力学では光子の吸収により電子が基底状態から励起状態へ不連続に遷移する。

古典的には電磁波が物質中の電子を振動させることにより電磁波の吸収が起こる。

この2つの描像の関係は？

光学顕微鏡の空間分解能が光の波長で制限されるのはなぜだろうか？
光を使った回折限界を超える超解像とは？

近接場光とは何か？近接場光を使った超解像とは？

光を止めることができる？これはどういう性質の光なのだろう？

ホログラフィーと写真の違いは何か？

2次元のホログラムから3次元像が再生される？

高校物理の教科書

物理II

ラザフォードの原子模型には、重大な難点があった。
従来の電磁波の理論では、原子核のまわりを回転する電子は電磁波を放射し、エネルギーを失って電子の軌道半径は小さくなり続けるので、この模型は安定な原子を表せない。

ボーアは、...これらの難点を解決した。

通信

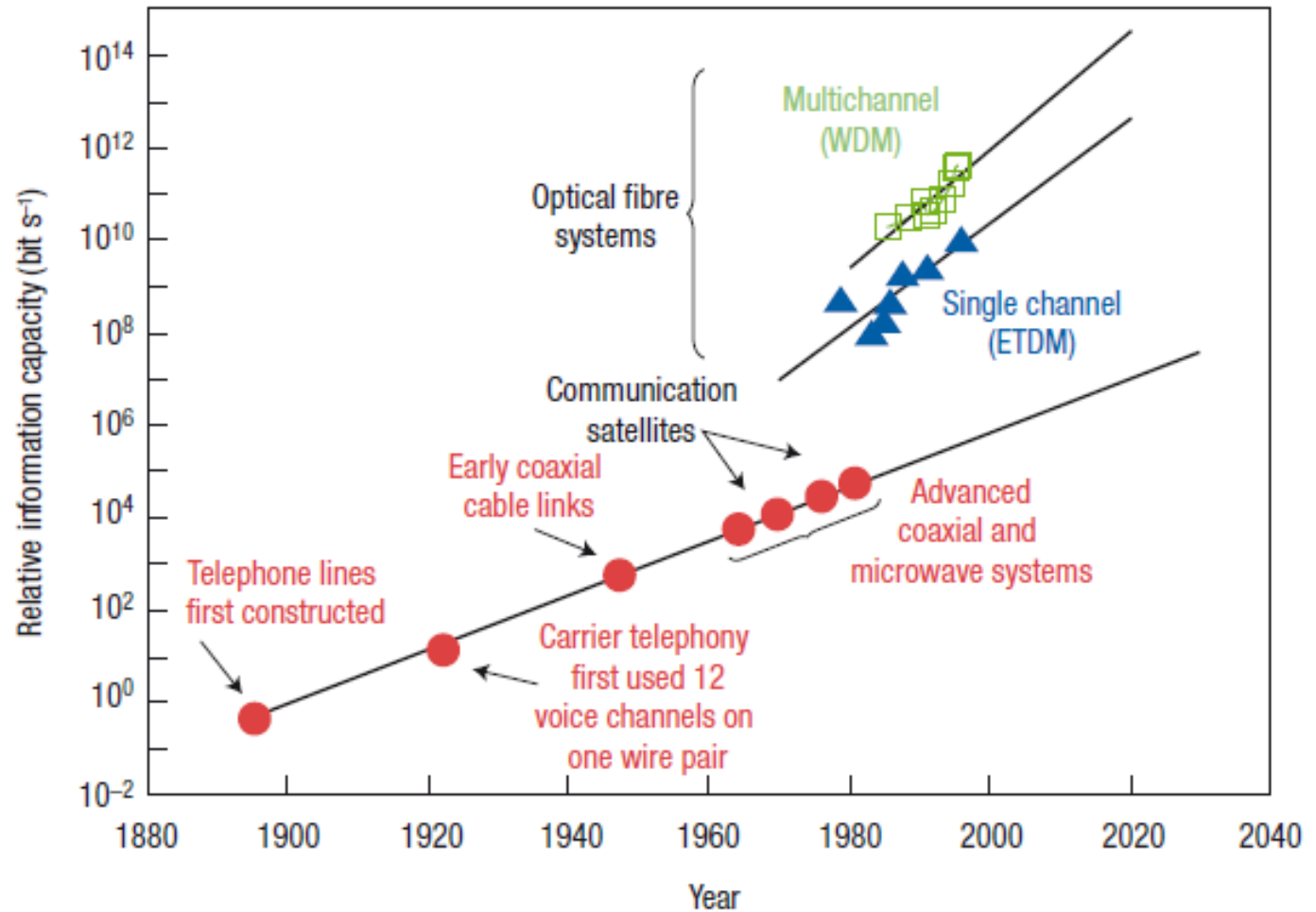


Figure 1 Trend in the information-carrying capacity of a single line (wire or optical fibre) with time and technology. (WDM: wavelength-division multiplexing; ETDM: electronic time-division multiplexing). Reproduced with permission from Kimerling, L. C. *Opt. Photon. News* 9, 19 (1998). Copyright (1998) OSA.

NTT、光ファイバ1本で

2010年3月25日

世界最大容量69テラビット伝送に成功

日本電信電話（NTT）は25日、1本の光ファイバに、世界最大となる毎秒**69.1テラビット（Tb/s）の大容量データを240km伝送**させることに成功したと発表した。

NTTの未来ねっと研究所では、これまでに1本の光ファイバで13.5Tb/sの大容量信号を7,000km以上伝送させるなどに成功していた。今回は、**1波長171Gb/sの信号を432波長多重**させることで実現したもので、これまでの光伝送容量の世界記録となっていた32Tb/sを2倍以上更新したという。なおこの成果は米国時間同日に開催される「OFC/NFOEC 2010」にて論文発表される予定。

送信部では**16QAM変調方式と偏波多重方式**を組み合わせ、1チャンネル（波長）あたり171Gb/sの信号を生成し、周波数利用効率向上を実現した。受信部では**コヒーレント受信**とデジ

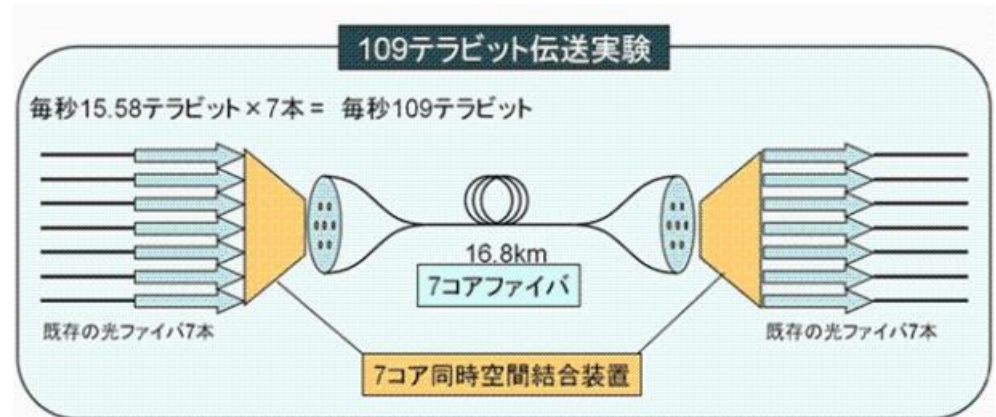
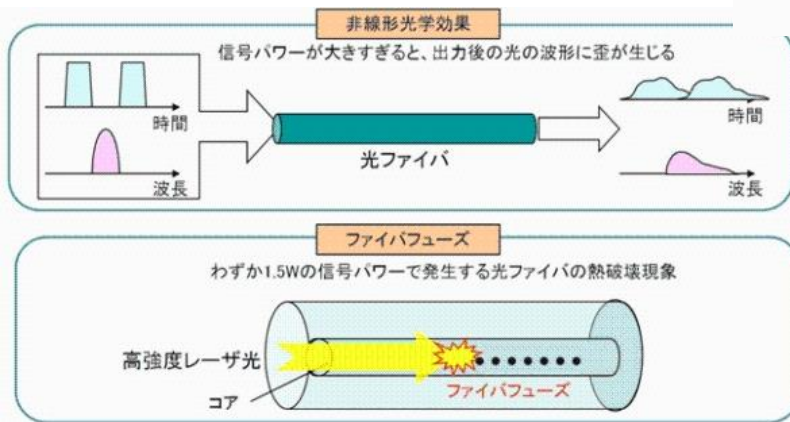
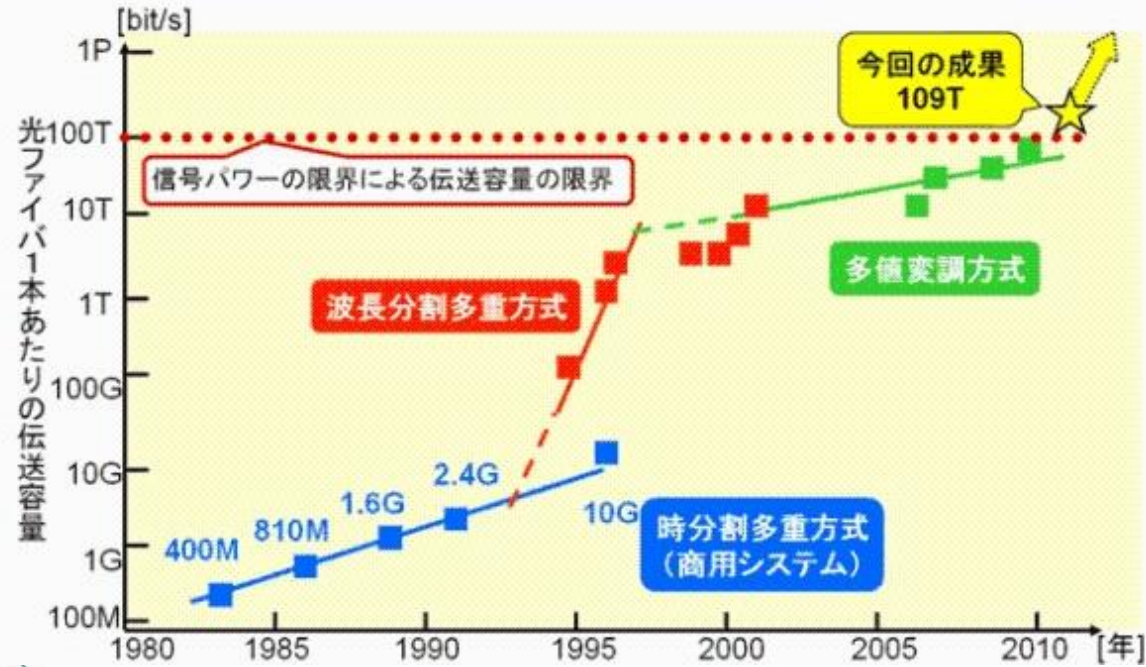
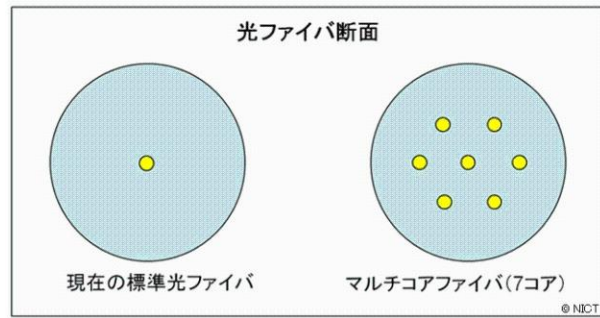
タル信号処理技術を用い、余分なオーバーヘッド信号が不要な**新規復調アルゴリズム**を実現した。コヒーレント受信は従来のNRZ信号の直接受信に比べて受信感度が3dB以上向上するという。16QAM信号を復調するために、新規のアルゴリズムを用いて余分なオーバーヘッド信号が不要なパイロットレス処理を行ったとのこと。そして中継部では、C帯と拡張L帯を組み合わせた10.8THz(従来の1.35倍)の増幅幅を有する**超広帯域光増幅技術**を用い、69.1Tb/s信号光を240km伝送させた。

NTTのフォトニクス研究所では、未来ねっと研究所と連携して**QAM変調器**、**波長可変光源**ならびにコヒーレント受信用回路を開発。**光変調器**には**平面型光集積回路**と**ニオブ酸リチウム(LN)変調器**をハイブリッド実装したPLC-LN変調器を用い、1台の変調器で16QAM信号を安定に発生させているという。

今回開発された技術を用いることで、1波長100Gb/sを超えるシリアル信号を多数波重多重した大容量信号を基幹光ネットワークで高信頼に伝送することが可能となる見込みだ。これに

光ファイバ1本の伝送容量109Tbpsの 世界記録を樹立

情報通信研究機構(NICT) 2011年3月10日

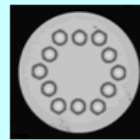


1Pbps、50kmの世界最大容量光伝送に成功 ～光ファイバ1本でハイビジョン映画 約5000本分を 1秒で伝送可能に～

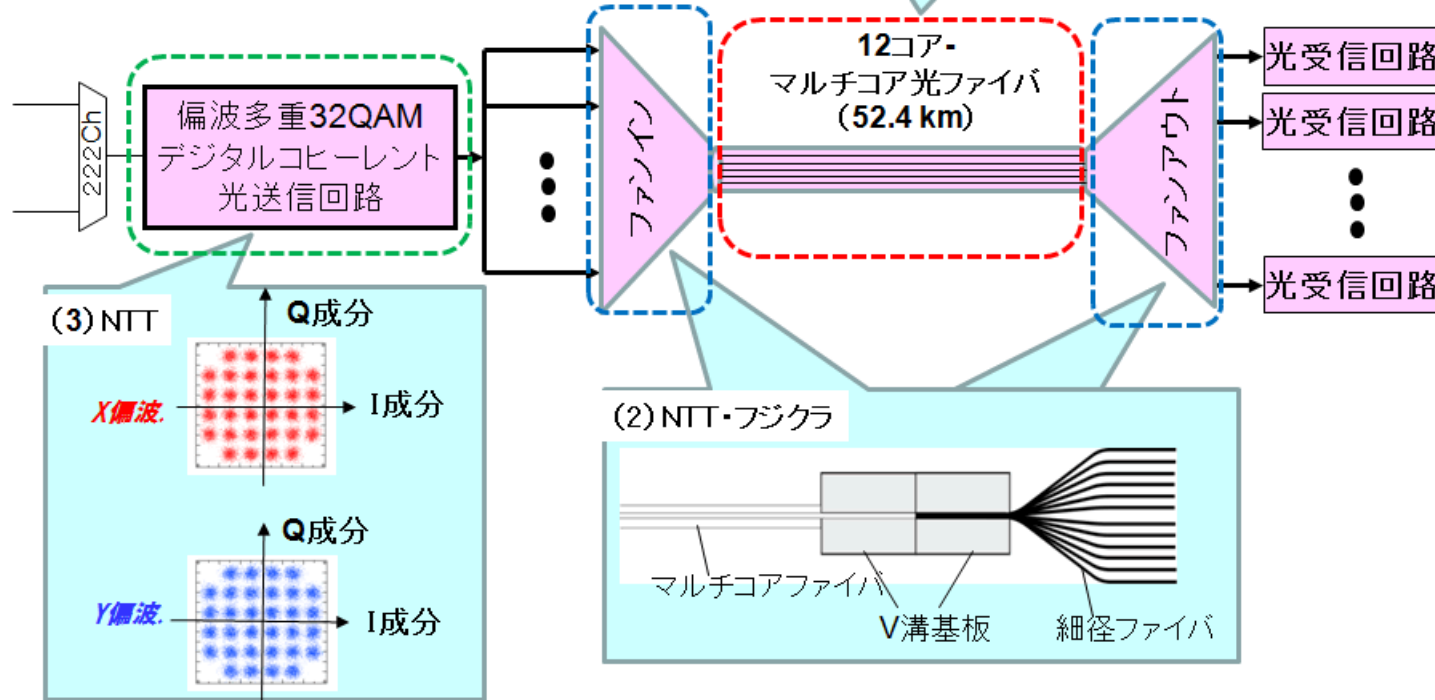
NTT、フジクラ、北大、デンマーク工科大 2012年9月20日

デンマーク工科大学(盛岡教授)
: 空間多重の提唱・拡張性

(1) NTT・フジクラ・北大



12コアファイバー



容量距離積「1エクサ」突破に成功、世界最大

容量の光ファイバ伝送実験

2013年9月25日

KDDI研と古河電工は、大洋横断光ファイバ伝送において、世界最大となる**毎秒140テラビット**の超大容量信号を約**7300km**伝送することに成功したことを発表した。この距離は、東京ーブリスベン間、ニューヨークーローマ間の距離に相当する。

毎秒140テラビットは、ハイビジョン映像2時間分を、1秒で700本分転送可能な速度となる。また、この実験において、伝送容量と伝送距離の積で示す**伝送性能指数「容量距離積」**が、世界で初めて、**1エクサ (Exa :1京の100倍、10の18乗) ビット**を突破したという。毎秒100テラビットを超える大容量伝送実験が、「マルチコアファイバ」を用いて実施されているが、伝送システムの性能指数である「容量距離積」は、毎秒0.7エクサビット・キロメートル程度までしか実現できていなかった。

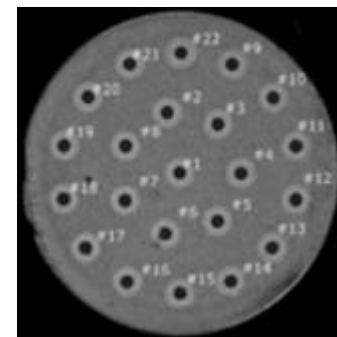
コア間の信号の干渉を十分に抑えることで長距離中継伝送を可能とする7コア光ファイバと7コア光増幅器を共同開発。さらに、新たな信号処理技術を導入し、従来と比較して伝送効率を2倍に向上することに成功。この成果は、**商用化されている毎秒100ギガビット波長多重伝送システム** (伝送容量約毎秒9テラビット、伝送距離約1,500km) と比較すると、**伝送容量では約15倍、容量距離積では約70倍向上**。

光ファイバの最大伝送容量の世界記録を更新、

2.15ペタビット毎秒を達成 2015年10月1日

NICT(情報通信研究機構)は、住友電工、RAM Photonics, LLCと共同で、従来世界記録であった光ファイバ1本あたりの伝送容量を2倍以上に更新し、**2.15ペタビット毎秒**の光信号の送受信実験に成功。光ファイバ1本当たりの伝送容量を拡大する次世代技術として、新型光ファイバが世界的に研究されている中、今回、品質が均一で長距離伝送に好適な同種コア型のシングルモード22コアファイバと波長多重光を一括で生成可能な**高精度光コム光源**を用いて、30km伝送を実証。

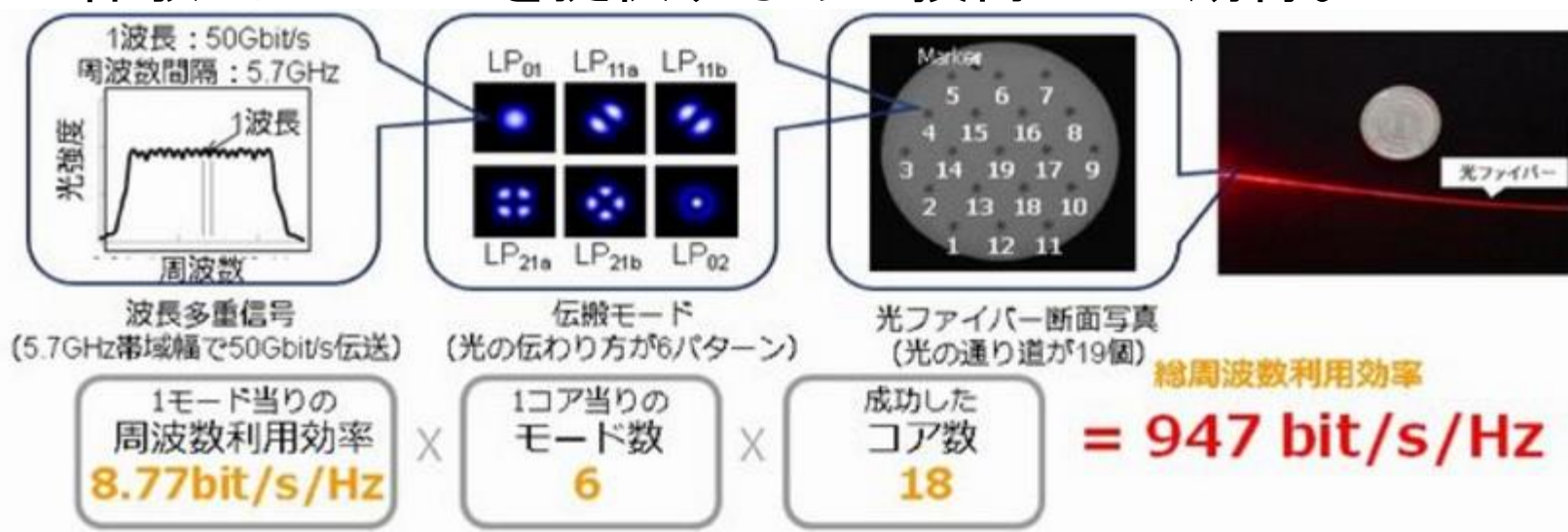
光伝送システムでの利用が期待されている高精度光コム光源を採用した今回の実験により、将来の大規模デジタルコヒーレント光ネットワーク実現の可能性。なお、本論文は、第41回欧州光通信国際会議(ECOC2015)にて高い評価を得て、最優秀ホットトピック論文として採択。



世界最高周波数利用効率を達成した光ファイバーの伝送容量拡大技術の実証に成功

2016年10月14日

株式会社KDDI 総合研究所は、光ファイバー通信の伝送容量を拡大するために必要となる周波数利用効率を著しく向上する技術を開発し、周波数利用効率947bit/s/Hzという、これまでの記録を2倍に更新する伝送実験に成功。これは、4Gモバイル通信で用いられているLTEの約60倍の周波数利用効率。5G時代には、無線技術だけでなく、それを支えるネットワーク技術や光ファイバー伝送技術の革新も不可欠。この技術は、より低遅延で高速な5G以降のモバイル通信システムを支え、“新しい体験・サービス”を提供するキー技術として期待。



光学

光とは何か？光速はいくらか？

精密な物理学として最も古い歴史

幾何光学

波動光学(干渉・回折)

電磁気学

光＝電磁波

量子力学、特殊相対性理論 を生む原動力

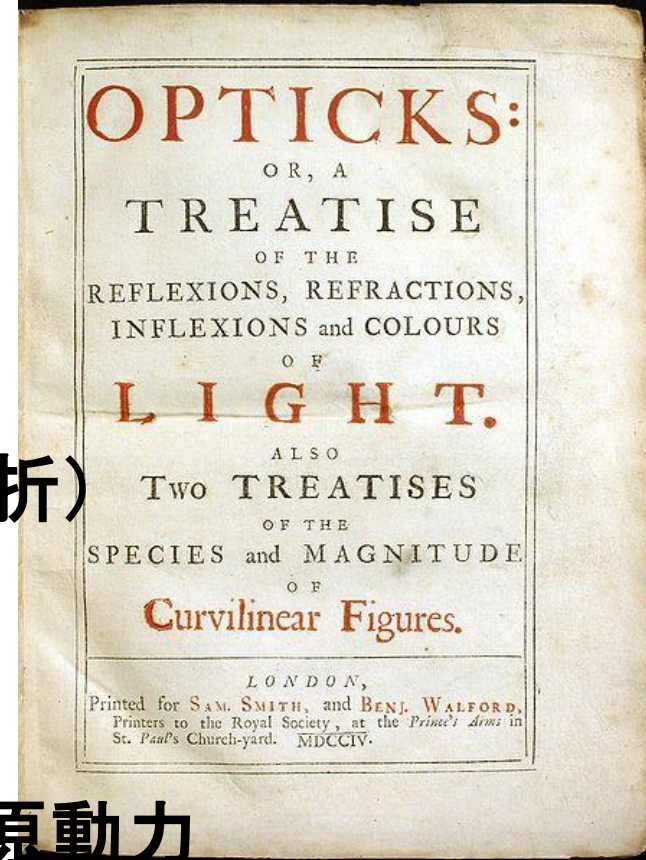
光＝光子

レーザーの発明

非線形光学

量子光学

日進月歩



ニュートン
光学 1704

ノーベル物理学賞

2017 **ワイス,バリッシュ,ソーン** LIGO検出器および重力波観測

2014 **赤崎勇 天野浩 中村修二** 青色発光ダイオードの発明

(化学賞)2014 **ベツィツヒ、ヘル、モーナー**

超高解像度蛍光顕微鏡の開発

2012 **アロシュ、ワインランド** 光子／イオンの状態を操り、測る
実験手法(量子コンピュータの基礎)

2009 **カオ** 光ファイバー(の低損失化) (西澤潤一)
ボイル、スミス CCDの発明

2005 **グラウバー** 光の**コヒーレンス**の量子理論 (高橋秀俊)
ホール、ヘンシュ 光周波数コム技術を含むレーザー
ーを用いた精密分光

- 2001 コーネル、ケターレ、ワイマン 希薄なアルカリ原子
ガスでのボーズ アインシュタイン凝縮の実現
- 2000 アルフォーロフ、クレーマー 光エレクトロニクスに利用
(キルビー) される半導体ヘテロ構造の開発 (林 厳雄)
(化学賞) 1999 ズベイル 化学反応の遷移状態をめぐる
フェムト秒分光
- 1997 チュー、コーエン タヌジ、フィリップス
レーザーを用いて原子を極低温に冷却する技術
- 1989 デーメルト、パウル、ラムゼー 高精度原子分光法
- 1986 ルスカ 電子顕微鏡
ビーニツヒ、ローラー 走査型トンネル電子顕微鏡
- 1981 ブレンベルゲン、シャーロウ レーザー分光学
シーグバーン 高分解能光電子分光法
- 1971 ガボール ホログラフィーの発明

1966 カスレ 原子内のヘルツ波共鳴の光学的方法

1964 タウンズ、バソフ、プロホロフ メーザー、レーザーの発明

1958 チェレンコフ、タム、フランク チェレンコフ効果

1955 クッシュ 電子の磁気モーメントの研究
ラム 水素の微細構造のマイクロ波による測定

1953 ゼルニケ 位相差顕微鏡

1952 ブロッホ 核磁気共鳴吸収による原子核の
パーセル 磁気モーメントの測定

1944 ラビ 共鳴法による原子核の磁気モーメントの測定

1930 ラマン ラマン効果の発見

(化学賞) 1925 ジグモンディ コロイド溶液の研究
限外顕微鏡

1922 ボーア 原子の構造とその放射に関する研究

1921 アインシュタイン 光電効果の法則の発見

1919 シュタルク 陽極線のドップラー効果および
シュタルク効果の発見

1911 ウィーン 熱放射に関する法則の発見

1909 マルコーニ、ブラウン 無線電信の発達に対する貢献

1908 リップマン 光の干渉を利用した天然色写真

1907 マイケルソン 干渉計の考案とそれによる分光學

1902 ローレンツ、ゼーマン 放射に対する磁場の影響の研究

1901 レントゲン X線の発見

他にも

X線回折、コンプトン効果、X線分光学
エネルギー量子

シュタルク効果(分光学)

電波天文学、宇宙背景放射、X線天文学

2002 ニュートリノ天文学

小柴昌俊

2015 ニュートリノ振動

梶田隆章

カミオカンデ、スーパーカミオカンデ
光で検出 (Cherenkov放射を利用)

光の粒子性

光子1個の明るさとは？

1cm²あたり光子数

10μm × 10μm

快晴の日の地上

10¹⁸ /秒

10¹² /秒

満月の夜

10¹² /秒

10⁶ /秒

星明かりの下

10⁹ /秒

10³ /秒

素粒子

Fermion

Boson

γ	u	c	t
g	d	s	b
W	e	μ	τ
Z	ν_e	ν_μ	ν_τ

Quark

Lepton

H Higgs Boson

宇宙で最も多い素粒子は？

宇宙で最も多い素粒子＝光子

太陽が50億年で放出してきた光子数 $>10^{62}$ 個

太陽質量がすべて水素原子の静止質量による
としたときの 陽子数(電子数) 10^{57} 個

宇宙のバリオン－光子数比 $\frac{n_b}{n_\gamma} \sim 10^{-10}$

n_b : バリオン数密度

n_γ : 光子の数密度

Nature関連誌

Nature

Nature Physics

Nature Photonics（日本に編集部）

Nature Chemistry

Nature Nanotechnology

Nature Materials

Nature Geoscience

Nature Cell Biology

▪

▪

▪

Browse P

本日2016年4月13日

http://physics.aps.org/

Arti

20

N

V

F

S

L

R

T

S

R

T

S

R

T

S

R

T

S

R

T

S

R

T

S

R

T

S

R

T

S

Subject Area

- ☐ Optics (409)
- ☐ Atomic and Molecular Physics (346)
- ☐ Materials Science (282)
- ☐ Particles and Fields (264)
- ☐ Biological Physics (214)
- ☐ Nanophysics (198)
- ☐ Quantum Information (194)
- ☐ Astrophysics (181)
- ☐ Fluid Dynamics (166)

アメリカ物理学会

APS

4月16日

Atomic and Molecular Physics (279)

(219)

ds (204)

333)

Electronics (16)

cs (23)

s (119)

mics (32)

ed Materials (24)

y (46)

Optoelectronics (11)

465

☐ Optics (409)

☐ Optoelectronics (20)

☐ Photonics (36)

2012年4月16

Valid search terms in

Article Type

- Editorial (5)
- Viewpoint (358)
- Focus (752)
- Synopsis (621)
- Trends (21)

Subject

- Optics (256)
- Atomic and Molecular Physics (279)
- Materials Science (159)
- Particles and Fields (147)
- Nanophysics (133)

Subject Area

2017.4.12 本日

518

☐ Optics (451) ☐ Photonics (45) ☐ Optoelectronics (22)☐ Atomic and Molecular Physics (379)☐ Materials Science (299)☐ Particles and Fields (286)☐ Biological Physics (226)☐ Quantum Information (220)☐ Astrophysics (209)☐ Nanophysics (207)☐ Quantum Physics (194)☐ Fluid Dynamics (188)

<http://physics.aps.org/>

アメリカ物理学会

spotlighting exceptional research

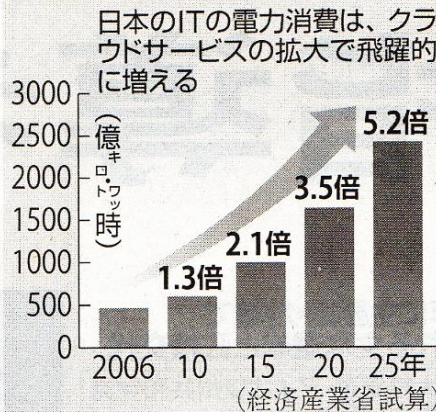
2018.4.11 本日

Subject Area

557
-18
=539

- ☐ Optics (483)
- ☐ Photonics (51)
- ☐ Optoelectronics (23)
- ☐ Atomic and Molecular Physics (422)
- ☐ Particles and Fields (320)
- ☐ Materials Science (316)
- ☐ Biological Physics (244)
- ☐ Astrophysics (239)
- ☐ Quantum Information (238)
- ☐ Nanophysics (214)
- ☐ Quantum Physics (213)

●光半導体を使った省エネイメージ

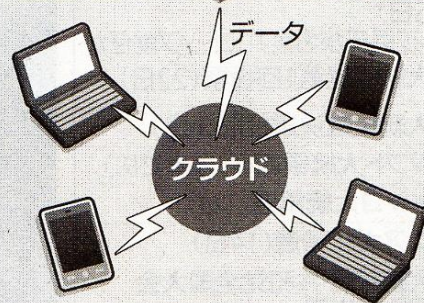


データセンター

データ量が増えたと消費電力が増える



光半導体を使うことで消費電力を削減



光半導体の使用でスマートフォンが高性能化

PCも高性能化

2012年1月1日 読売新聞朝刊

光配線活用、データ増

実用化されれば、データセンターに使われるサーバーの消費電力を約3割削減できる。熱の発生を抑えることもできるため、空調設備向けの電力も削減できる。

半導体は小型化と省電力化を目指した競争が続いているが、小型化するためには、回路の基板上に張り巡らされている配線を狭くし

日立製作所や富士通、NECなど電機大手が、現在の10分の1の消費電力で動く次世代半導体の共同開発に乗り出す。製品を小型化し、電力の消費量を減らしながら、やりとりできるデータの量は大幅に増える。2019年度の実用化を目標としている。クラウドサービスを提供するデータセンターやパソコンなどに使うことを想定している。

また、高速で省電力になるため、パソコン並みの処理速度を持つCPU(中央演算処理装置)をスマートフォン(高機能携帯電話)に載せることも可能になる。電池の持ちが2倍になるスマートフォンも実現できるといふ。

なければならぬ。現高速で信号を送るには、配線の間隔は1までしか狭くできない。

日立などは、デジ

日立・富士通などと共同で

消費電力1/10半導体開発

世界最高性能の半導体光変調器を開発

—従来比で光損失を10分の1に低減、変換効率5倍を達成—

2017年7月25日

ことにより、今後、電力消費の急増が予想されるサーバ等の電子機器の消費電力を大幅に削減します。

世界最高伝送密度の光送受信技術と高速省電力の光変調伝送技術を開発

—サーバーの処理速度の大幅な改善に大きく貢献—

2017年9月19日



消費電力：1/10
実装面積：1/100
配線密度：10倍

従来の1/10の超低消費エネルギー でデータ伝送可能なレーザの開発 に成功 2013/5/24

～マイクロプロセッサチップ内への光配線導入に大きく前進～

NTTは、毎秒10ギガビット(100億ビット)の信号を、世界で最も小さな消費エネルギーで伝送可能な超小型半導体レーザ(以下、LEAPレーザ)の開発に成功しました。1ビットのデータ転送に必要なエネルギーは従来の半導体レーザの1/10以下の5.5 フェムトジュールです。

この技術を利用して、現在は電気配線を用いているマイクロプロセッサ間やマイクロプロセッサ内のデータ転送を光配線に置き換えれば、サーバやルータなどのIT機器で大きな消費電力を使っているマイクロプロセッサの消費電力を4割程度削減できます。

本成果は、英国科学雑誌「Nature Photonics」のオンライン速報版で公開されます。

NTT、スパコンをパソコン大に 光配線技術開発 2014/2/24

NTTはスーパーコンピューターをパソコン並みに小さくする基礎技術を開発した。情報伝送の担い手をこれまでの電子から光に変える。10年後の実用化が目標という。研究成果を英科学誌ネイチャー・マテリアルズ(電子版)に掲載した。

半導体の中に、光が行き来する構造を作った。直径170ナノ(ナノは10億分の1)メートルの穴を整然と並べたシリコンの板のうえに、インジウムやリンでできた細線を置いた。

光で計算結果を高速でやり取りすれば、小型のパソコンでも、スパコン並みの計算速度が出せるという。光は電子と違って、熱を発生しない。冷却装置も省ける。最先端のスパコンは広大な敷地が必要になるくらい大きい。

マイクロ波送電

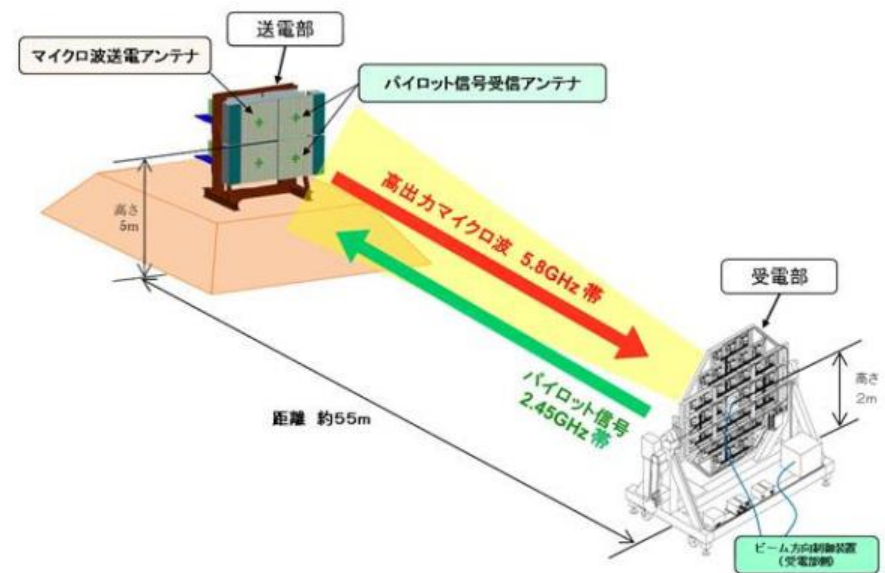
2015年3月10日

三菱重工、宇宙太陽光発電に向けたワイヤレス送電実証試験に成功。10kWを送電、500m先で受信

宇宙太陽光発電システム (宇宙空間に設置した太陽光パネルで発電した電力をレーザーやマイクロ波に変換して地上に送り、受電パネルで再び電力として取り出すシステム)の中核技術。

無線送電技術の課題のひとつは、マイクロ波ビームをいかに正確に受電ユニットへ届けるか。今回の試験においてマイクロ波を狙った場所にピンポイントで照射する「ビーム方向制御技術」を開発。

取り出せた電力は送電したうちの10% ほど。JAXA の実験でも1.8kWの電力を送電し、取り出した電力は300W前後。



電磁気学3の位置づけ

宇宙とは？
物質の究極の姿は？

高エネルギー(実験)物理学

様々な応用
情報、エネルギー
観測手段、運動量

量子光学

非線形光学

万物理論
素粒子論

レーザーの発明

ゲージ理論

量子電磁力学(QED)

光物性

光と物質との相互作用
が織り成す多彩な世界

物性論

電荷を持つ素粒子間の
力を媒介するgauge boson
である光子

量子力学

特殊相対論

なぜ電磁場が存在？

電磁力学(電磁波)

(静)電磁気学

分光学

光学、力学

光の利用

情報

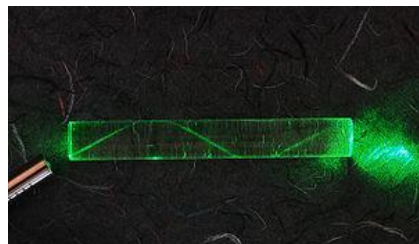
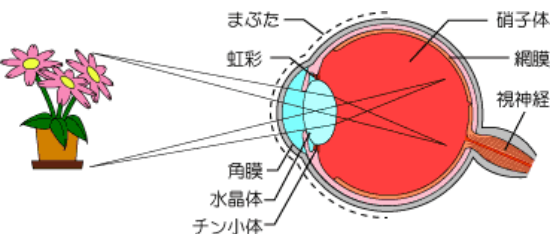
視覚

照明

光通信

光メモリ

量子情報処理



エネルギー

光合成

太陽電池

光触媒

運動量

光ピンセット

光冷却

宇宙ヨット



計測手段

分光測定

ニュートリノ検出

光トポグラフィー

20世紀は電子(electronics)の時代



21世紀は 光(photonics) の時代

実際は opto-electronics の時代

電子工学の土台の上に、光の本格的利用が始まっている

光の自由度とコヒーレンス

強度、振幅、光子数

周波数、位相

運動量(縦運動量)

角運動量(軌道角運動量、横運動量)

偏光(スピン角運動量)

電場、磁場

極端コヒーレンス 時間、周波数、空間、波数ベクトル

さらなる豊かな分野

非線形光学

量子光学

最近30年の革新技術

光-物質相互作用による光(物質)の制御

微小共振器パラトン

フォトニック結晶(ファイバー)

電磁誘起透明化

回折限界を超える

近接場分光

二光子顕微鏡

STED (Stimul. Emission Depletion) 顕微鏡

負の屈折率 超レンズ 透明マント

プラズモニクス 光誘起相転移

ボーズ・アインシュタイン凝縮

レーザー冷却、光トラップ、光格子

Optomechanics、トラクター(牽引)ビーム

シリコンレーザー、セラミックレーザー

太陽光励起レーザー、X線レーザー

マイクロチップレーザー、ナノレーザー

ファイバーレーザー、光流体(Optofluidics)

量子情報

スクイーズド光

量子コンピュータ

量子テレポーテーション

量子もつれ光子対

単一光子光源

光の新しい自由度

光の軌道角運動量

ベクトルビーム

補償光学

Opto Genetics

2次元分光

超短パルス技術

高次高調波

コヒーレント制御

光周波数標準 光コム

レーザー光による分子操作

テラヘルツパルス

アト秒パルス

レーザー航跡場加速

高エネルギー、素粒子物理

ブラックホール

光学測定は非接触で物質の電子状態がわかる強力な手段
科学技術の学術雑誌 50～70%以上が可視・紫外・赤外域の
分光測定を最終計測手段としている

(柴田和雄 日本分光学会 会長 1982)

天体物理学

観測の大半は電磁波スペクトル
を用いて行われている
(電波、赤外線、可視光、X線)

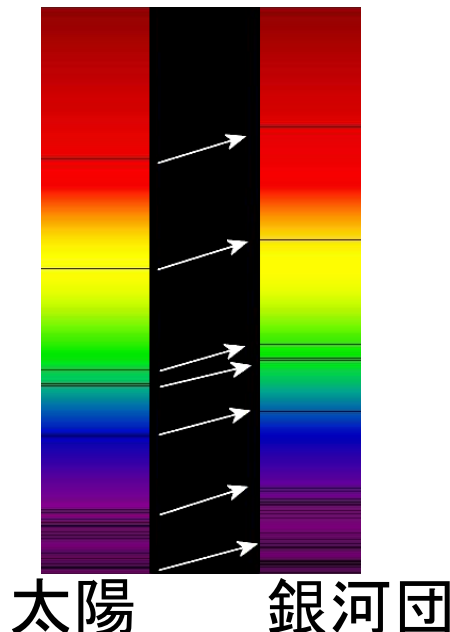
惑星の大気の成分

太陽・恒星の温度 (黒体輻射)

恒星や銀河、星雲などの化学組成

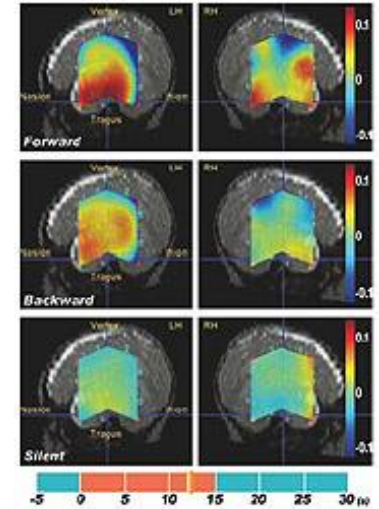
宇宙の膨張 赤方偏移

宇宙マイクロ波背景放射



黒体輻射の色

脳科学



750nm、850nmの近赤外線が
頭蓋骨を透過して脳内に
酸化ヘモグロ빈は750nmに、
還元ヘモグロ빈は850nmに
反応

毎年卒研ゼミでこの1年間の最新の
論文を5-6報読みますが

exciton-4

gravity-2

highlight

imaging superresolution-40

laser-8

LED-2

light propagation-2

nonlinear-5

optomechanics-7

photon-13

photonic crystal-4

photosynthesis-8

plasmon metamaterial-8

polariton-4

quantum computer-5

quantum information-11

quantum mechanics-4

radiation force-7

Raman-6

review-43

Si photonics-2

solar cell-6

spectroscopy-2

superconductor-4

THz-1

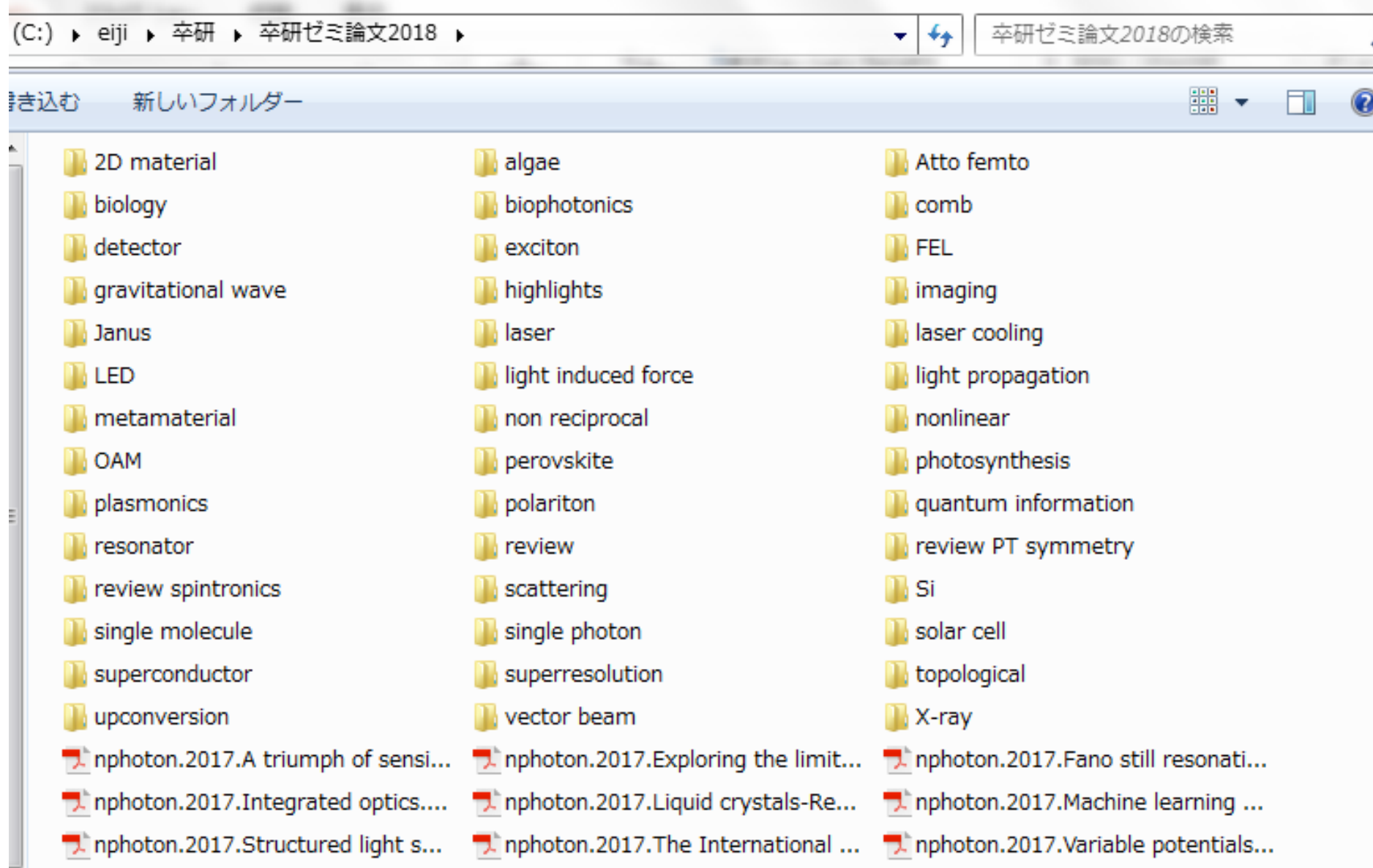
water split-9

Xray-6

2015年は～300報

2016年は～600報の論文をdownloadして選んだ

2018卒研 現在 約200報 収集中

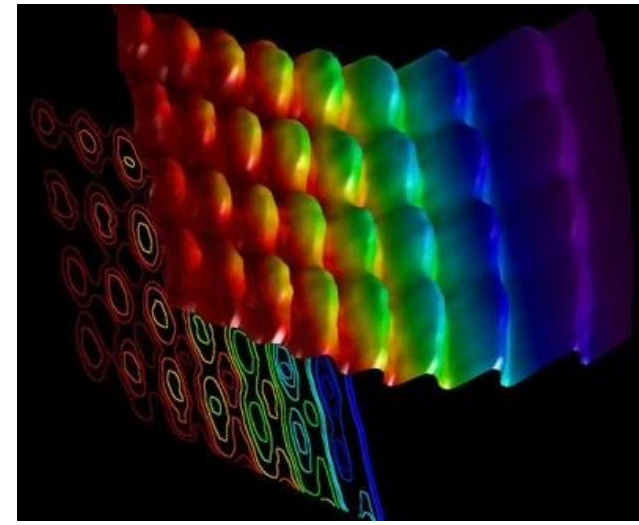


- 毎秒4.4兆フレームでシングルショット連続画像取得を行う動画カメラ

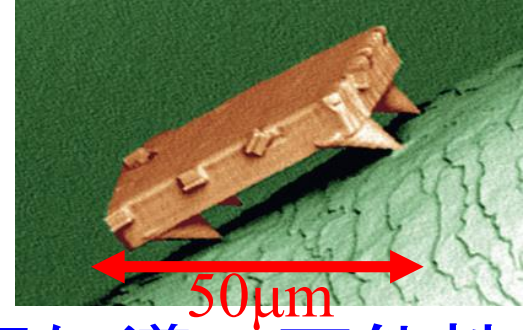
(最速の電子的なカメラ この $1/10^5$ 以下)

2015

- 単一光子の非線形光学効果(review)
- Perovskite太陽電池による12.3%効率の水分解
- 光子を N 個ずつの集団として放出するエミッター
- フォトニック結晶ファイバーによる深紫外から中赤外のsupercontinuum
- 3mmにわたって波長(630nm)以下のビーム径で伝播する反回折性ビーム (通常は $3\mu\text{m}$)
- 単一光子トランジスタ
- 室温電子注入ポラリトンレーザー
- 金属の過渡的励起子の観測
- 光の波動性と粒子性を同時に観測

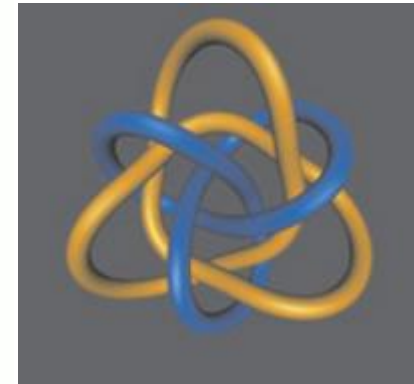
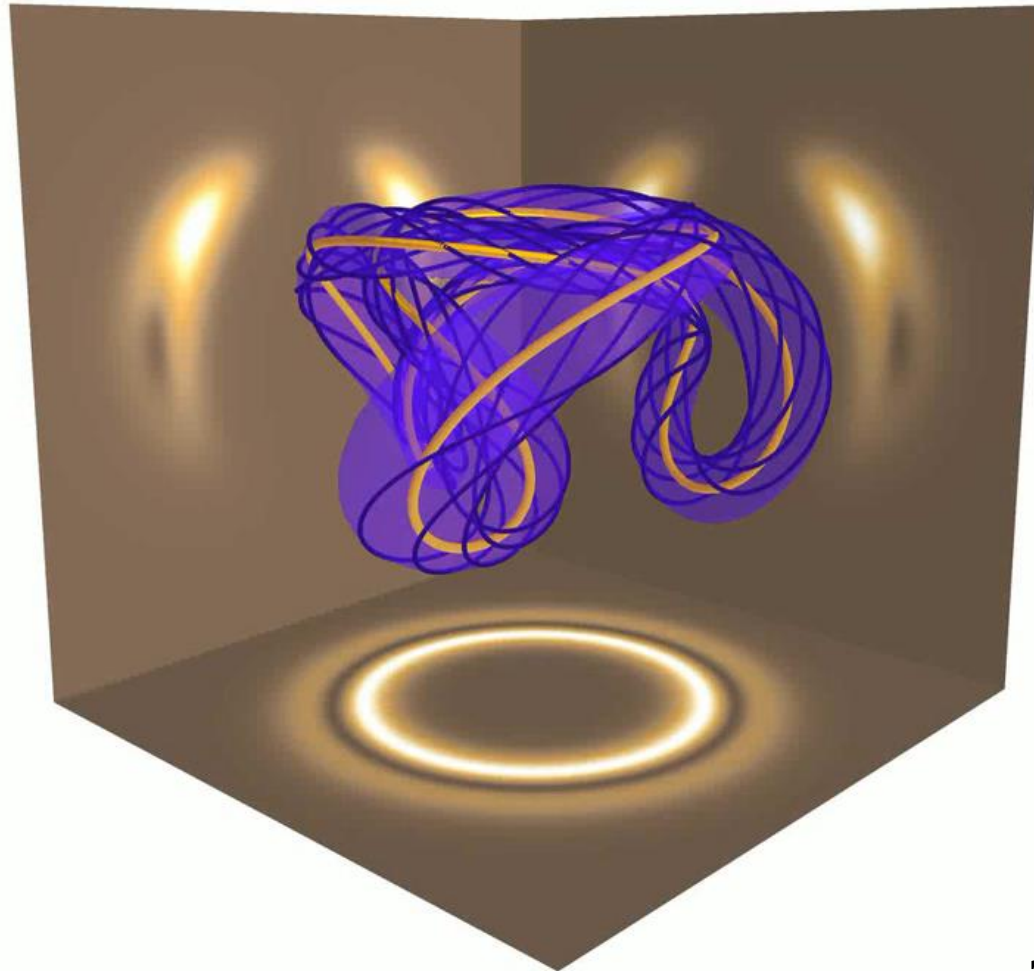


- ・2次元層状物質 光変調器
- ・光駆動マイクロロボット 2016
- ・ K_3C_{60} における高温での光誘起超伝導の可能性
- ・蛍光によらない単一分子検出、イメージング、分光
- ・完全再構成可能なフォトニック集積信号処理デバイス
- ・オンチップ・ゼロ屈折率メタマテリアル
- ・電氣的に駆動される光アンテナ
- ・可視光周波数で機能するハイパボリックメタ表面
- ・空間的なクラマース・クローニツヒの関係式と波の反射
- ・高次元の多光子エンタングルメント
- ・細胞内マイクロレーザー



結び目がある電磁波

Knotted exact solutions of Maxwell



2008 Nature Phys.

2013 Phys. Rev. Lett. Youtube

2018卒研で取り上げたい面白そうな論文

Photons couple like Cooper pairs

Diffraction-free space–time light sheets

Non-locality prevents reflection

Sorting photons via their Radial Quantum Number

Photonic Hat Trick (genuine three-photon interference)

Detecting Energy-Time Entanglement

Room-temperature ultrafast nonlinear spectroscopy of a single molecule

2017年度の卒研ゼミ

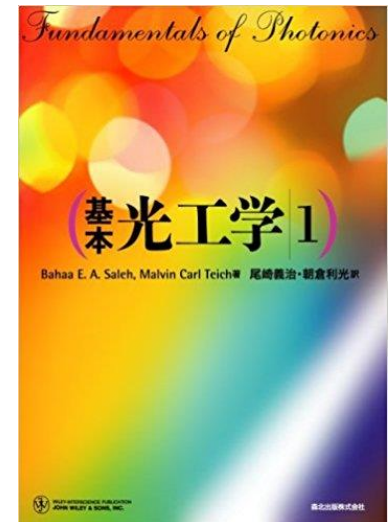
毎週土曜日 12:50-16:00 @843

HPトップに予定を掲示

光物理学の基礎

基本光工学1

- 川村 1 物質の中の光
- 櫻内 2 光の伝搬方程式 2017.4.15(土)
- 佐々木 3 応答関数と光学定数
- 鈴木 5 物質(金属以外)の光学応答 6 金属の光学応答
- 千万 光線光学
- 磯谷 波動光学
- 川村 ビーム光学
- 櫻内 フーリエ光学
- 佐々木 共振器光学
- 鈴木 統計光学
- 千万 光子光学



毎週土曜日12:50-16:00 @843
HPトップに予定を掲示

細胞の物理生物学

量子力学で生命の謎を解く

- ・ 岩瀬 第5章 生細胞における力学的・化学的平衡
- ・ 中野 第9章 塩を含む溶液の静電気学 2017.4.15(土)
- ・ 清水 第11章 生体膜—2次元の生命現象
- ・ 加藤 第12章 水の数理
- ・ 初田 第14章 混み合って無秩序な環境にある生命
- ・ 岩瀬 第16章 分子モーターのダイナミクス
- ・ 中野 第3章 生命のエンジン
- ・ 清水 第4章 量子のうなり
- ・ 加藤 第5章 ニモの家を探せ
- ・ 初田 第6章 チョウ、ショウジョウバエ、量子のコマドリ



2018年度の卒研ゼミ

毎週土曜日12:50-16:00 @222

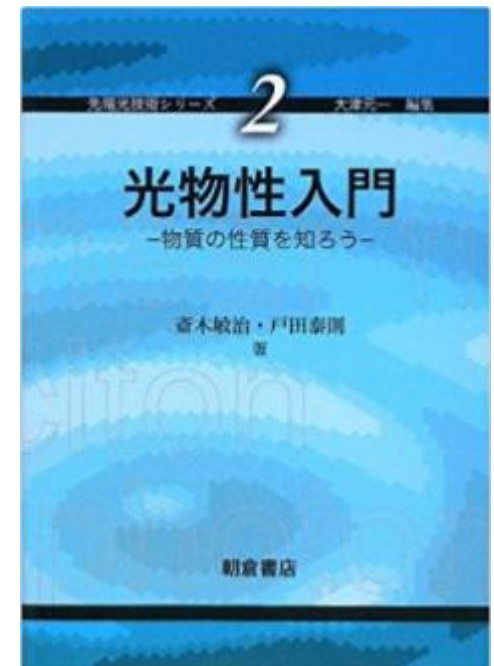
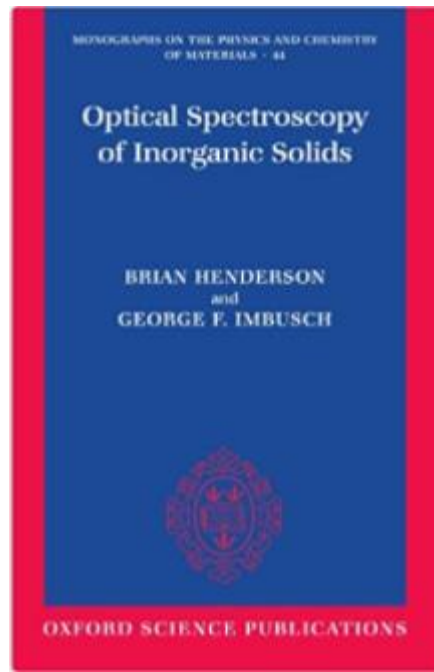
HPトップに予定を掲示

物理光学

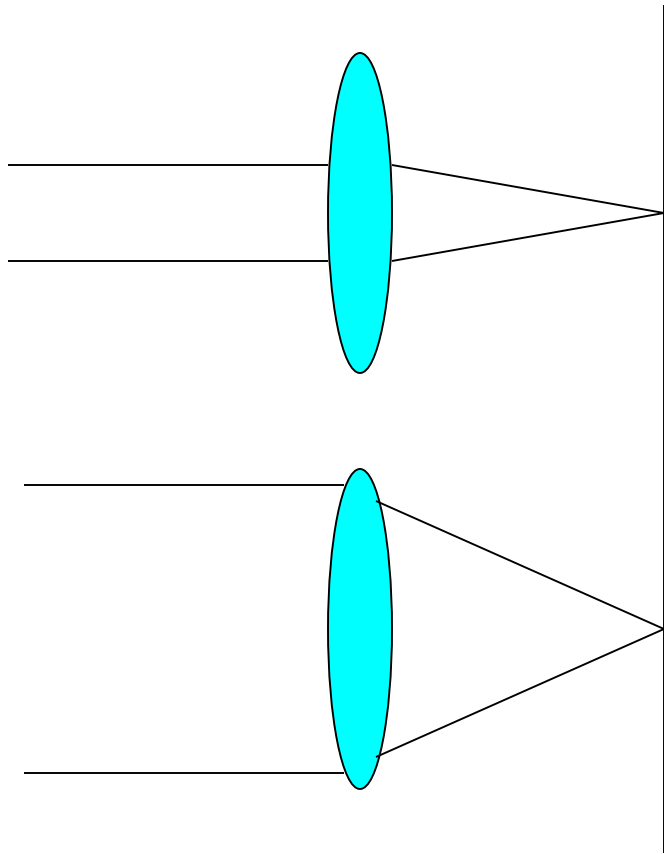
光物性入門

Optical Spectroscopy of Inorganic Solids

これからの光学



光学顕微鏡の空間分解能(回折限界) どちらがスポット径が小さい？

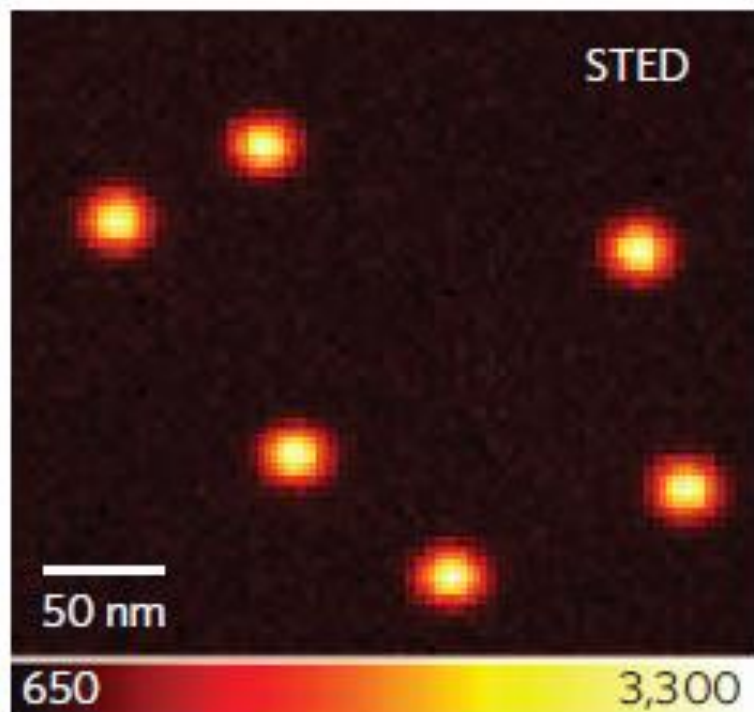


空間コヒーレンスの良い単色レーザー光
(理想的平面波)
ビーム径が異なる

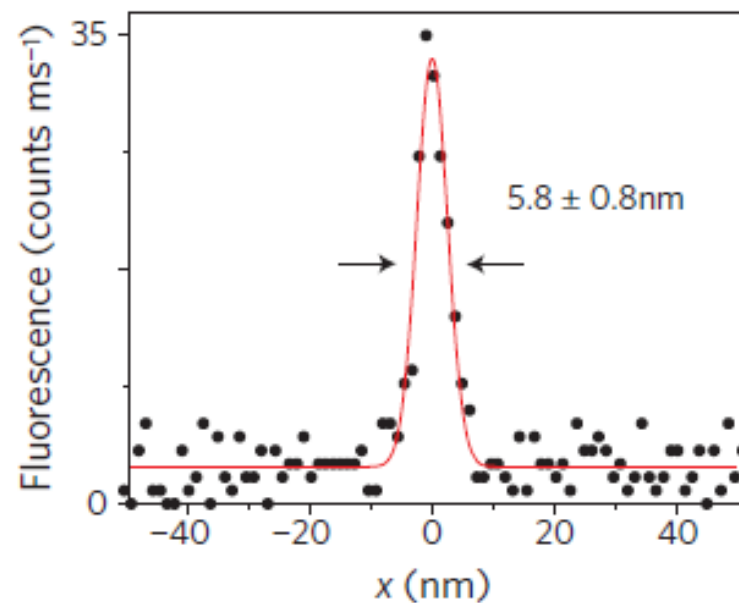
同じ焦点距離、
収差のない理想的レンズ
(顕微鏡対物レンズ)

回折限界を超える光学顕微鏡

Stimulated Emission Depletion Microscopy reveals nitrogen-vacancy centers in daiamond.



16nm空間分解能



2014 ノーベル化学賞

フェムト秒レーザー技術 大出力レーザーパルス

10^{15}W

高強度場 $10^{21}\text{W}/\text{cm}^2$

$E \sim 10^{14}\text{V}/\text{m}$

分子内電場 $10^{11} \sim 10^{12}\text{V}/\text{m}$

高エネルギーレーザー科学

レーザー核融合

レーザー加速器

宇宙物理

分子内、原子内電場

水素原子

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad r = 0.53\text{\AA}, q = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$$

$$E = 9.0 \times 10^9 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right] \times \frac{1.6 \times 10^{-19}}{(0.53 \times 10^{-10})^2} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

$$= \frac{9.0 \times 1.6}{0.53^2} \times 10^{10} \text{N/C}$$

$$= 5.1 \times 10^{11} \text{N/C} = 5.1 \times 10^{11} \text{V/m}$$

超短パルスの電場

最も普及している市販のフェムト秒増幅パルス

1 mJ, 100 fs, 1 kHz のとき、 10^{10} W

$0.1 \times 0.1 \text{ mm}^2$ に集光

$$10^{18} [\text{W/m}^2] = 10^{14} [\text{W/cm}^2] = \epsilon_0 E^2 c / 2$$

$$I = \epsilon_0 E^2 c / 2 [\text{W/m}^2]$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

$$E \sim 3 \times 10^{10} \text{ V/m}$$

分子内電場 $10^{11} \sim 10^{12} \text{ V/m}$

実験室で模擬ブラックホール

高出力レーザーで実現ー大阪大 2009年10月19日 [時事通信](#)

高出力のレーザーを使い、ブラックホール周辺で観測されている現象を実験室で発生させることに、大阪大などの国際共同研究チームが成功した。天文学の新たな研究手段として活用できるという(英科学誌ネイチャー・フィジックスの電子版)

阪大レーザーエネルギー学研究センターの藤岡慎介助教は「ブラックホール周辺の環境を地上につくり出すことができた。高出力レーザーを使うことで、将来はブラックホールそのものをつくれる可能性が出てきた」と話している。

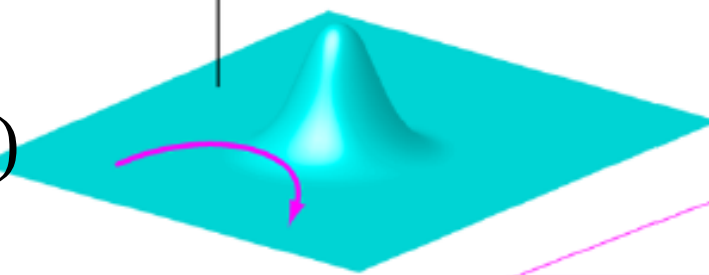
実験は阪大の大型レーザー「激光XII号」で実施。直径約2メートルの真空状態の容器の中で、直径0.5ミリのプラスチックに高出力のレーザーを照射し圧縮、ブラックホール周辺で観測される「光電離プラズマ」を発生させた。ここから放射されたX線は、天体観測で得たデータに近いという。

超短パルスレーザーfilamentからの Hawking輻射

PRL105,
203901(2010)

Analog
gravity

δn



$$kT = \hbar \alpha / 2\pi c$$
$$\alpha = -(c/\delta n) \partial \delta n / \partial r$$

非線形屈折率変化

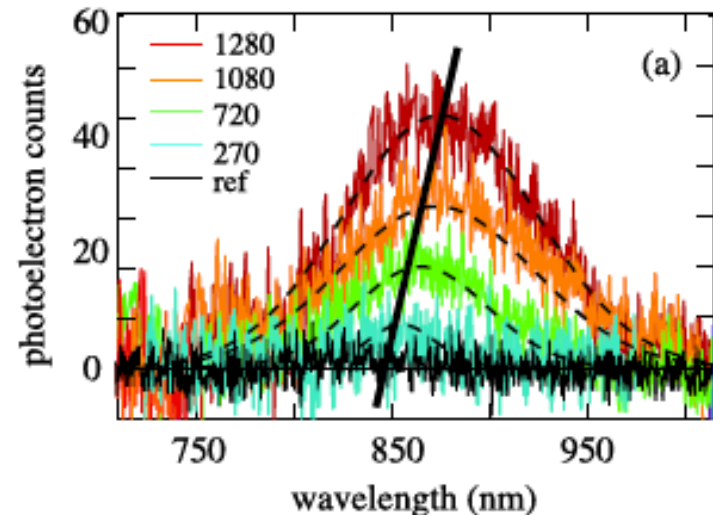
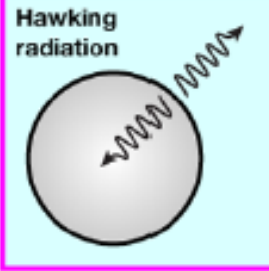
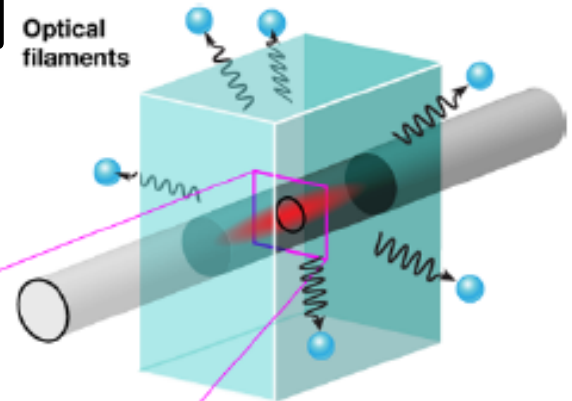
$$n = n_0 + n_2 I$$

模擬的 重力ポテンシャル

屈折率上昇による光速度減少

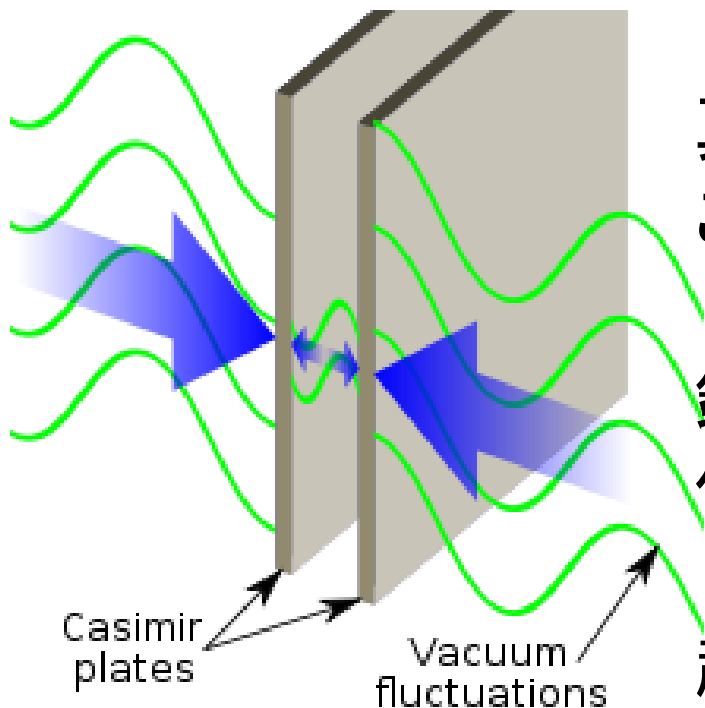
事象の地平面の形成

Optical
filaments



Shaking photons out of the vacuum

動のカシミール効果 Nature 479, 376 (2011)



真空:粒子が生成と消滅を繰り返す
ごく短い時間しか存在しない仮想粒子

鏡を光速に近い速さで動かせば
仮想光子が実光子に

超伝導回路を利用してこの原理により
マイクロ波の光子を発生

鏡(完全導体)による電磁波の反射:

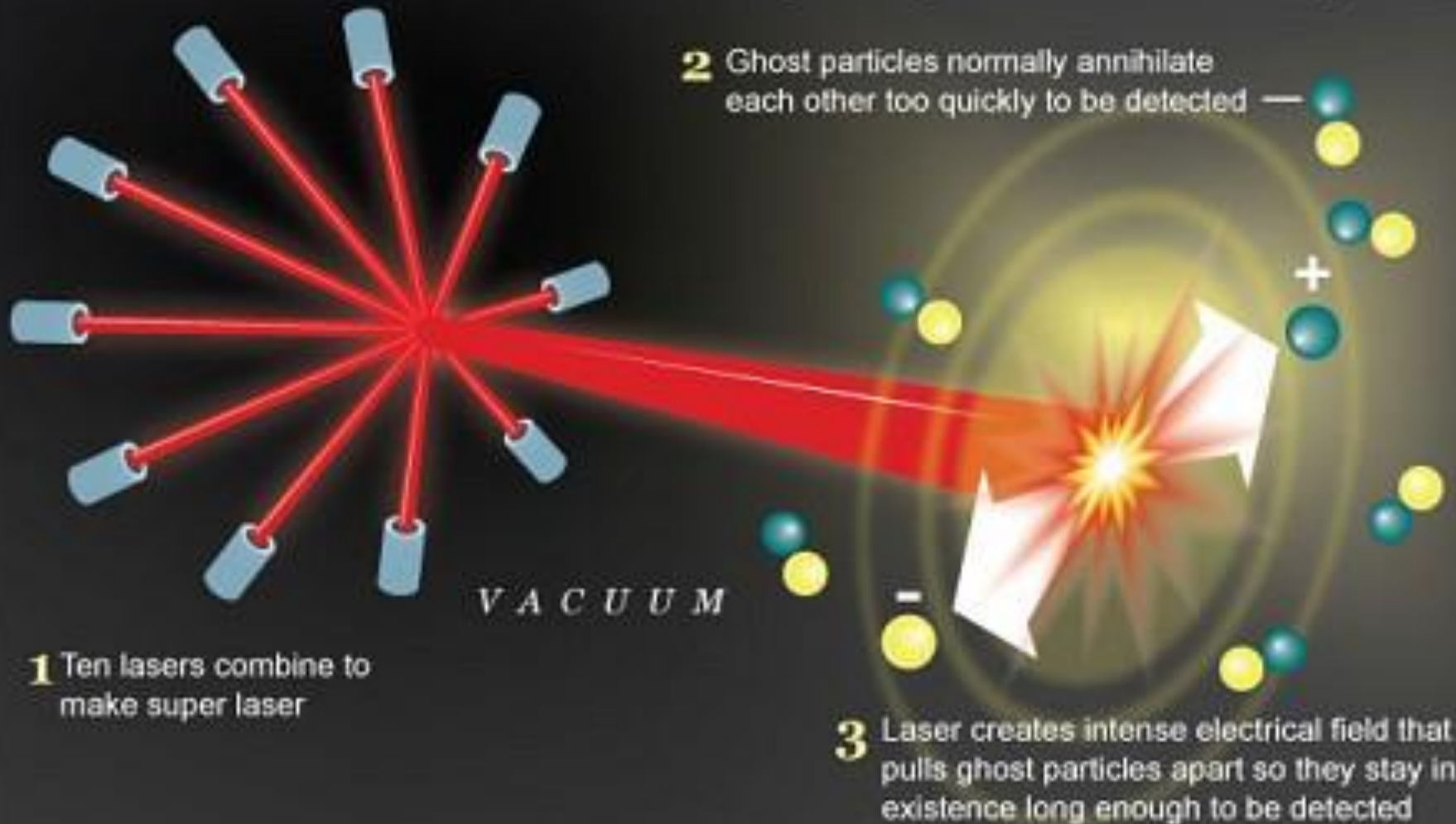
界面で電場が節、磁場が腹の境界条件:鏡の表面に遮蔽電流
真空のゆらぎによって生成される遮蔽電流が加速して電磁放射

高エネルギー物理学

真空中での非線形光学効果

by Richard Gray

World's most powerful laser will pull apart vacuum of space



Schwinger limit

Wiki

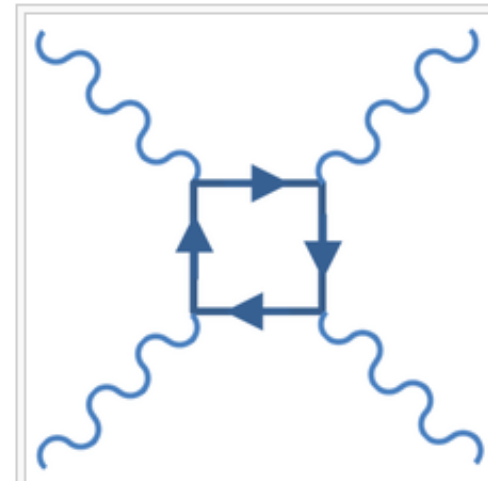
From Wikipedia, the free encyclopedia

In [quantum electrodynamics](#) (QED), the **Schwinger limit** is a scale above which the [electromagnetic field](#) is expected to become [nonlinear](#). The limit was first derived in one of QED's earliest theoretical successes by [Fritz Sauter](#) in 1931^[1] and discussed further by [Werner Heisenberg](#) and his student Hans Euler.^[2] The limit, however, is commonly named in the literature^[3] for [Julian Schwinger](#), who derived the leading nonlinear corrections to the fields and calculated the production rate of electron-positron pairs in a strong electric field.^[4] The limit is typically reported as a maximum [electric field](#) before nonlinearity for the vacuum of

$$E_S = \frac{m_e^2 c^3}{q_e \hbar} \simeq 1.3 \times 10^{18} \text{ V/m},$$

where m_e is the mass of the [electron](#), c is the [speed of light](#) in vacuum, q_e is the [elementary charge](#), and $\hbar$ is the reduced [Planck constant](#).

In a vacuum, the classical [Maxwell's equations](#) are perfectly [linear differential equations](#). This implies – by the [superposition principle](#) – that the sum of any two solutions to Maxwell's equations is yet another solution to Maxwell's equations. For example, two beams of light pointed toward each other should simply add together their electric fields and pass right through each other. Thus Maxwell's equations predict the impossibility of any but trivial [elastic](#) photon-photon scattering. In QED, however, non-elastic photon-photon scattering becomes possible when the combined energy is large enough to create [virtual electron-positron pairs](#) spontaneously, illustrated by the [Feynman diagram](#) in the figure on the right.



A [Feynman diagram](#) (*box diagram*) for  photon-photon scattering; one photon scatters from the transient [vacuum charge fluctuations](#) of the other

J. Schwinger, "On Gauge Invariance and Vacuum Polarization", *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).

フェムト秒からアト秒へ

10^{-15} s

10^{-18} s

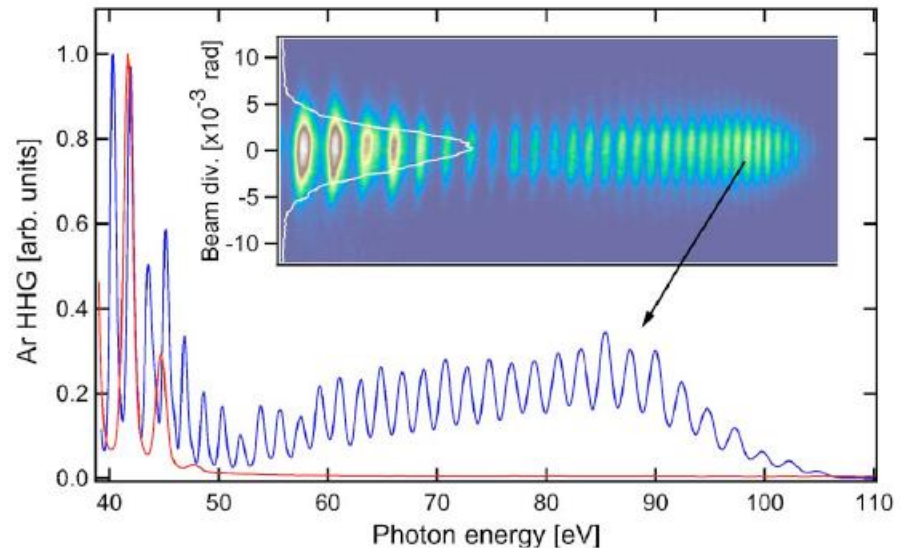
可視光からX線へ

希ガス中で高次高調波パルス発生

APL93, 041111(2008)

>100th harmonics

奇数次のみ



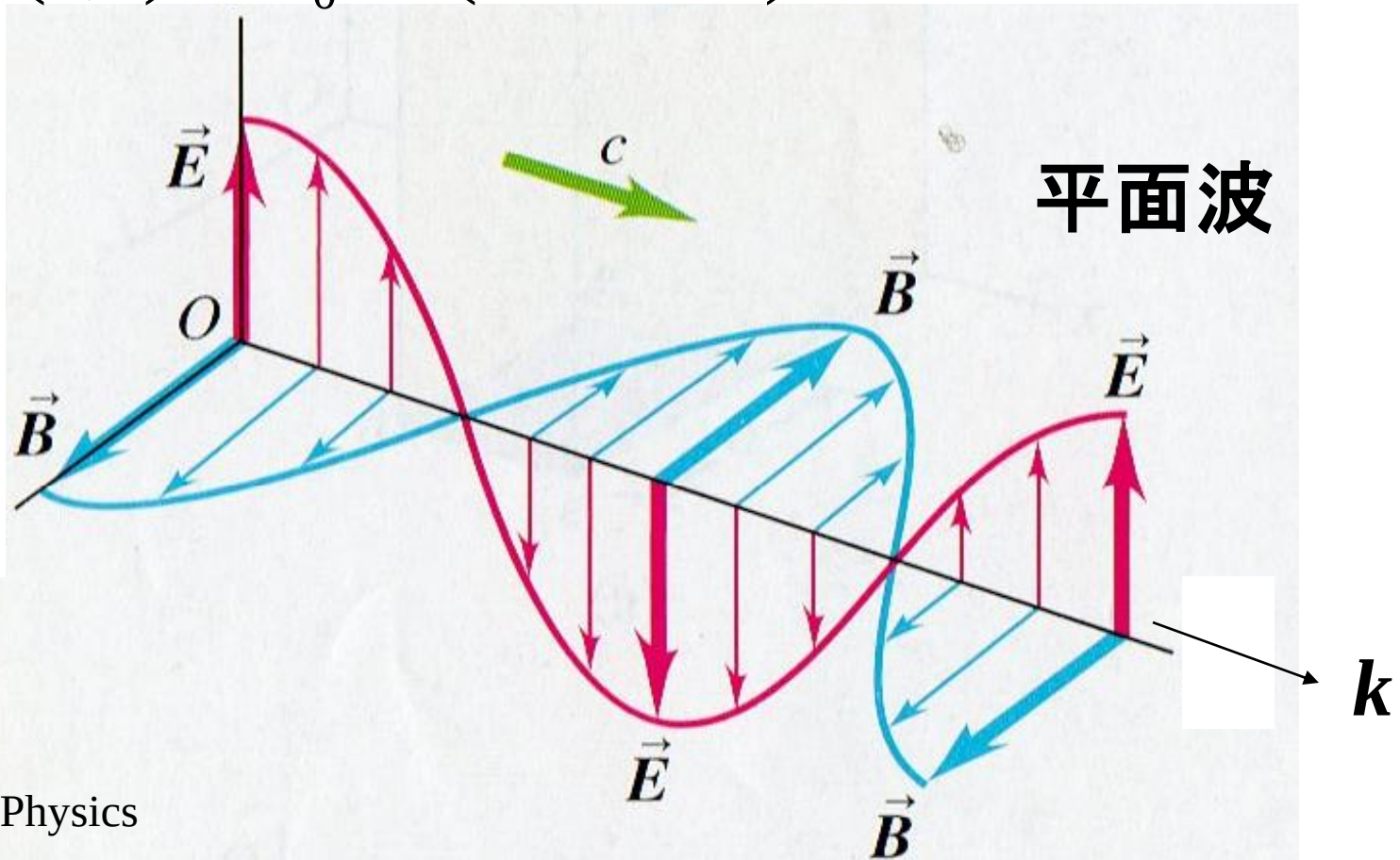
アト秒時間分解X線ホログラフィー

結晶格子の高速の構造変化の3次元イメージ

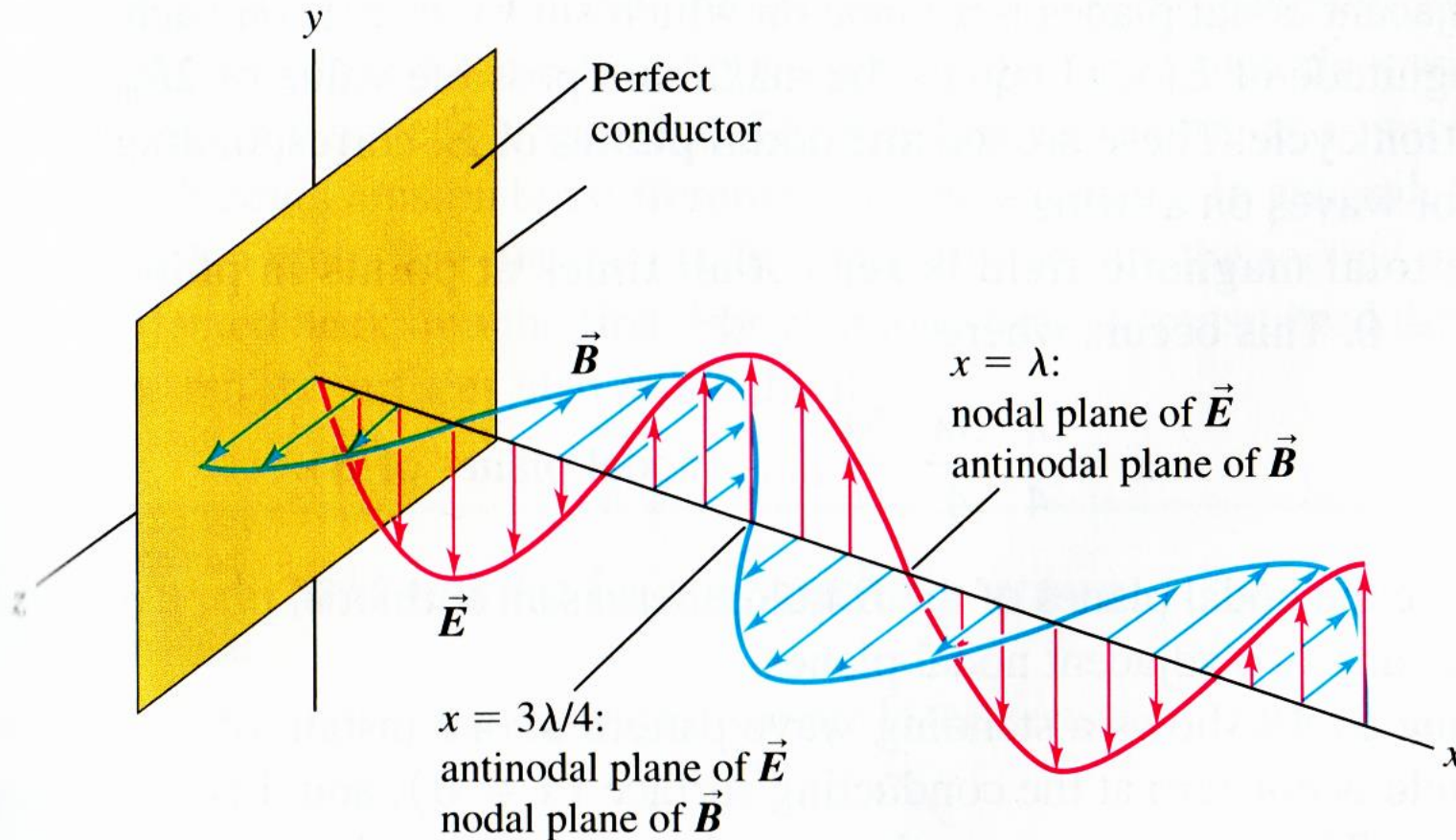
電磁波

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0 \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ &= \mathbf{E}_0 \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z) \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$



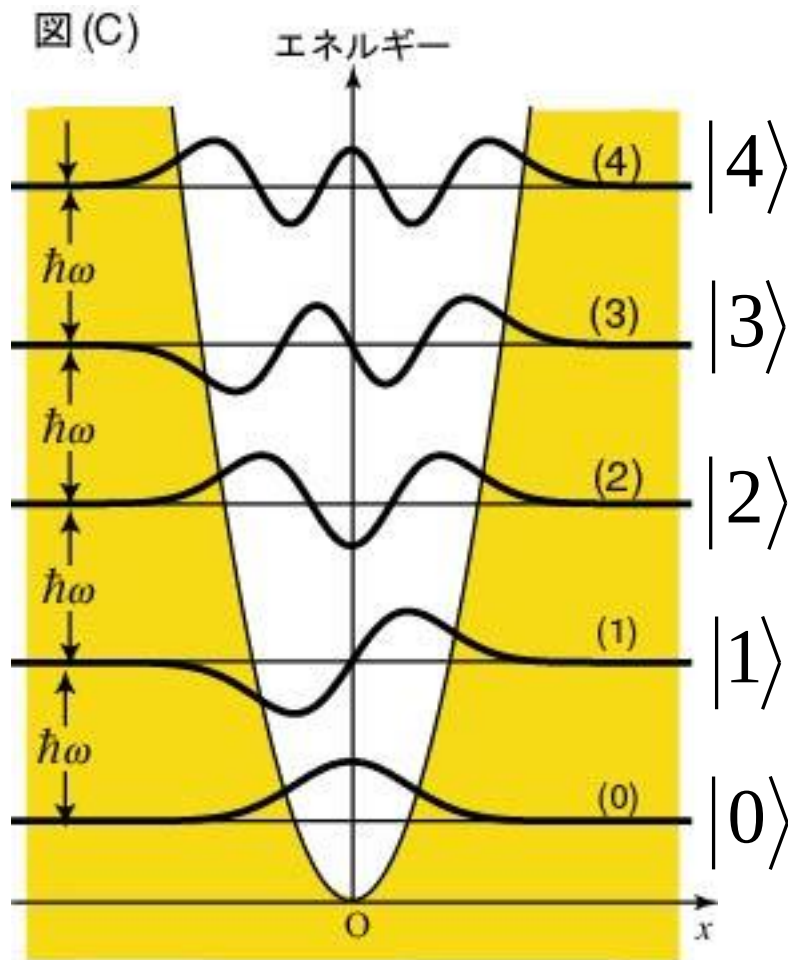
金属で反射したとき



32.18 magnet
electron
 $\omega t = 3\pi$
to the x -
where L
As time
along the
 $\vec{E}$ and $\vec{B}$

光共振器中の定在波 $U = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right)$ 調和振動子

電磁波は調和振動子である



太い実曲線が波動関数

(0) : 基底状態

(1) (2) (3) ... : 励起状態

光子数状態 調和振動子の解

レーザー光を光子数状態で表す
コヒーレント状態

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

Poisson分布
(放射線計測)

電磁波

← 長波長 短波長 →

電波・マイクロ波・テラヘルツ波・赤外線・可視光線・紫外線・X線・ガンマ線

紫外線

近紫外線(UV-A・UV-B・UV-C)・遠紫外線(UVU)・極端紫外線

可視光線

赤・橙・黄・緑・青・藍・紫

マイクロ波

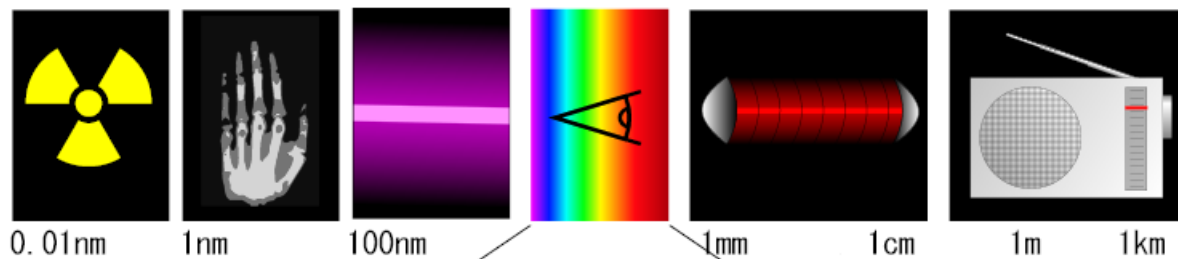
Lバンド・Oバンド・Sバンド・Xバンド・K_Uバンド・K_Vバンド・K_aバンド・Qバンド・Vバンド・Wバンド

電波

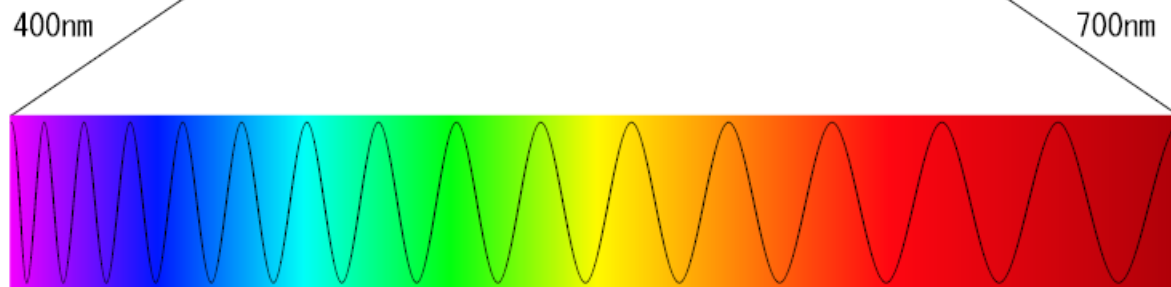
極極極超短波(EHF、ミリ波)・極極超短波(SHF、センチメートル波)・極超短波(UHF)・超短波(VHF)・短波(HF)・中波(MF)・長波(LF)・超長波(VLF)・極超長波(ULF)・極極超長波(SLF)・極極極超長波(ELF)

注意: マイクロ波 波長 100マイクロメートル ~ 1メートル、
周波数 3テラヘルツ~300メガヘルツ
電波の中で最も短い波長域という意味

Wikipedia

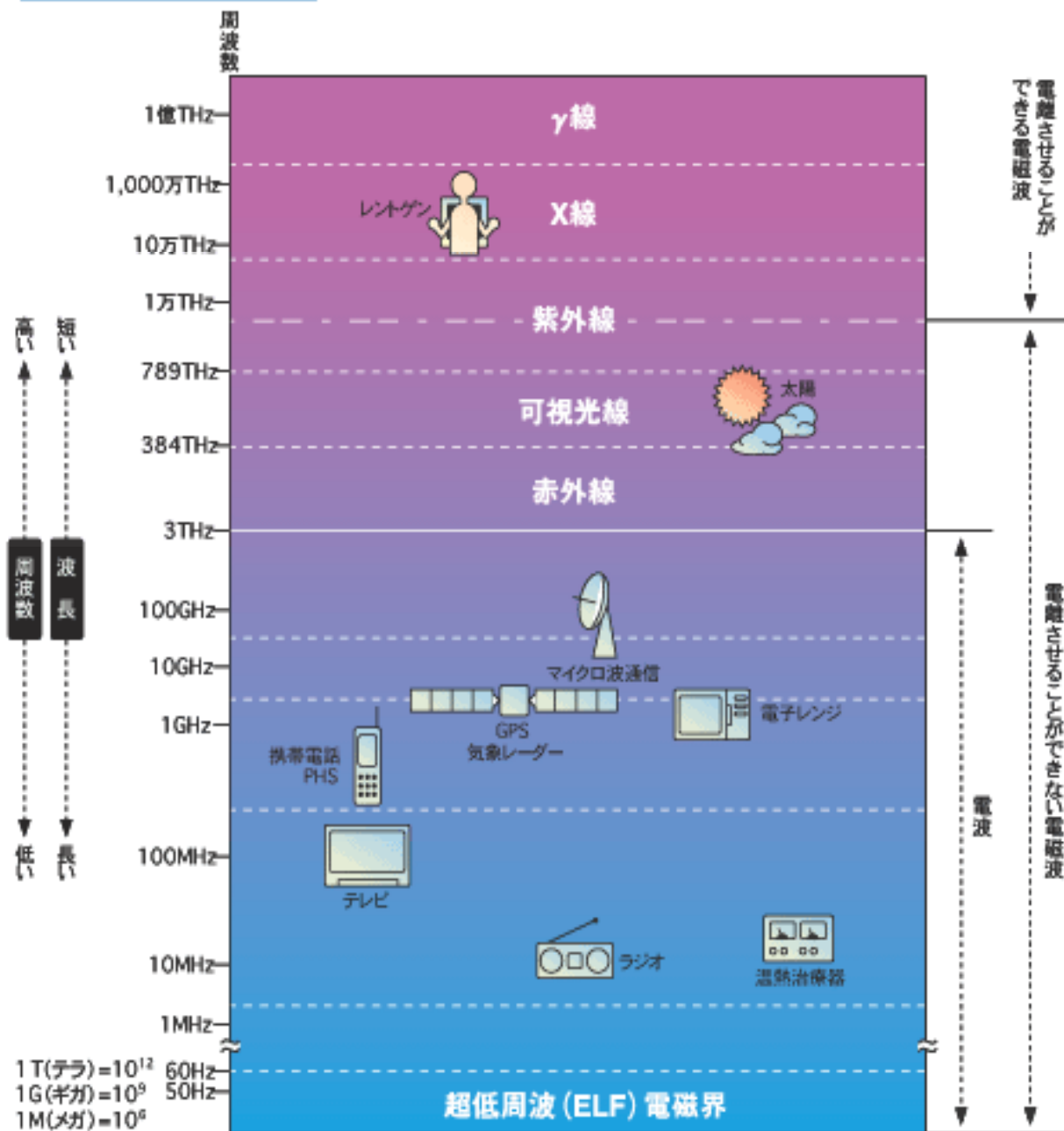


光：紫外線、可視光線、赤外線 数nmから数100 μ m



Wikipedia

周波数による電磁波の分類



電波産業会
電磁環境委員会HP

電磁波(真空中)

$$E = cB[\text{N/C}] \quad B = \epsilon_0 \mu_0 cE[\text{N}/(\text{A} \cdot \text{m})]$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}[\text{m/s}] \quad \text{光速}$$

$$\begin{aligned}\vec{B}(x, t) &= \hat{k} B_{\max} \cos(kx - \omega t) \\ \vec{E}(x, t) &= \hat{j} E_{\max} \cos(kx - \omega t)\end{aligned}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}[\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})] \quad \text{ポインティングベクトル(エネルギー流束密度)}$$

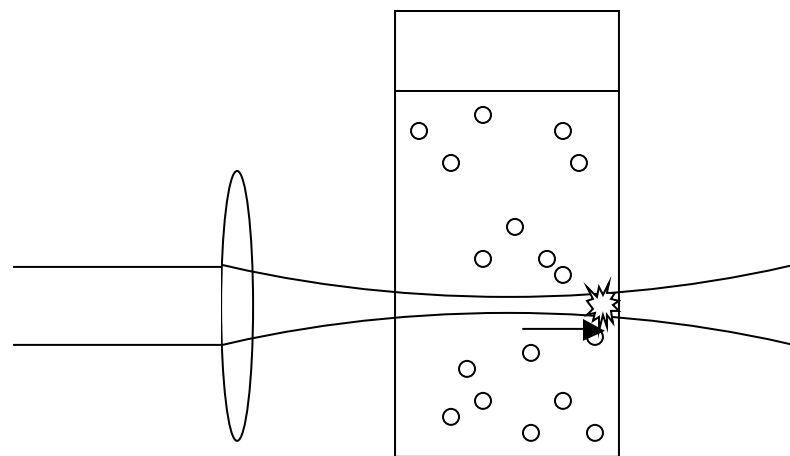
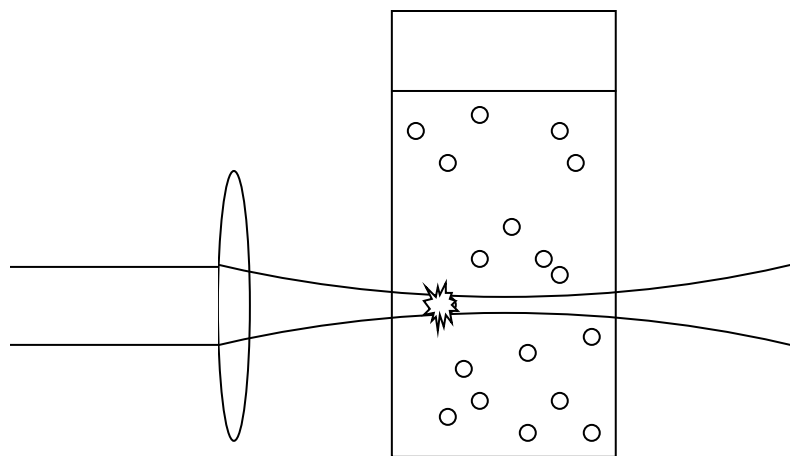
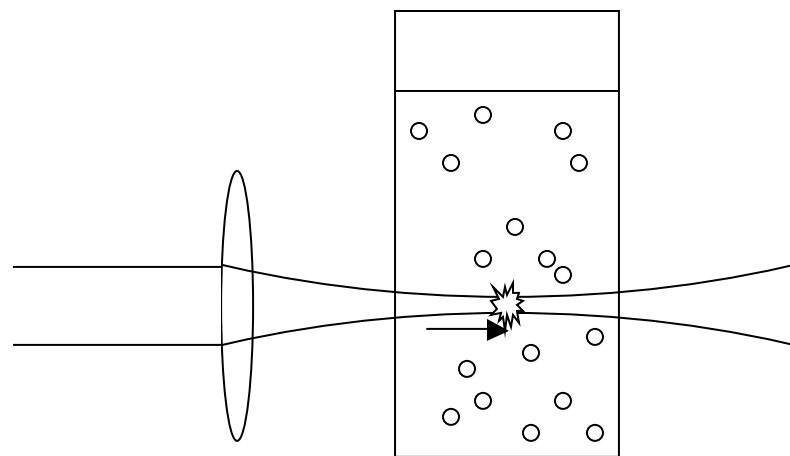
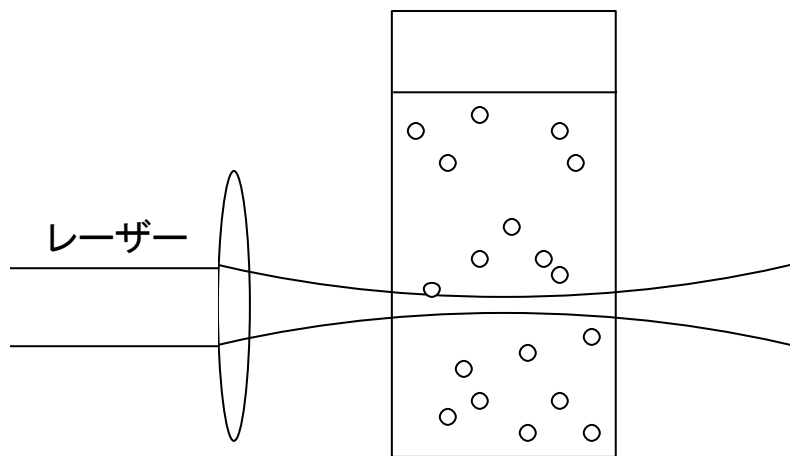
$$I = S_{\text{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{\max}^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2[\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})] \quad \text{光の強度}$$

$$\frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{S}{c} = \frac{EB}{\mu_0 c} \quad \text{光の運動量流束密度}$$

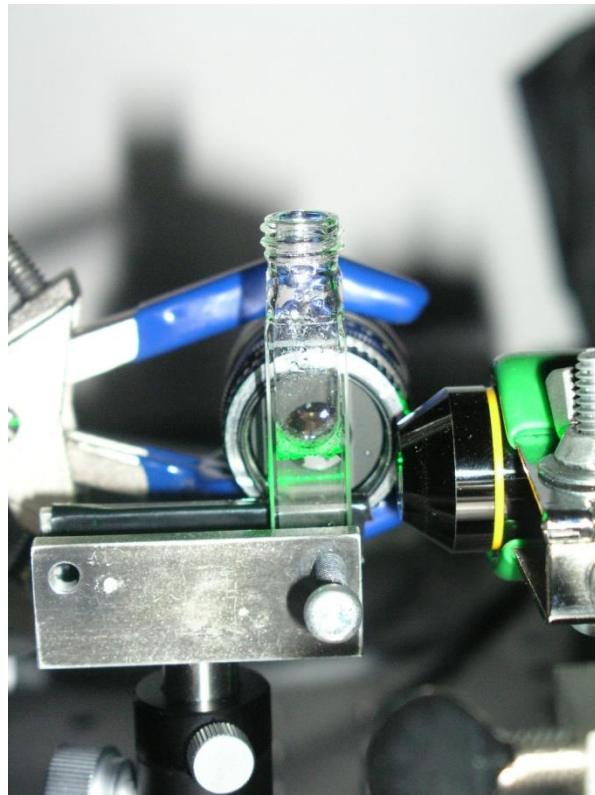
$$p_{\text{rad}} = \frac{S_{\text{av}}}{c} = \frac{I}{c}[\text{N}/\text{m}^2] \quad \text{光の輻射圧(吸収の場合)}$$

水中の直径 $20\mu\text{m}$ のポリスチレン球を

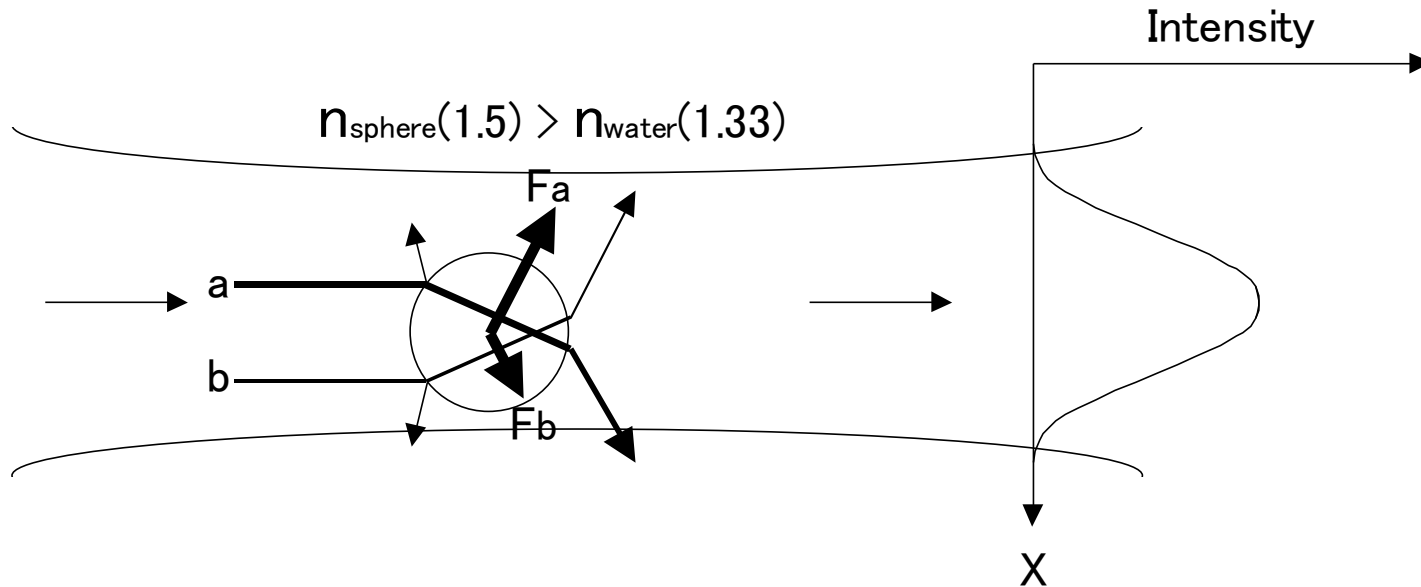
3年実験「レーザー」 レーザー光で動かす



水中の直径 $20\mu\text{m}$ のポリスチレン球を レーザー光で動かす



光の輻射圧による微小球のトラップと推進



r : ポリマー球の半径 $10\mu\text{m} \approx$ 集光径

η : 水の粘性 $10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ P : レーザーパワー 60mW

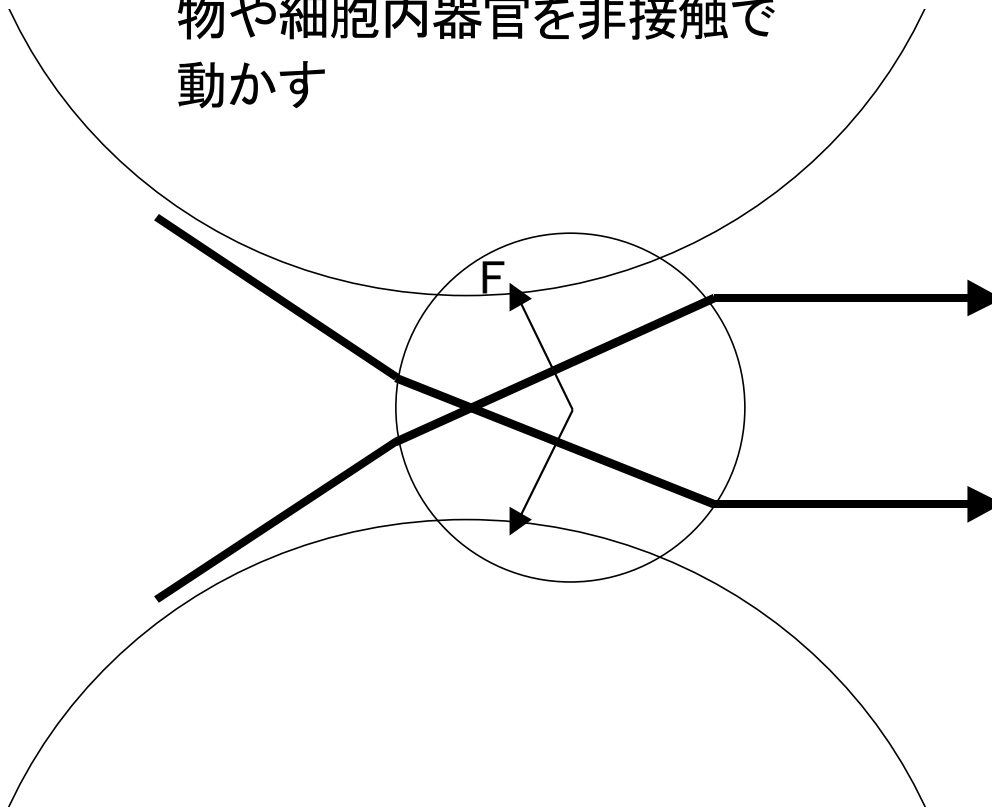
$$F_{\text{rad}} = F_{\eta} \quad F_{\text{rad}} \approx \frac{I}{c} \times \pi r^2 = \frac{P}{\pi r^2 c} \times \pi r^2 = \frac{P}{c} \quad F_{\eta} = 6\pi\eta r v \text{ (Stokes's law)}$$

終端速度 1mm/s

I/c : 完全吸収の場合 実際は?

光ピンセット (optical tweezers)

赤外光 ($1.06\mu\text{m}$) を対物レンズで集光し顕微鏡下で微生物や細胞内器官を非接触で動かす



太陽光の圧力つかめ！

大きな帆を張り、ヨットのように宇宙空間を進む。SF小説に描かれた夢の宇宙探査機の実現に向けて日本の計画が動き出した。八月には高度百五十キロ・円で帆を開くロケット実験に成功し、来年には気球を使った実験も試みられる。木星を目指し出帆する日を目指し研究が進められている。

(滝田 恭子)

ヨットは帆に風を受けて海面を滑る。「ソーラーセイル」と呼ばれる宇宙ヨットは太陽光の圧力を使って宇宙を航行する。

太陽光の圧力とはこうだ。光は非常に小さな運動量を持つ光子と呼ばれる粒子の束だ。光子の動きは、地上では風の動きや重力に比べるとあまりに小さいため私たちには感じられない。

い。しかし、真空、無重力の宇宙では太陽光の光子の圧力によって人工衛星の姿勢が乱されるほど。すい星の尾には太陽が噴出する高速のプラズマに吹き流された青いガスの帯と、光の圧力で飛ばされたちりの尾があるが、光圧のほうが千倍近くも強い。

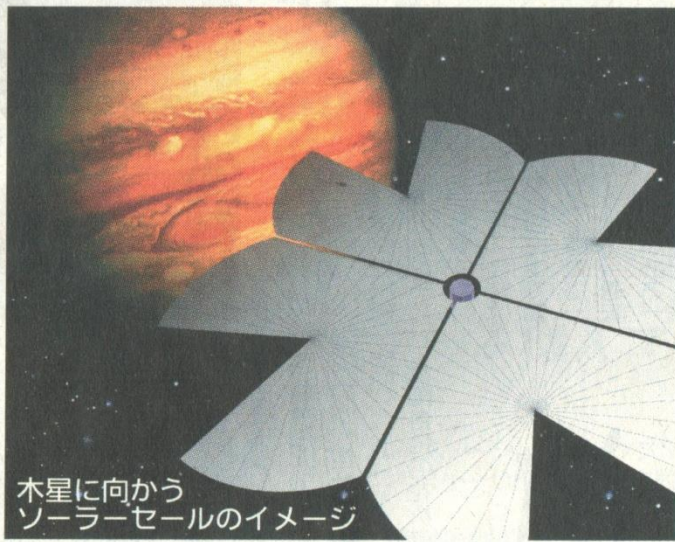
太陽光をヨットの推進力にしようという考えは、一九二〇年代にロシアの科学者が提案した。地球付近で一平方センチあたり一秒間に一京個も衝突する太陽光の光子は無尽蔵の「燃料」だ。一九七二年には作家の

アーサー・C・クラークが宇宙ヨットレースをテーマにしたSF小説「太陽からの風」を発表している。

＊

だが、SFならまだしも実用化へのハードルは高かった。光の推進力は百回四方の帆を広げて、一円玉十枚に動く重力程度。だから帆や探査機自体が重いと役に立たない。高温でしかも放射線にさらされる宇宙空間の過酷な環境に耐えられる、薄く軽い帆が必要だったが、理想の材料はなかなか見つからなかった。

そんな中、日本で宇宙ヨットの研究を進めている宇



木星に向かうソーラーセイルのイメージ

“宇宙ヨット”帆の実験成功

宇宙航空研究開発機構は「ポリイミド」という高分子フィルムに着目した。ポリイミドは300度以上の熱に耐えられ、放射線や紫外線にも強い。

同機構では光の反射率を上げるため片面に気化させたアルミを吹き付け、毛髪の太さの十分の一程度の七・五ミクロンという薄さにして帆の材料にした。

同機構の横田力男・主任研究員は「ポリイミドは携帯電話やパソコンの電子基板として多用されており、

分野 活用 宇宙 課題 さら 付 巨大 に積 折 開 傘 せて 法な みの

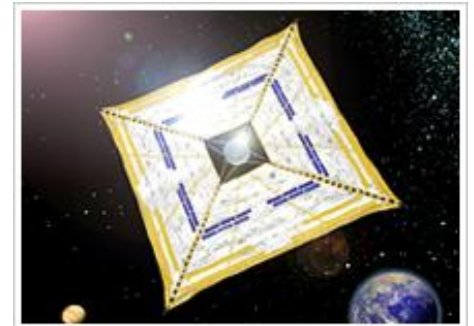
宇宙 10 年 機構

サイエンス

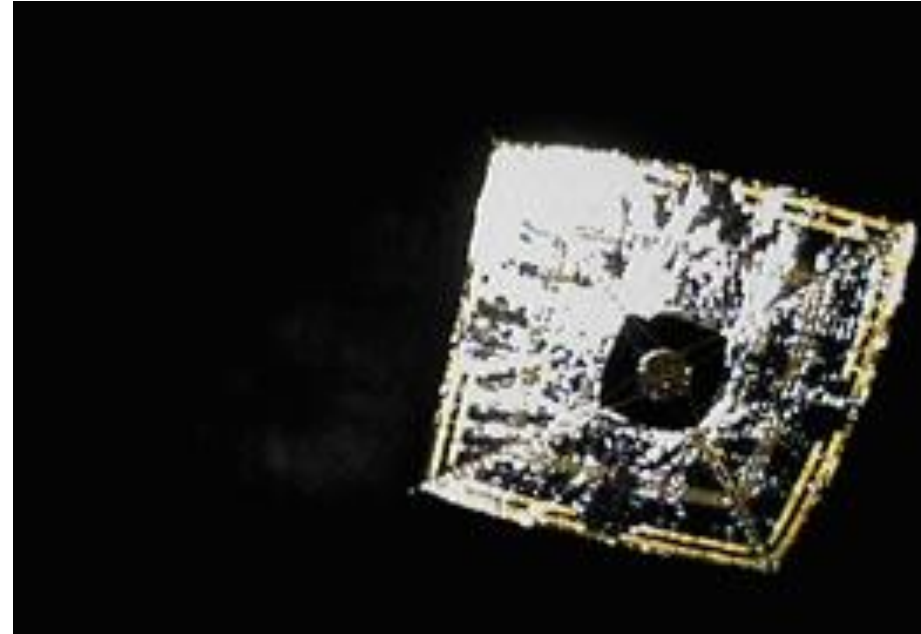
ソーラーセイル実証機イカロス

宇宙航空開発機構(JAXA)は、2010年度に種子島宇宙センターから、小型ソーラ電力セイル実証機「IKAROS(イカロス)」を金星探査機「あかつき(PLANET-C)」と相乗りでH-IIAロケットにより打ち上げる予定です。

「イカロス」は、「**一辺約14.1mの大きな帆でヨットのように太陽の光を受けて、太陽系を航行する**」宇宙船です。「イカロスキャンペーン」では、全世界の人々から応募いただいたお名前とメッセージをアルミプレートやDVDに収録し、「イカロス」に載せ、金星軌道に向かって宇宙の大海に旅立つというものです。また、「イカロス」と同じく2010年末に打ち上げ予定である米国惑星協会の「Light Sail-1(ライトセイル1号)」について、相互にミッション応援キャンペーンを実施します。



打ち上げ成功 2010年5月21日
ソーラーセイルの展開成功 6月10日



2010年12月、金星のそばを通り過ぎる

太陽光を帆に受けることによる加速や減速、
軌道制御など、予定していたすべての任務
に成功

電磁波がどうして力を及ぼせるのか
(なぜ運動量を持つのか)

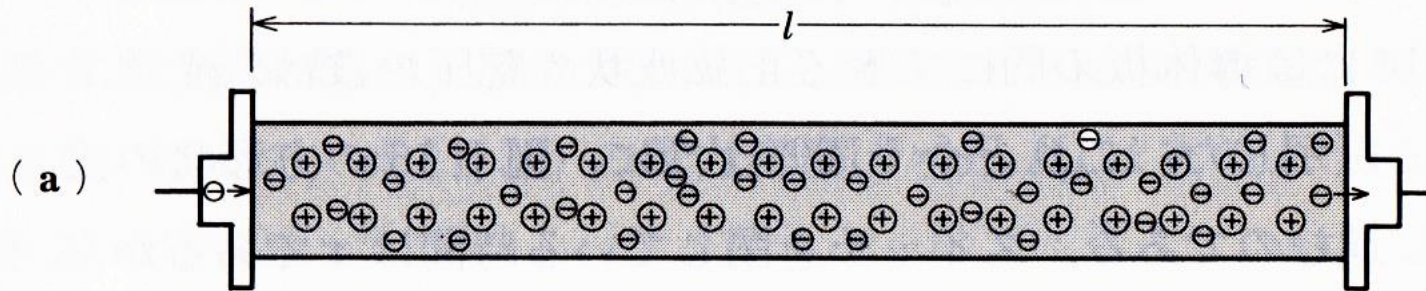
導線での電子の平均移動速度は？

ドリフト速度

Cu 1mm^3 中の自由電子の電荷 13.6C

13.6A が断面積 1mm^2 の導線を流れても

電子の平均移動速度 1mm/s



フェルミ速度？ 信号伝達速度？

電気回路は何を運ぶ？

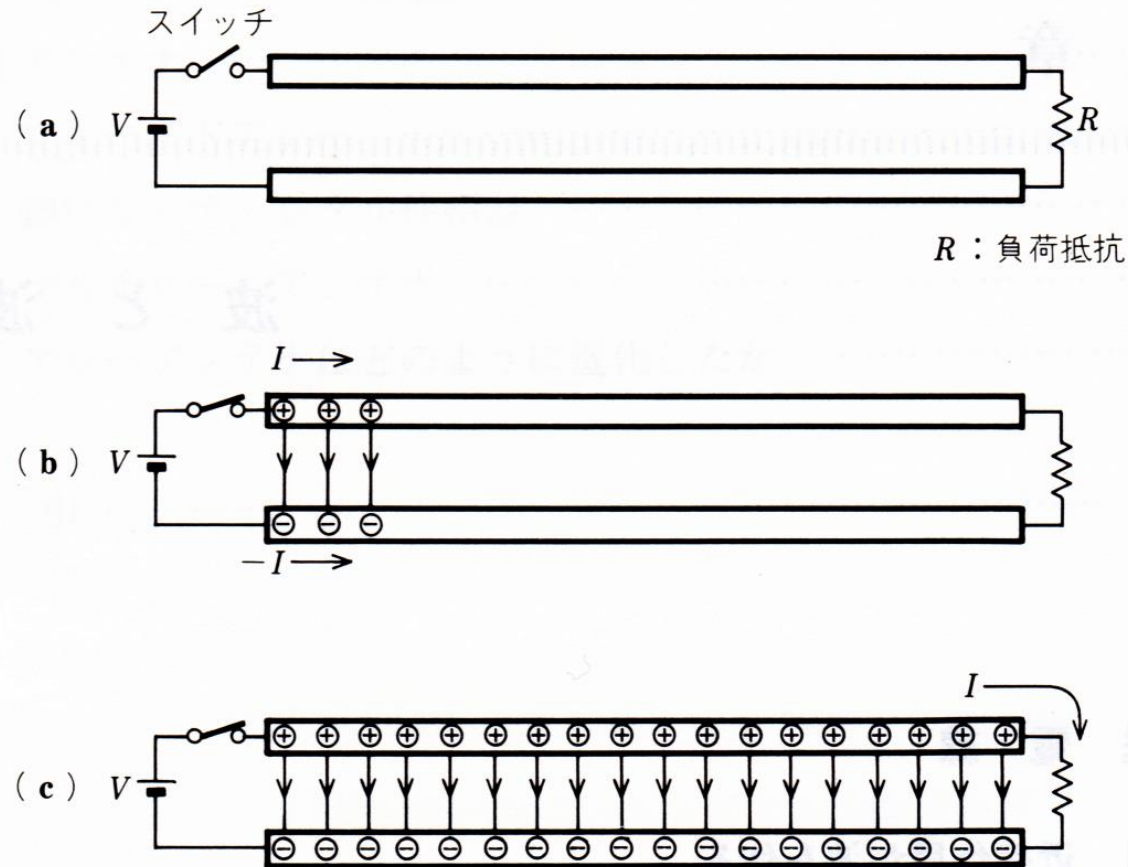


図 1.1 (a) は送電線にスイッチを通して電池を接続した回路
(b) はスイッチを閉じた瞬間の状態
(c) はスイッチを閉じてから時間が経過したときの状態

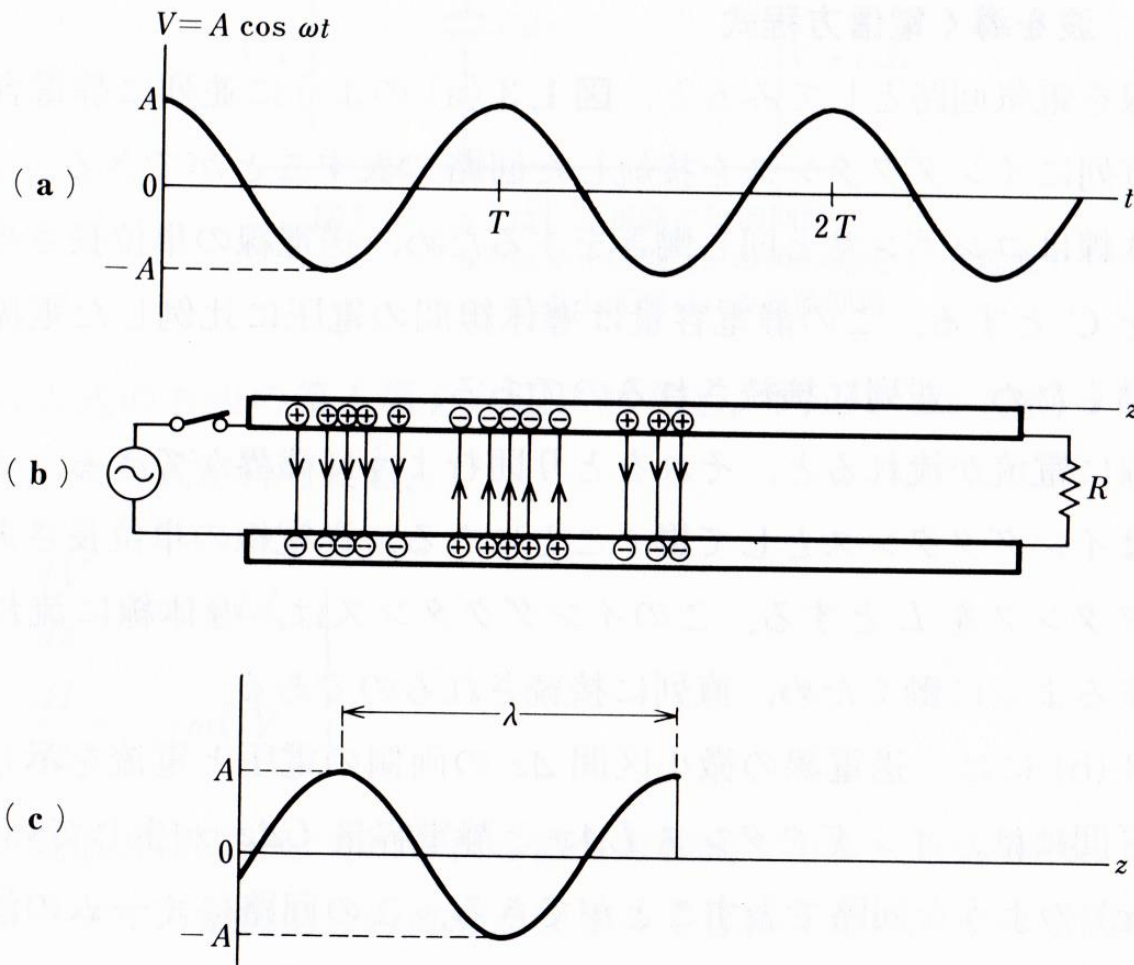
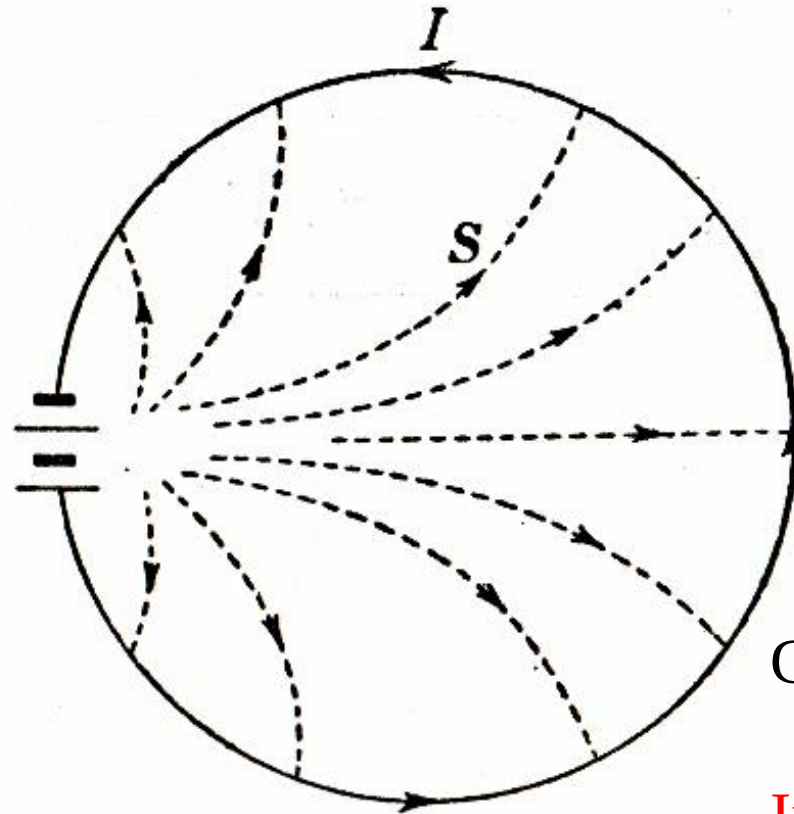


図 1.2 (a) は交流電源の電圧波形
 (b) は図 1.1 の電池の代わりに交流電源を用い、
 スイッチを閉じた瞬間の状態
 (c) は送電線に沿う電圧の波形



Griffiths 3rd ed. p.349

4th p.363

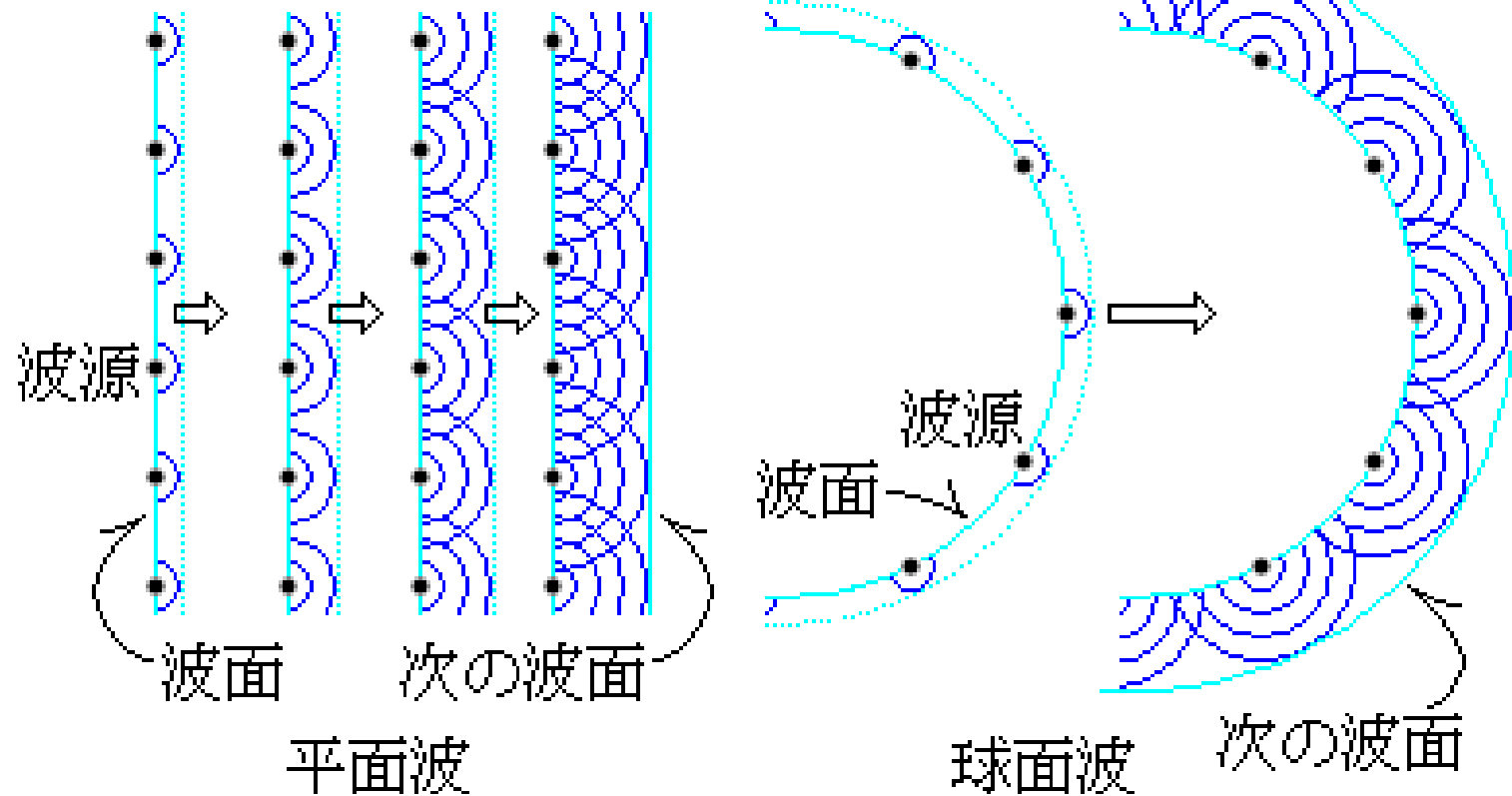
International Ed. p.359

V.1-4 図 電池から流れ
出たエネルギーは点線に
沿って空間を伝わって導
線に入る。

高橋秀俊 電磁気学

電磁波の空間・物質中の伝播

ホイヘンスの原理



- なぜ後退波が存在しないか？
- 物質中の光速が遅くなることを認めれば、屈折が説明できる。
ではなぜ物質中で速度が遅くなるのか？

電磁波の発生 電気双極子輻射(放射)

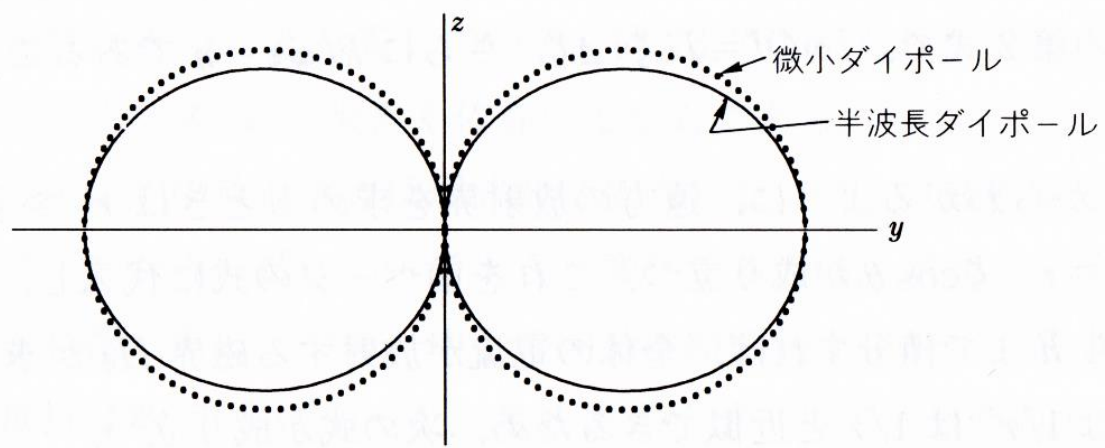
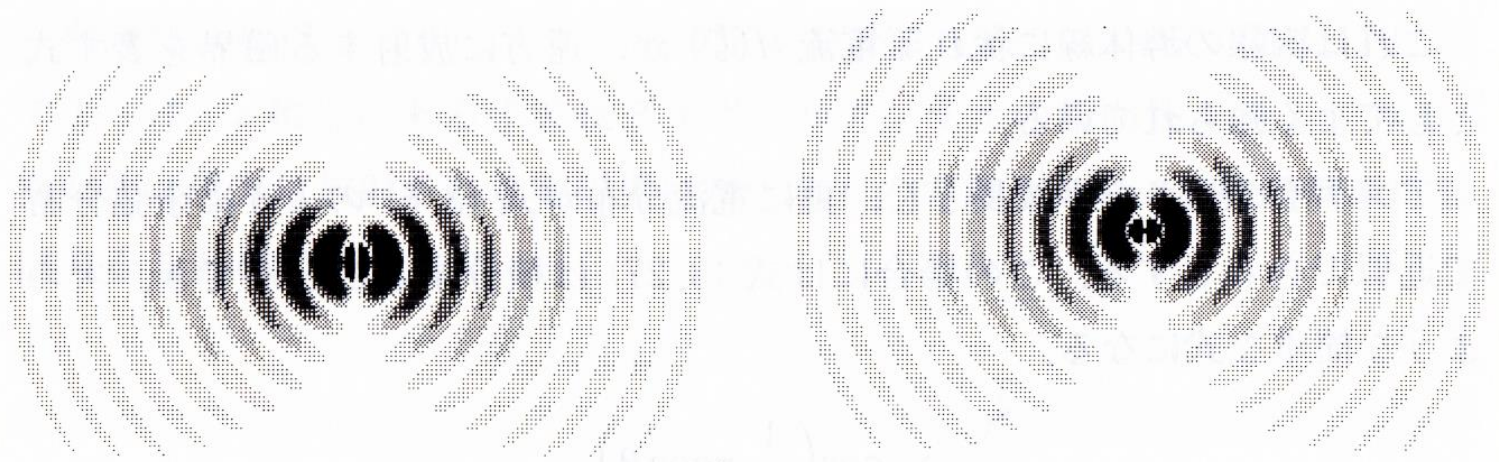


図 3.18 アンテナの指向性



(a) 半波長ダイポール

(b) 微小ダイポール

制動輻射、シンクロトロン輻射

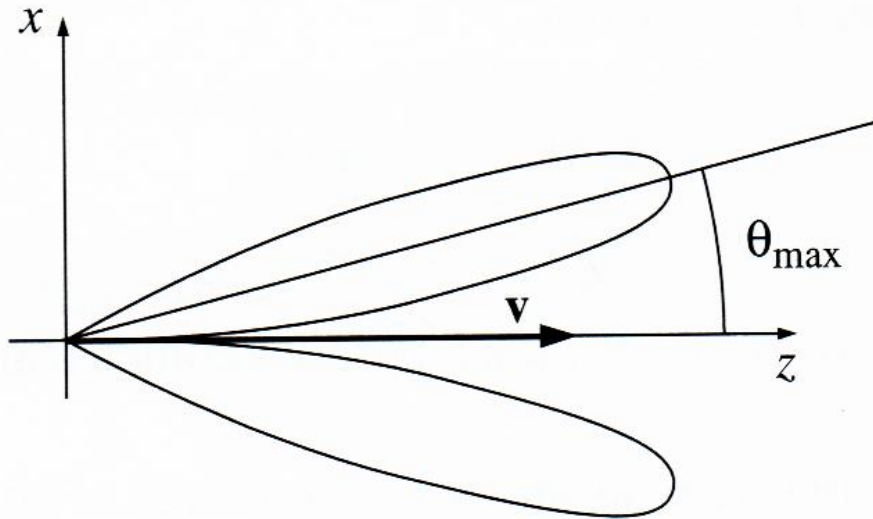


Figure 11.14

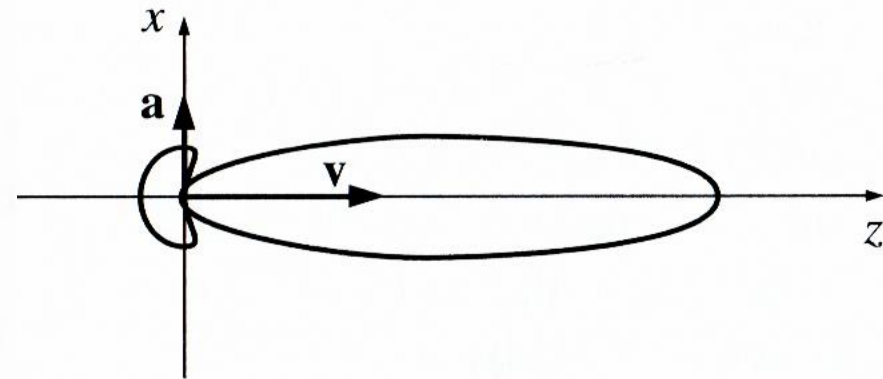


Figure 11.16

<http://webphysics.davidson.edu/applets/sync/default.html>

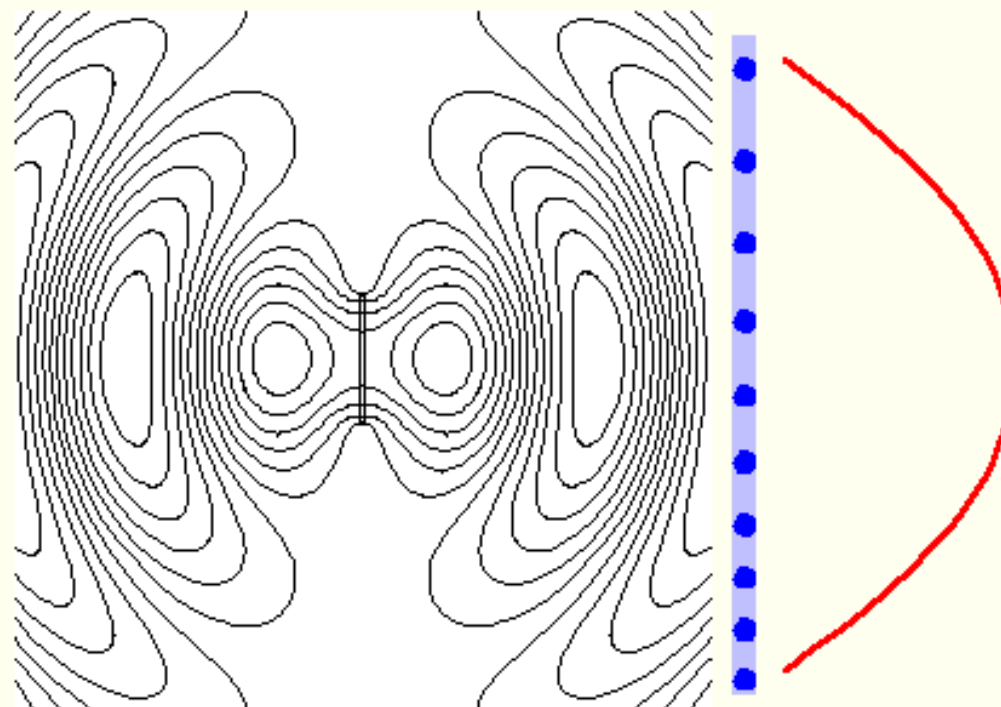
応用 軌道放射光 自由電子レーザー

電磁波の送信・受信

ダイポールアンテナ

半波長ダイポールアンテナから電気力線のアニメーション

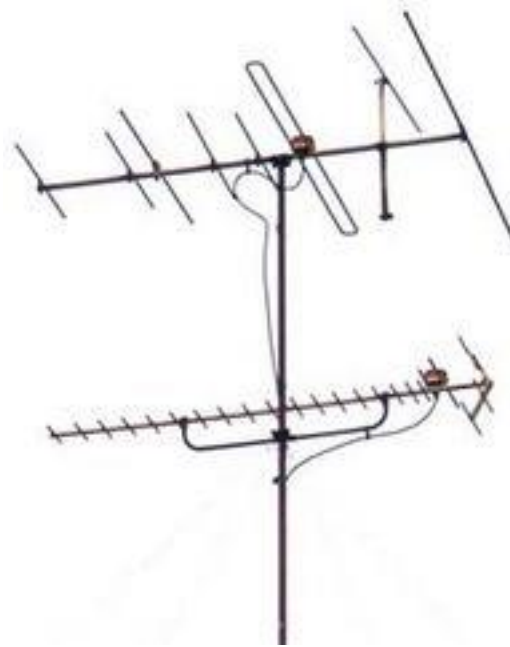
$2.5\lambda \times 2.5\lambda$ の範囲を描画



なぜ半波長か？

[http://www-antenna.ee.titech.ac.jp/
~hira/hobby/edu/em/halfdip/halfdip-j.html](http://www-antenna.ee.titech.ac.jp/~hira/hobby/edu/em/halfdip/halfdip-j.html)

八木・宇田アンテナ



テレビ受信用八木・宇田アンテナ(上段が VHF 用、下段が UHF 用)

1928年

光学ナノアンテナ

単一分子からの
発光強度、空間分布を
アンテナで変化させる

同様にナノアンテナで
回折限界よりも
小さなスケールに光を集光

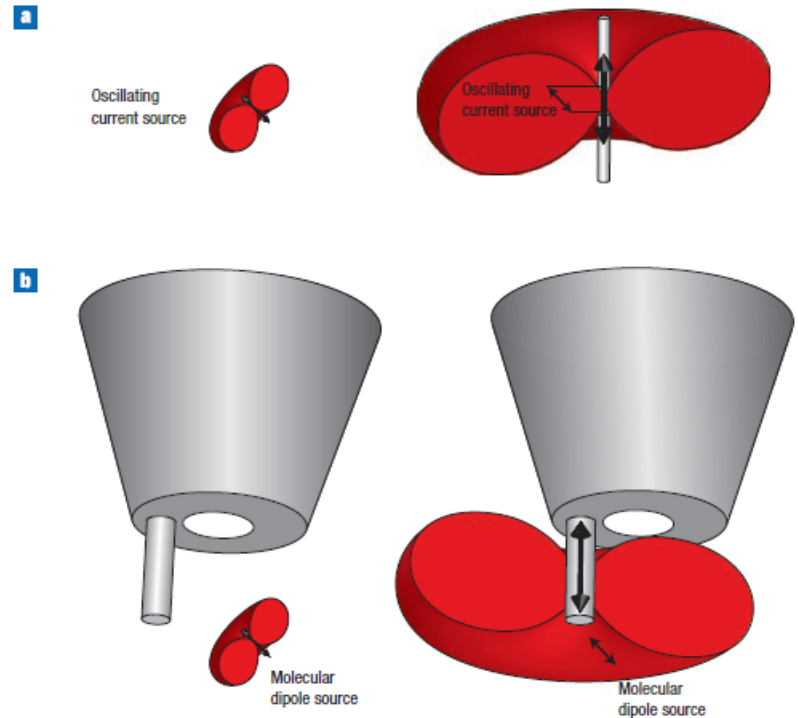
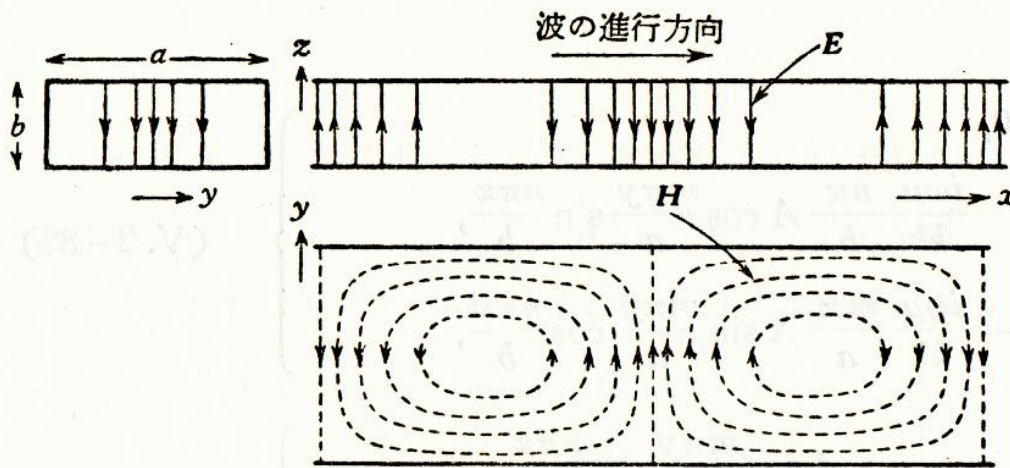


Figure 1 Antennas amplifying and redirecting emission. **a**, An oscillating point source (left) is not an efficient radiator, but when that current source is wired to a half-wavelength antenna (right), emission from the coupled system is amplified and redirected into the dipolar mode of the antenna. **b**, Likewise, the emission from a single fluorescent molecule (left) can be amplified and redirected by coupling to the optical antenna at the tip of a near-field probe (right). Note that by coupling the molecule to a highly directional antenna, the coupled system acquires the directionality of the antenna.

Nature Photon. 2, 230 (2008)



真空中とは異なるモード
縦電場、縦磁場が存在
なぜか？



V.2-5 図 長方形導波管の H_{10} モードの電磁場。
実線は電場、破線は磁場を示す。



大強度陽子加速器J-PARC
クライストロン出力伝送用立体回路



同軸ケーブル

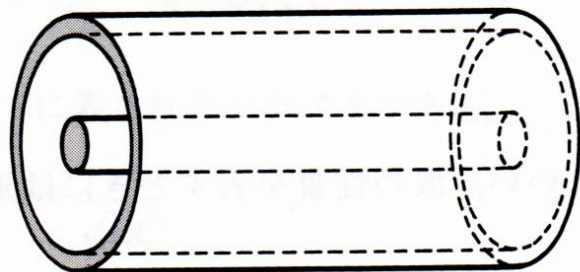
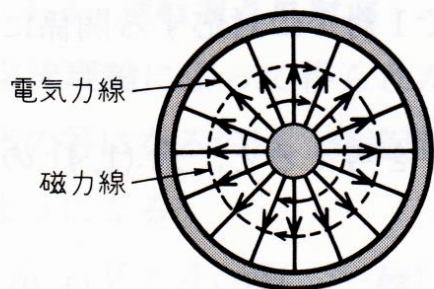
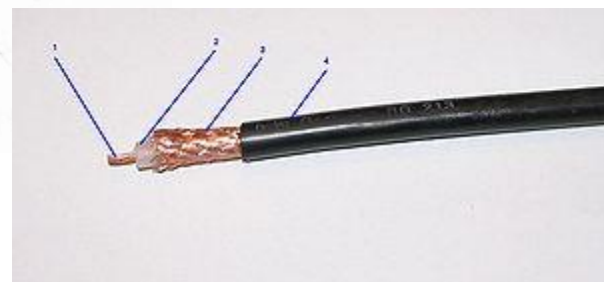
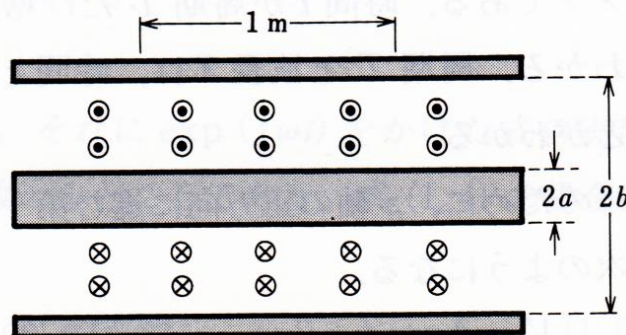


図 1.4 同軸線路



(a)



(b)



テレビ受像機の
アンテナ給電線

図 1.5 (a) は同軸線路の断面図
(b) は同軸線路の軸方向の断面図
●と⊗は磁力線の方角を示す。

応用

通信・放送
レーダー
電子レンジ(誘電加熱)
電子スピン共鳴
核磁気共鳴
プラズマ診断(プラズマ密度計測)
ICカード
盗難防止ゲート
時間の標準

- ・ 災害時の非常緊急連絡用通信(防災無線、消防無線、警察無線等)
- ・ 衛星放送／衛星通信
- ・ タクシー無線
- ・ アマチュア無線
- ・ GPS(Global Positioning System: 電波を用いた位置情報システム)
- ・ ITS(Intelligent Transport Systems: 電波を用いた高度道路交通システム)
- ・ 無線LAN(電波を用いたLocal Area Networkシステム)
- ・ 医療機器
- ・ 電波天文学

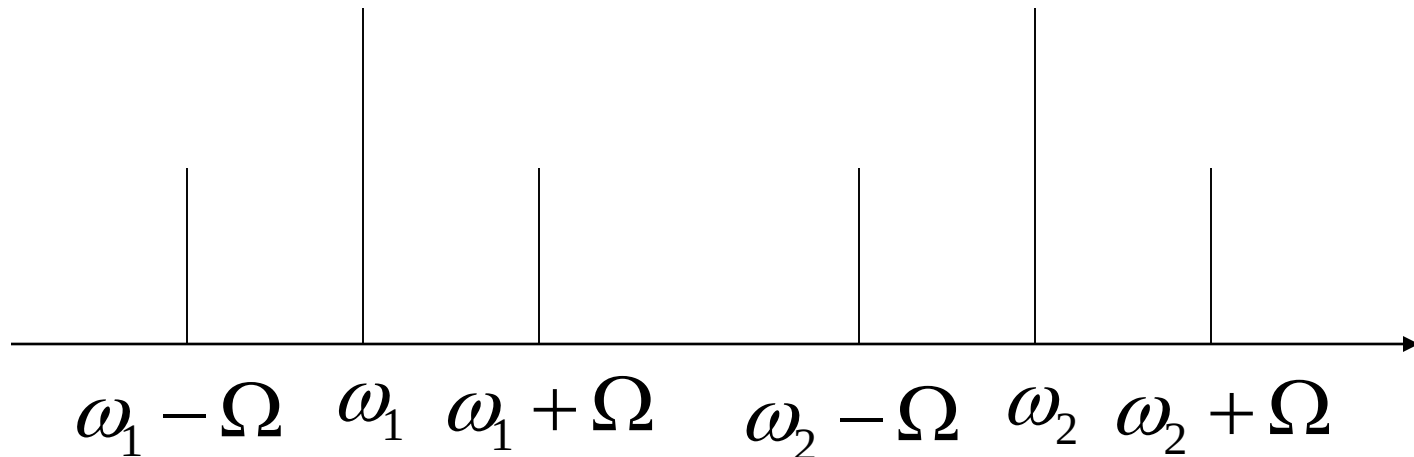
なぜ大容量通信に光通信が必要か？

なぜ大容量通信に光通信が必要か？

光(電磁波)に情報を乗せる

$(1 + A \cos \Omega t) \cos \omega t$ 振幅変調

$$\begin{aligned} \cos \Omega t \cdot \cos \omega t &= \frac{e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}}{2} \cdot \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \\ &= \frac{1}{4} (e^{i(\omega+\Omega)t} + e^{-i(\omega+\Omega)t} + e^{i(\omega-\Omega)t} + e^{-i(\omega-\Omega)t}) \end{aligned}$$



通信速度 bps (bits per second)

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$|\Delta \nu| = \frac{c}{\lambda^2} |\Delta \lambda|$$

波長が短いほど波長当たりの周波数密度が高い

携帯電話 極超短波 0.3GHz~3GHz GHzで変調できない<Gbps

光通信 850nm, 1310nm, 1550nm ~300THz

$\lambda = 1\mu\text{m}$ で、 $\Delta\lambda = 1\text{nm}$ のとき $\Delta\nu = 300\text{GHz}$

1GHz=10⁹Hz 30cm

1THz=10¹²Hz 0.3mm

1PHz=10¹⁵Hz 300nm

光通信用の光源
(近赤外線)レーザー
0.85, 1.31, 1.55, 1.65 μm

200-300THzの電磁波

どうやって発生する？

電子回路(発振器)で可能か？

現在の技術では困難
GHzが限界

なぜだろうか？

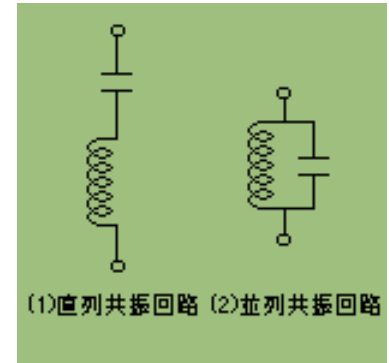
ラジオ

受信

並列共振回路

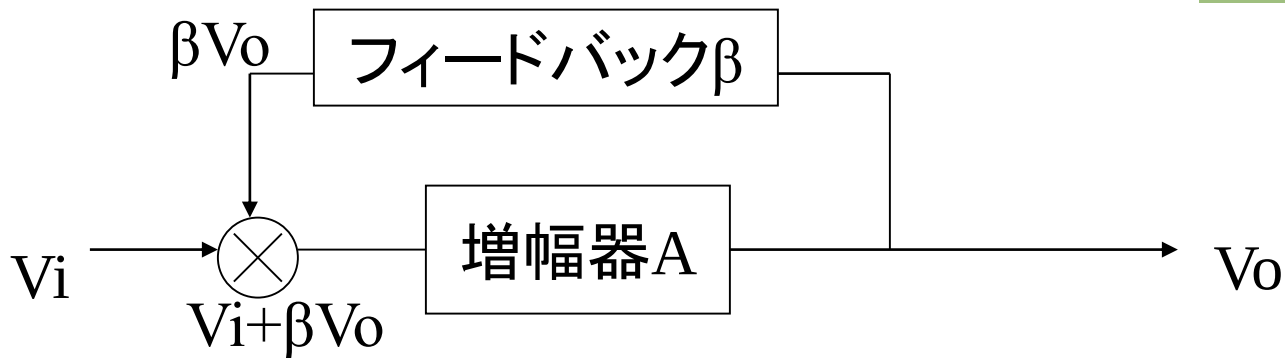
$$Z = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$\text{共振周波数 } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

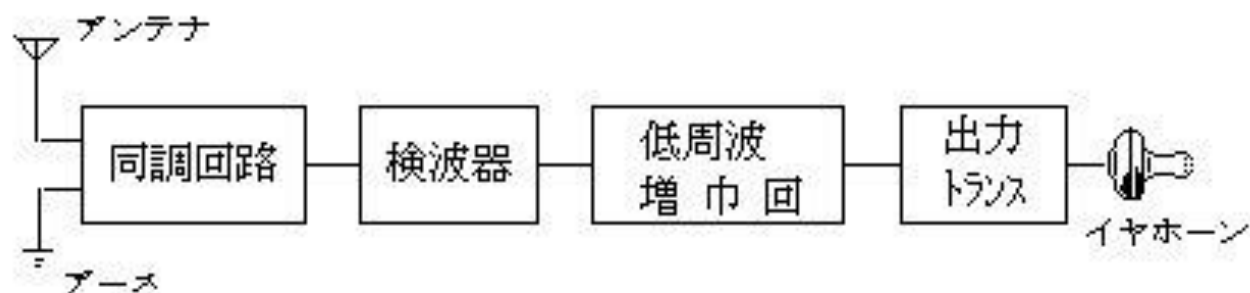


(1)直列共振回路 (2)並列共振回路

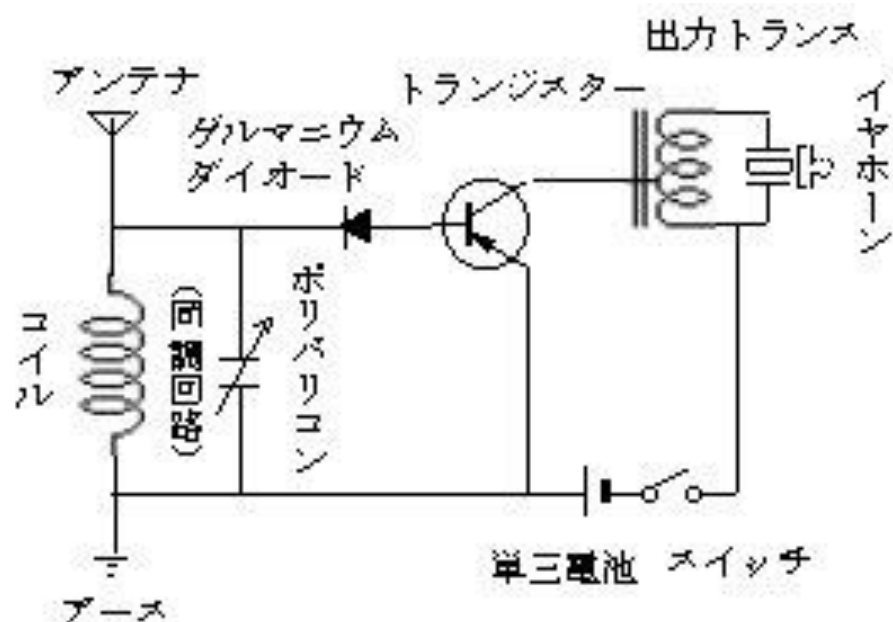
発振 (放送電波の発生)



$$V_o = A(V_i + \beta V_o) \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - \beta A} \quad \beta A = 1 \quad \text{発振}$$

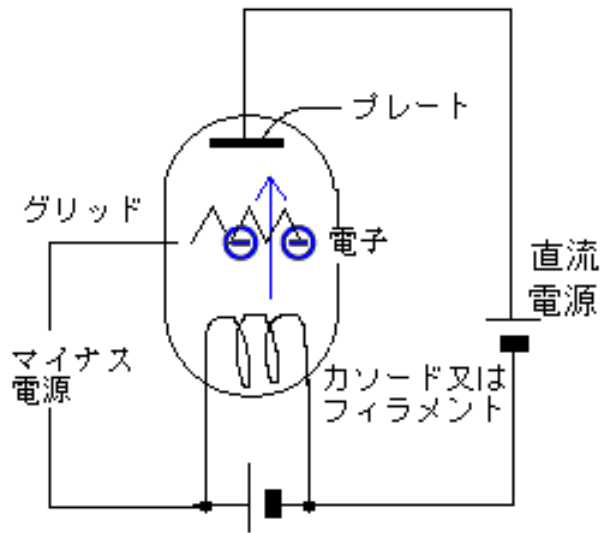


第1図 1石低周波一段増幅ラジオのブロック図（系統図）

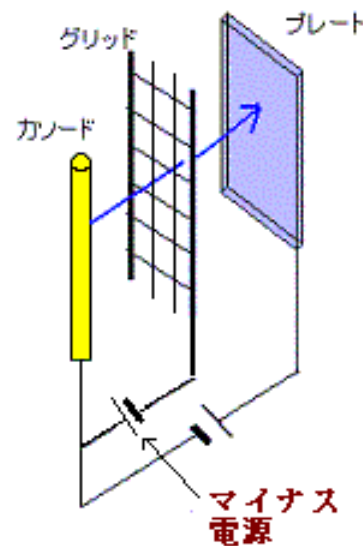


第2図 1石低周波一段増幅ラジオの実例

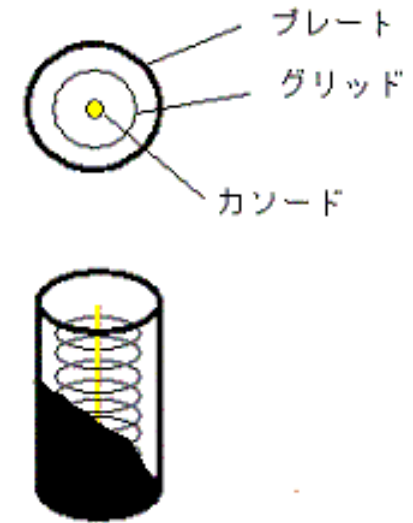
増幅器



三極管の基本概念図



三極管のしくみ



実際の三極管構造

(1) 周波数が大きくなると、電子が陽極まで到達しない(走行時間効果)

(2) 共振周波数 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\omega > 1\text{THz}$ のためには $C < 1\text{pF}$ $L < 1\text{pH}$

回路の浮遊容量、漏洩インダクタンスのため、小さくすることは困難

————→ 素子を小さくする —————→ 半導体素子

半導体増幅器(トランジスタ) 応答速度 通常 数100MHz

電子レンジ マグネトロン

マグネトロンの構造

2.45GHz(～12cm)

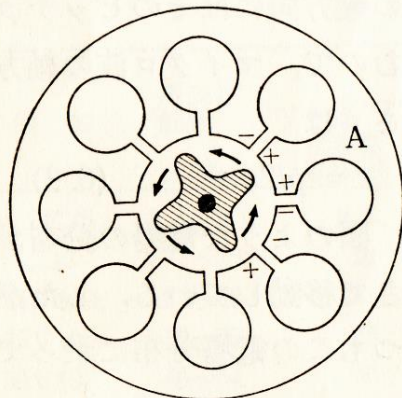
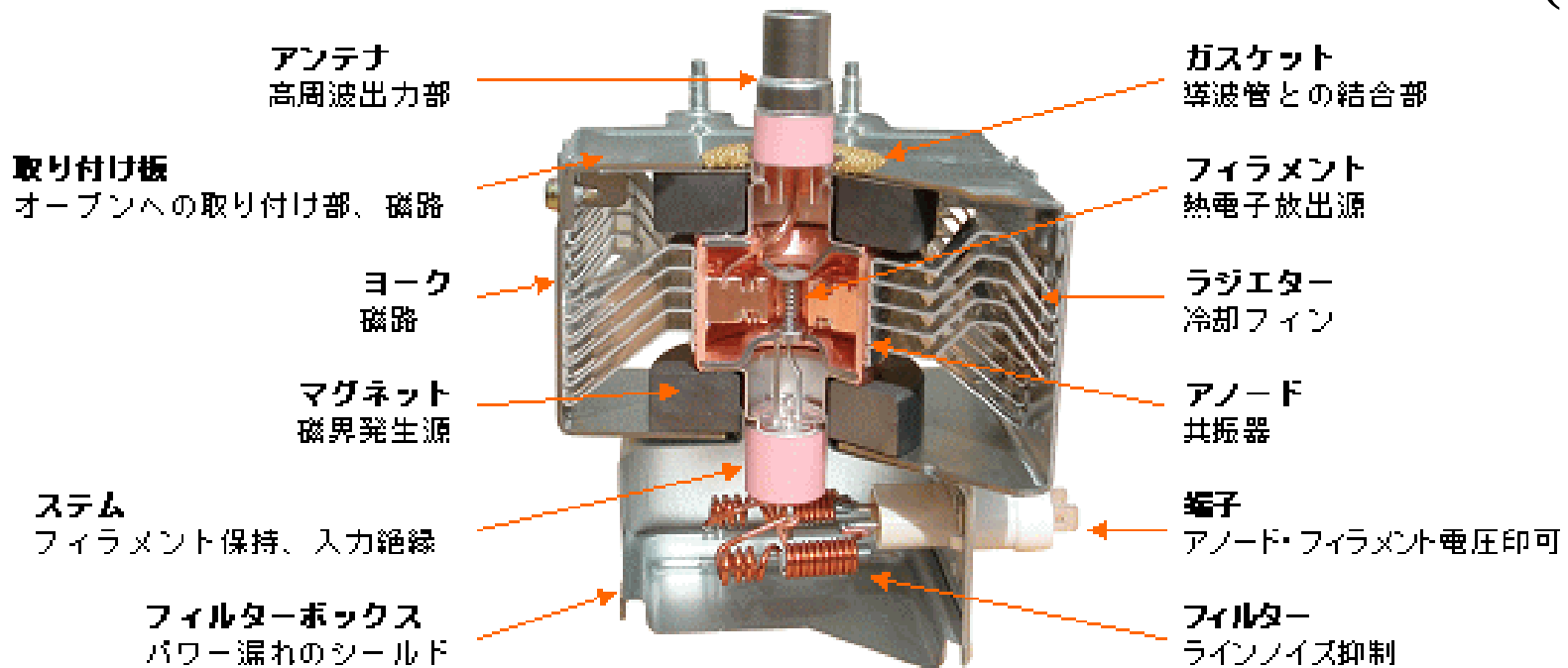


図 6.8 8分割マグネトロン (中央の黒丸は陰極Cの断面)

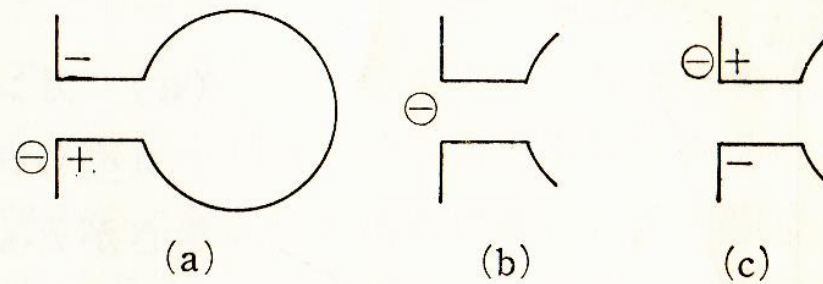


図 6.9 スリットの前面を通りすぎる極(電子のダマ)が共振器を励振する。

阿部英太郎
マイクロ波技術

高電子移動度トランジスタ

High Electron Mobility Transistor

1979 富士通 三村

HEMTの電気的特性

- 高周波における利得が高く、電流利得カットオフ周波数 f_T ならびに最大発振周波数 f_{max} が高い
- これまでに報告された f_T の最高値は2008年に報告された30nmゲートInP系PHEMTの628GHzである。

共鳴トンネルダイオード

1.42THzの室温発振

1.92THzの室温発振

数100THzの発振は

レーザー

でないと不可能

誘導放出

1917年 アインシュタインの予言

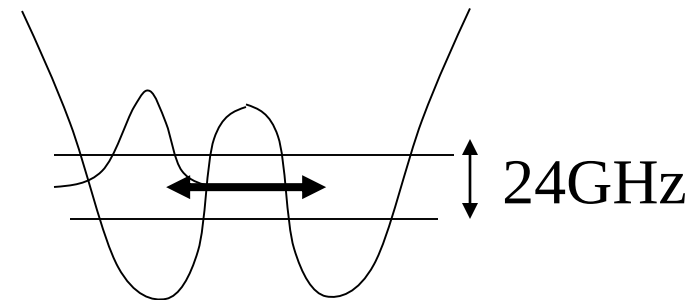
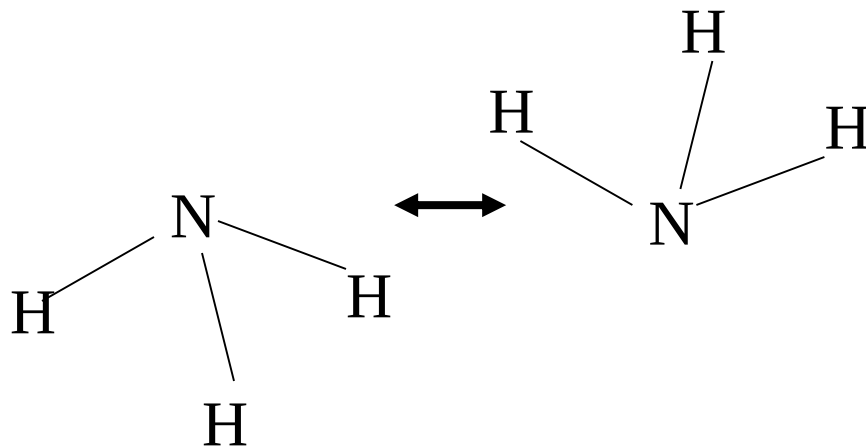
Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

放射の誘導放出による光増幅 $\Leftrightarrow$ 自然放出光

短波長の電磁波になるほど、光増幅すなわちレーザー発振は困難になる なぜか？

最初のレーザー アンモニアレーザー 24GHz、波長1.2cm

Light でなく Microwave なので Maser 1954



量子力学

メーザーからレーザーへ

初めての可視光でのレーザー発振

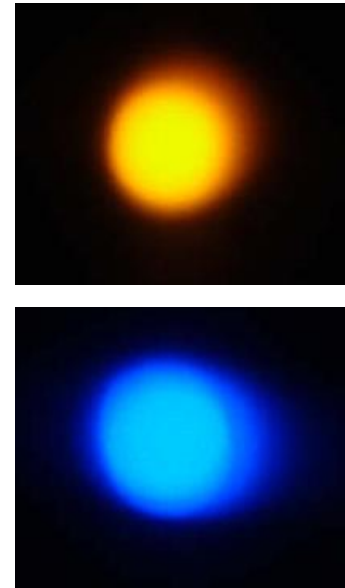
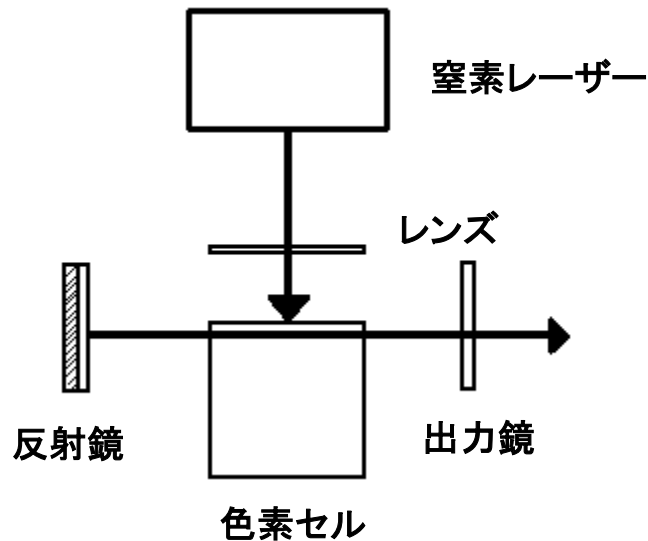
ルビー結晶 1960

赤色 693.5nm 432.6THz 14419cm⁻¹

3年実験 固体分光 でルビーを使用

3年物理学実験

色素レーザーの発振： レーザー共振器を組んで窒素レーザー励起の色素レーザーを発振させる



強いレーザー光を得るには？ 自然放出光・誘導放出光とは？
発振波長を変えるには？ レーザーの4種類のコヒーレンス？

レーザーは短い波長ほど実現困難。
なぜか？

物性論2C
(3年後期前半)

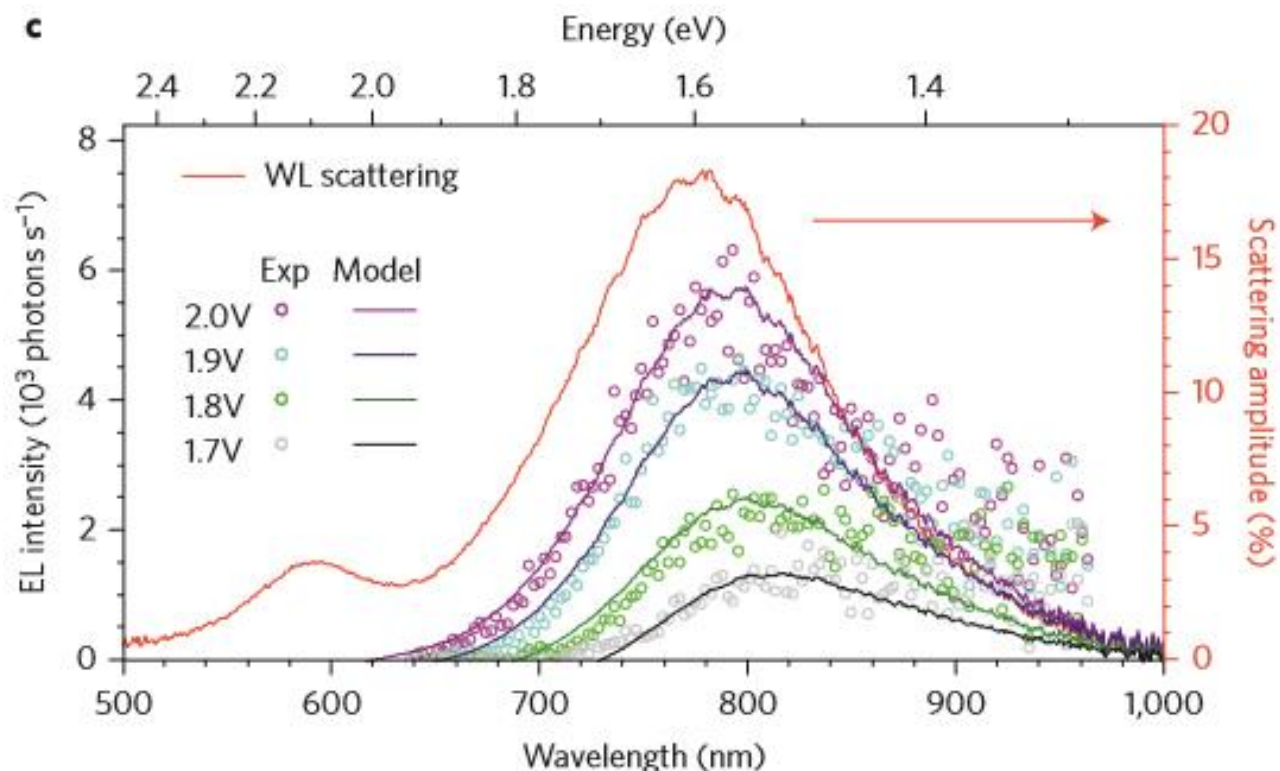
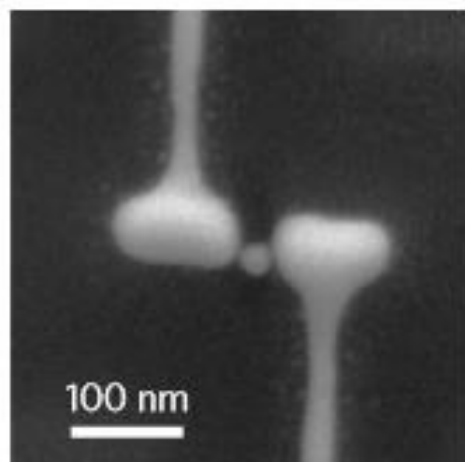
Electrically driven optical antennas

[Nature Photon. 9, 582 \(2015\)](#)

Radio- and microwaves can be generated by currents that oscillate within antennas driven by high-frequency voltage sources that extend up into the 100 GHz regime.

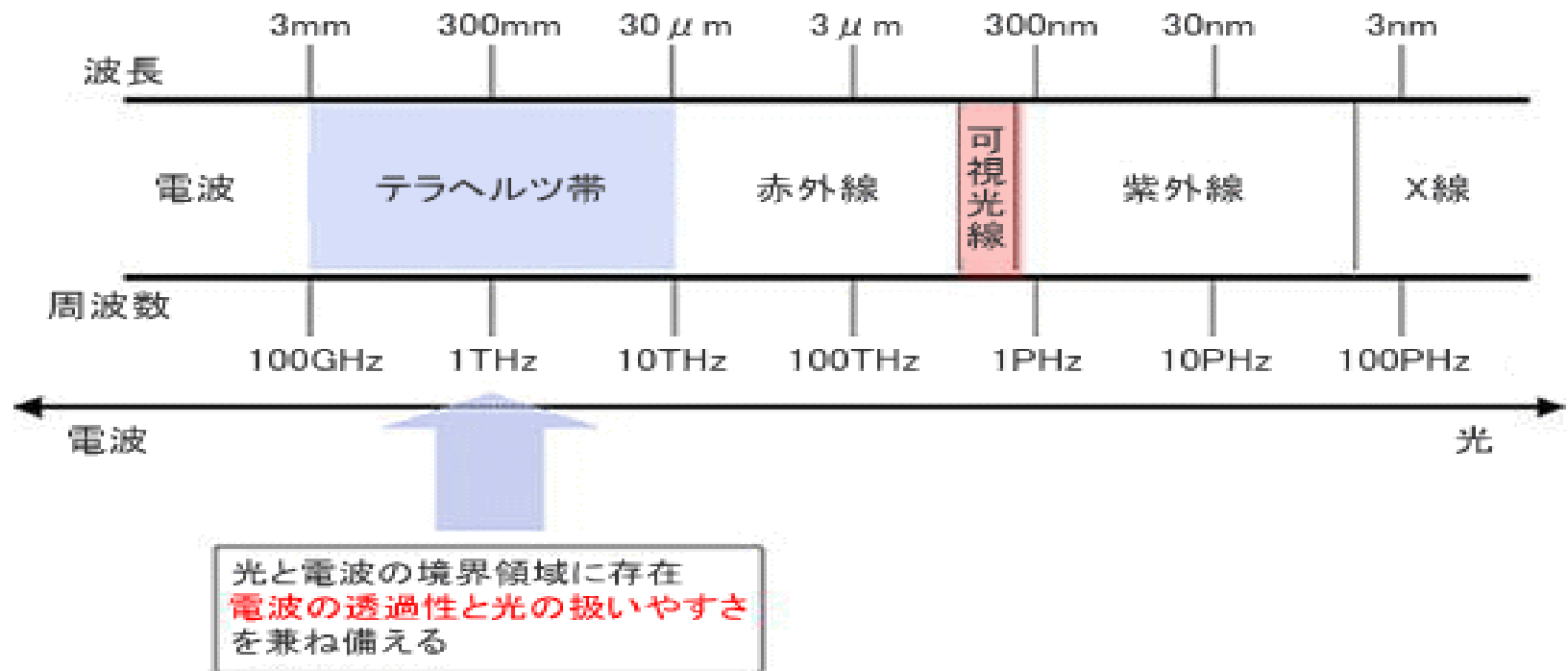
Sources for optical and infrared radiation are traditionally based on transitions between quantum states or bulky thermal sources because conventional electrical circuits are unable to generate oscillating currents with frequencies in the high THz regime. As a result, the well-developed and powerful concepts of Antenna theory are difficult to apply to optical radiation.

発光(発振)スペクトル



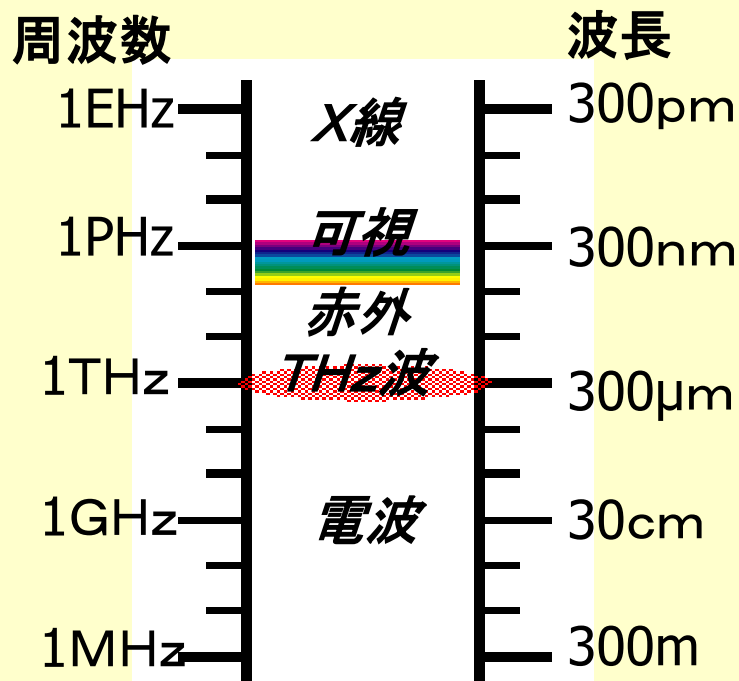
フィードギャップを通るトンネル電子の広帯域量子ショット雑音によって、面内光アンテナを直接電氣的に駆動した。放出光子のスペクトルは、アンテナの形状によって決まり、印加電圧で調節できる。発光の方向と偏光はアンテナ共振によって制御され、これによって外部量子効率も最高で2桁向上する。

THz電磁波(～遠赤外線)



エネルギー領域: 結晶フォノン、分子間振動、分子の回転、水素結合

磁場下の半導体表面からのTHz波の発生

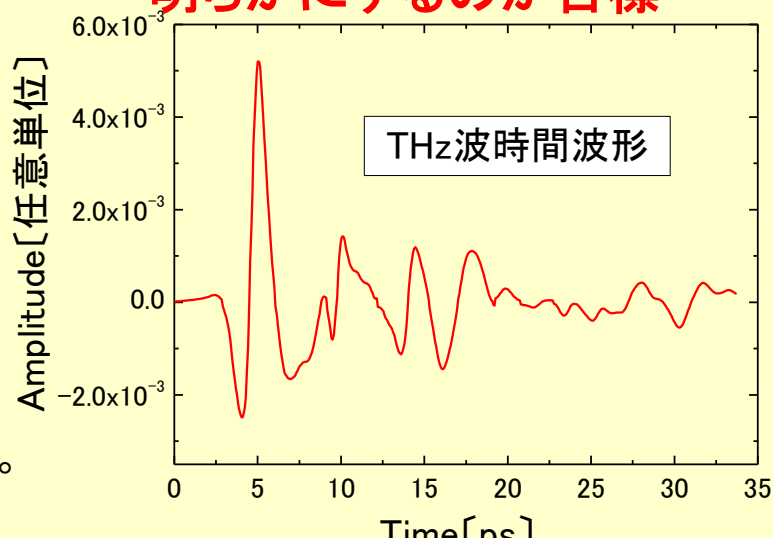


可視光と電波の間の周波数領域の未開拓の電磁波。フェムト秒レーザー技術により発生・検出法が開発され、注目されている。**分光**や**イメージング**で新しい展開。

応用研究の充実に向け
て...

高強度 & 広帯域のTHz光源
の開発が重要！！

**そのためにTHz波の発生機構を
明らかにするのが目標**



試料台と
電磁石



半導体(InAs)にfs秒光パルスを入射させ、THz波を発生させている。InAsに比較的強い磁場を印加するとTHz波の放射強度が増強することが分かっている。

THz波による イメージング

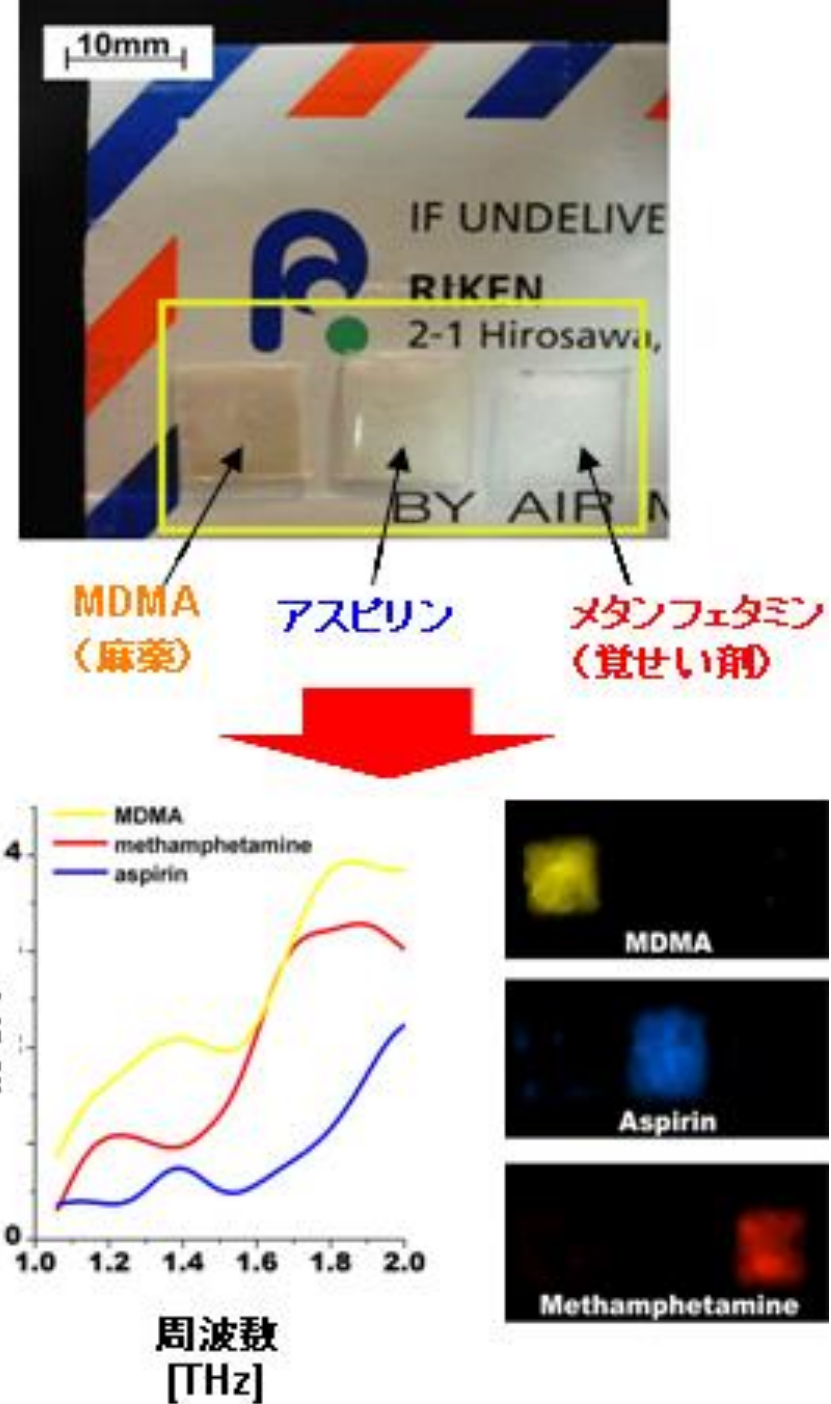
テラ(10^{12})ヘルツ波

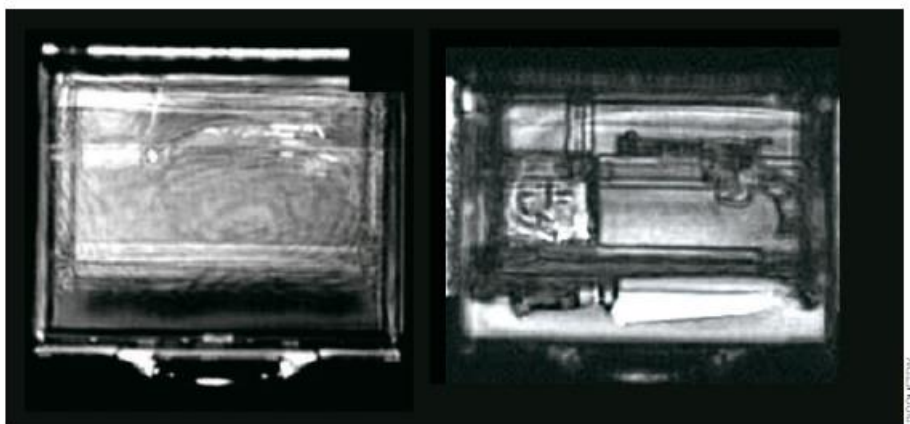
周波数0.3THzから10THzの電磁波
フェムト秒パルスを使い固体中の
非線形効果で発生

封筒内に隠された禁止薬物
のテラヘルツ分光イメージング
と分光スペクトル

非破壊測定 人体に無害

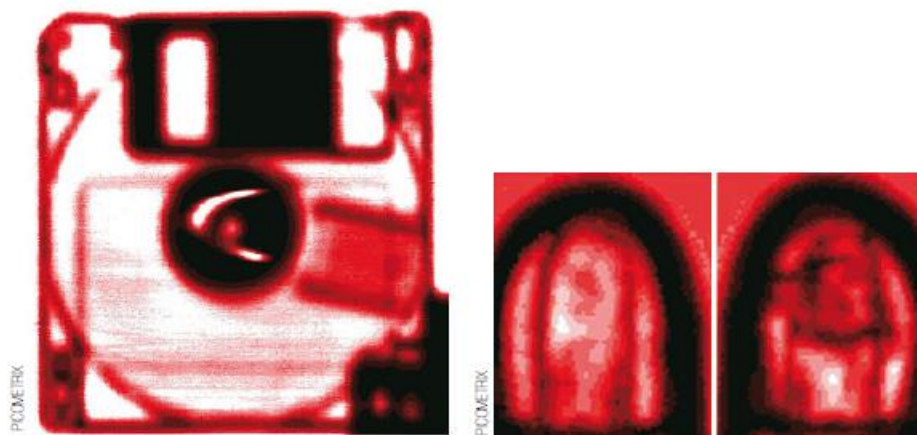
$$1\text{THz} = 300\mu\text{m}$$





かばんの中

Terahertz imaging makes it possible to image objects that are hidden beneath clothes or inside bags and shoes, for example. This capability is making the technology of great interest for applications in homeland security.



フロッピーディスク

A terahertz image of floppy disk, taken by the QA1000 terahertz-imaging system from the US firm Picometrix. The technology is proving useful in quality assurance applications for detecting flaws in objects that are hard to spot by other imaging means.

全身透視スキャナー

後方散乱X線検査装置

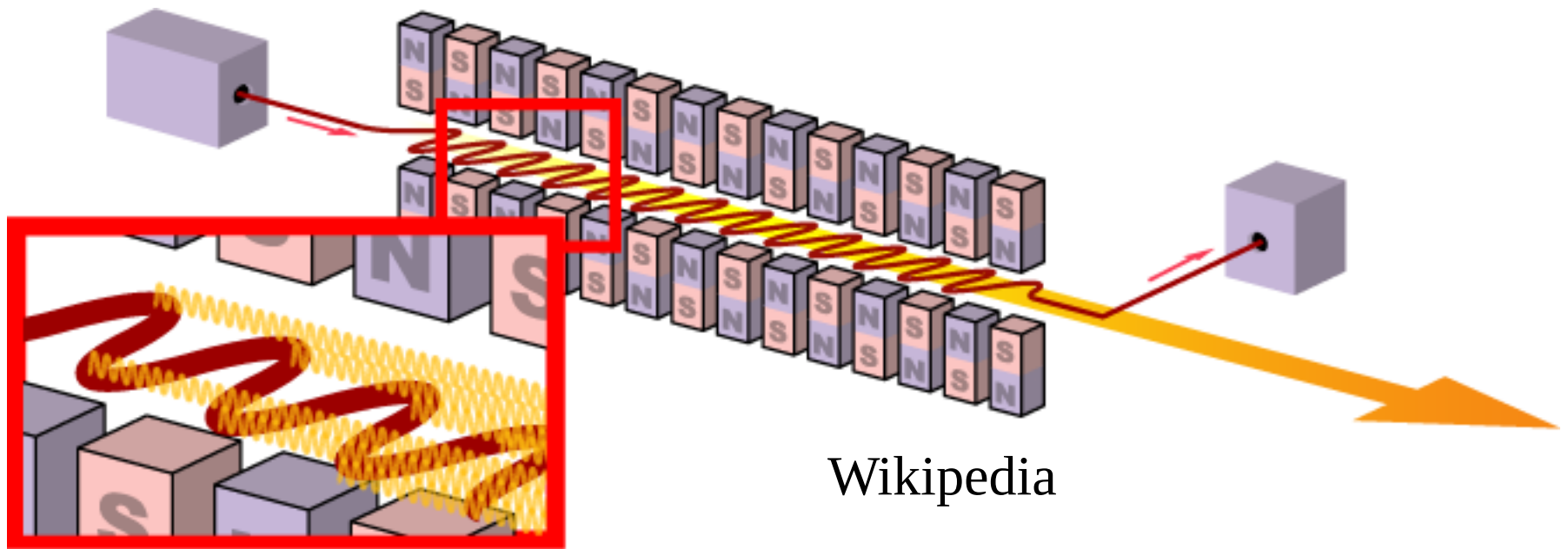
or

ミリ波スキャナー

自由電子レーザー

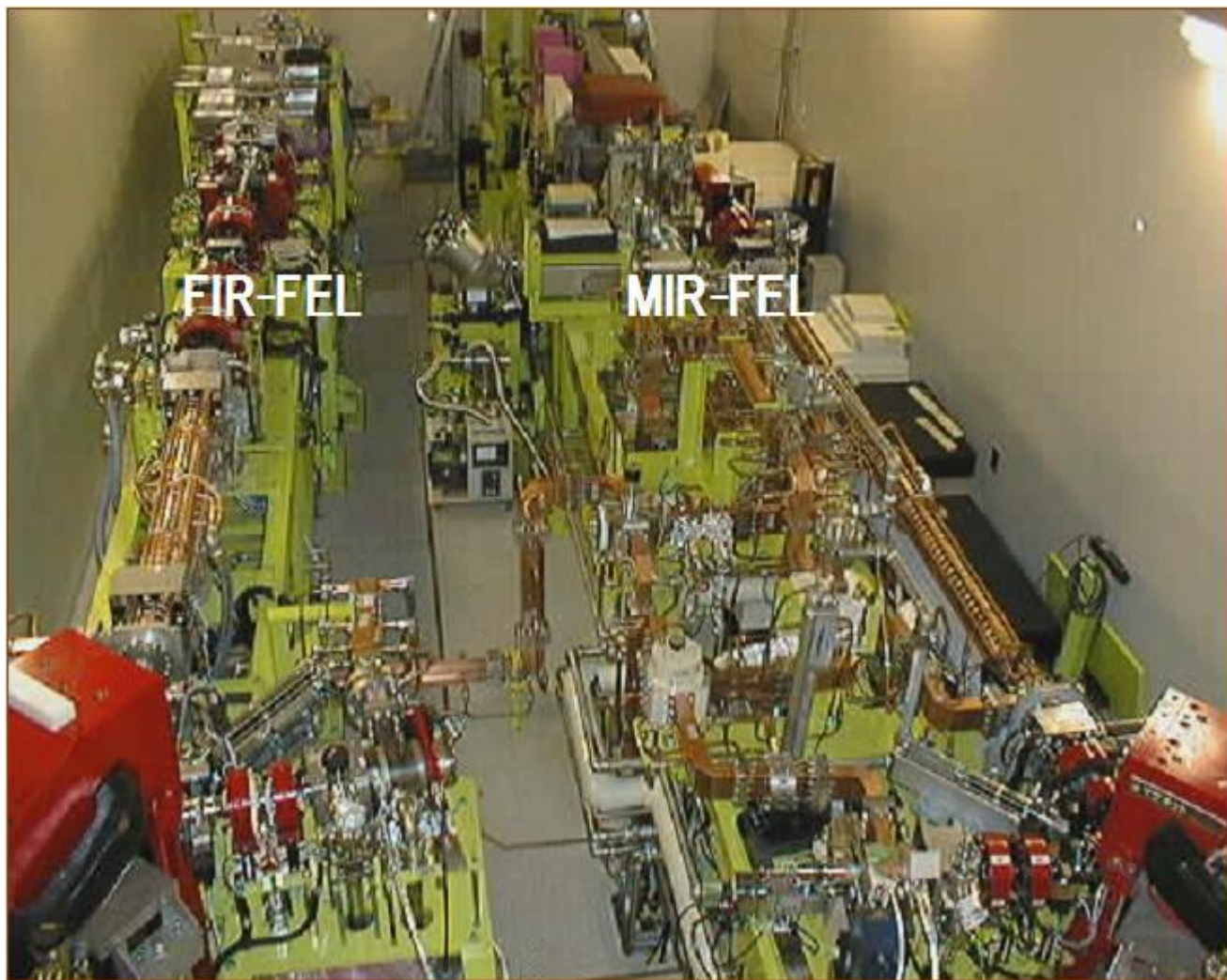
自由電子のビームと電磁場との共鳴的な相互作用によって
コヒーレント光を発生させる方式のレーザー

媒質によって発する光の波長が決まる一般のレーザーと異なり、
磁場・電子エネルギーを変えることによって波長可変という特徴
を持ち、軟X線、紫外線、可視光線、遠赤外線まで幅広い波長の
光を取り出せる



シンクロトロン放射光

理科大FEL



MIR(中赤外)-FEL が稼動 $4 \sim 16 \mu\text{m}$ $75 \text{THz} \sim 19 \text{THz}$

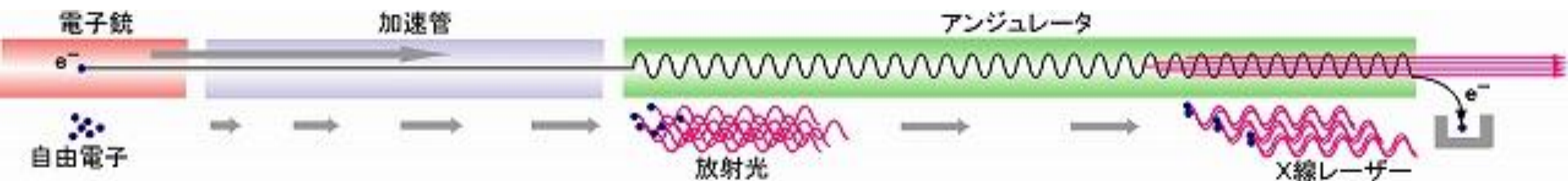
夢のレーザー X線自由電子レーザー

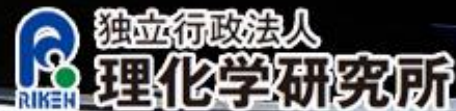
2009年4月
1.5 Åで発振

X線自由電子レーザー計画

日本(理研)、米国、EU

2011年3月
0.8 ÅのX線発生





祝 SACLA 発振

平成18年から国家基幹技術として整備を進めてきたX線自由電子レーザー施設SACLAにて、

平成23年6月7日16時10分 にレーザー発振を確認いたしました。

皆様の今までの応援に感謝し、今後もご期待に沿えるよう一同頑張っております。

- 世界最短波長(1.2 Å)となるX線レーザーの発振に成功
- ビーム運転開始からわずか3カ月という短期間での達成
- 性能をさらに向上させ、2011年度内に供用運転を開始

7月13日

0.8 Åの波長のXFELの発振に成功
世界最短波長のレーザー光



Europe turns on bright X-ray source

The opening of the superconducting European X-ray free-electron laser in Hamburg, Germany provides exciting opportunities for exploring a completely new world of science.

The long-awaited European X-ray free-electron laser (XFEL) at Schenefeld near Hamburg in Germany is now open and up and running. Following eight years of construction, the facility celebrated its official inauguration on 1 September 2017 and as we publish this issue the first user experiments are starting.

The European XFEL provides a coherent source of X-rays with energy ranging from 260 eV to beyond 20 keV using electrons accelerated to 8–17.5 GeV along a 2.1-km-long superconducting linear accelerator. The number of electron bunches (27,000 pulses per second) and the peak brilliance (5×10^{33} photons $\text{s}^{-1} \text{mm}^{-2} \text{mrad}^2$)



Credit: European XFEL / Heiner Müller-Elsner

electron bunches can be accelerated compared with in the warm, non-superconducting accelerators such as the Linac Coherent Light Source (LCLS) in Stanford, USA and the SPring-8 Angstrom Compact Free Electron Laser (SACLA) in Japan.

Interestingly, both the USA and China have firm plans to realize free-electron laser sources based on superconducting accelerators within the next few years, making the European XFEL the first of a new breed of superconducting X-ray sources. The new superconducting LCLS-II at Stanford is expected to be open in the early 2020s and China's SXFEL in Shanghai may be ready by 2019.

Nature Photonics
Published online on Sep. 29, 2017

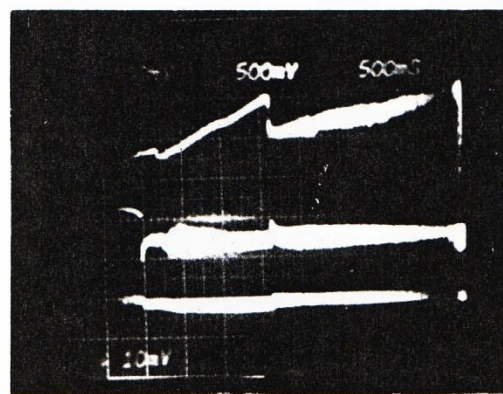
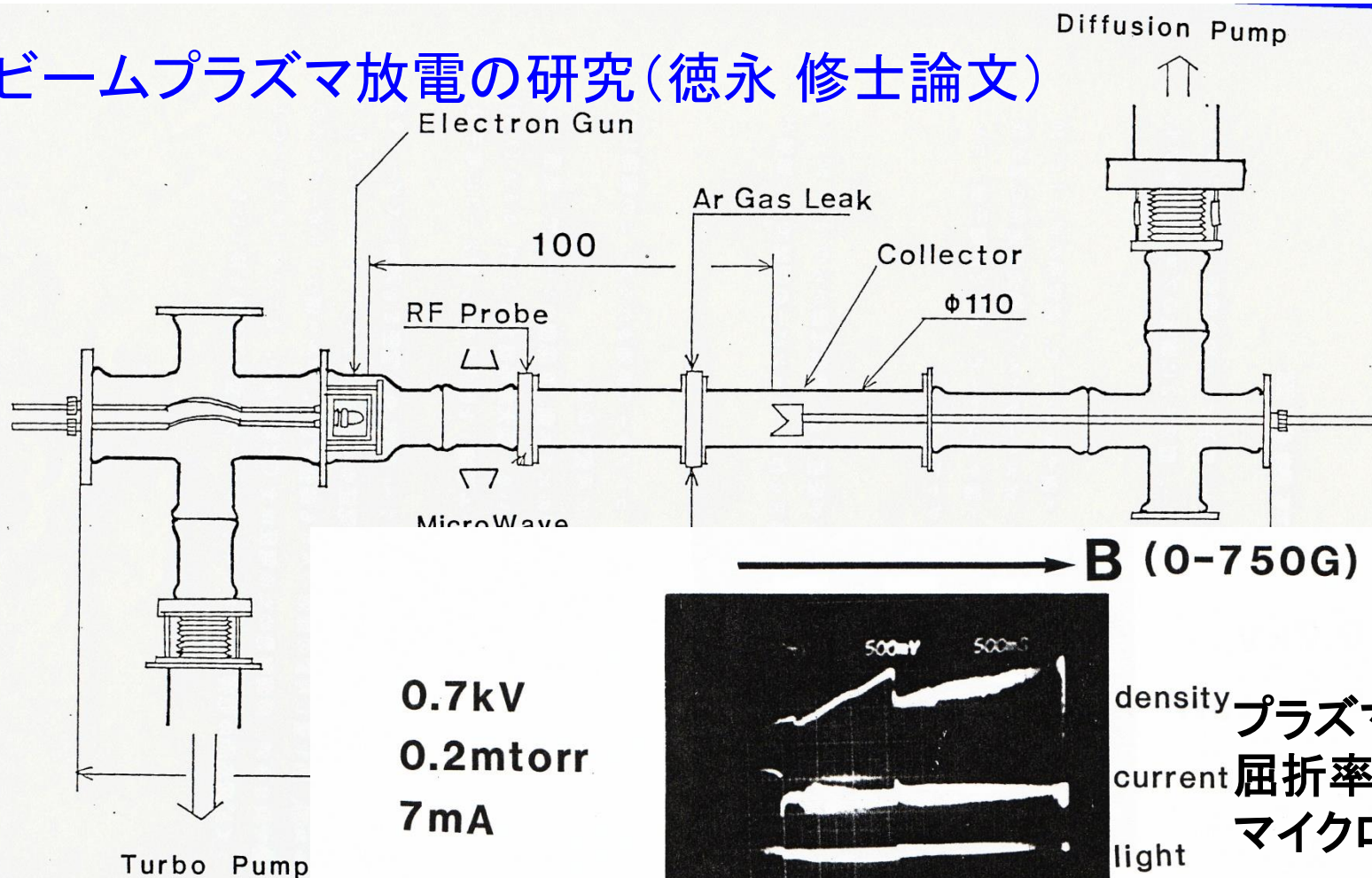
3年実験 X線回折

Moの特性X線を使用 インコヒーレント光

X線レーザー＝コヒーレント光が使用できれば？

プラズマ診断

ビームプラズマ放電の研究 (徳永 修士論文)



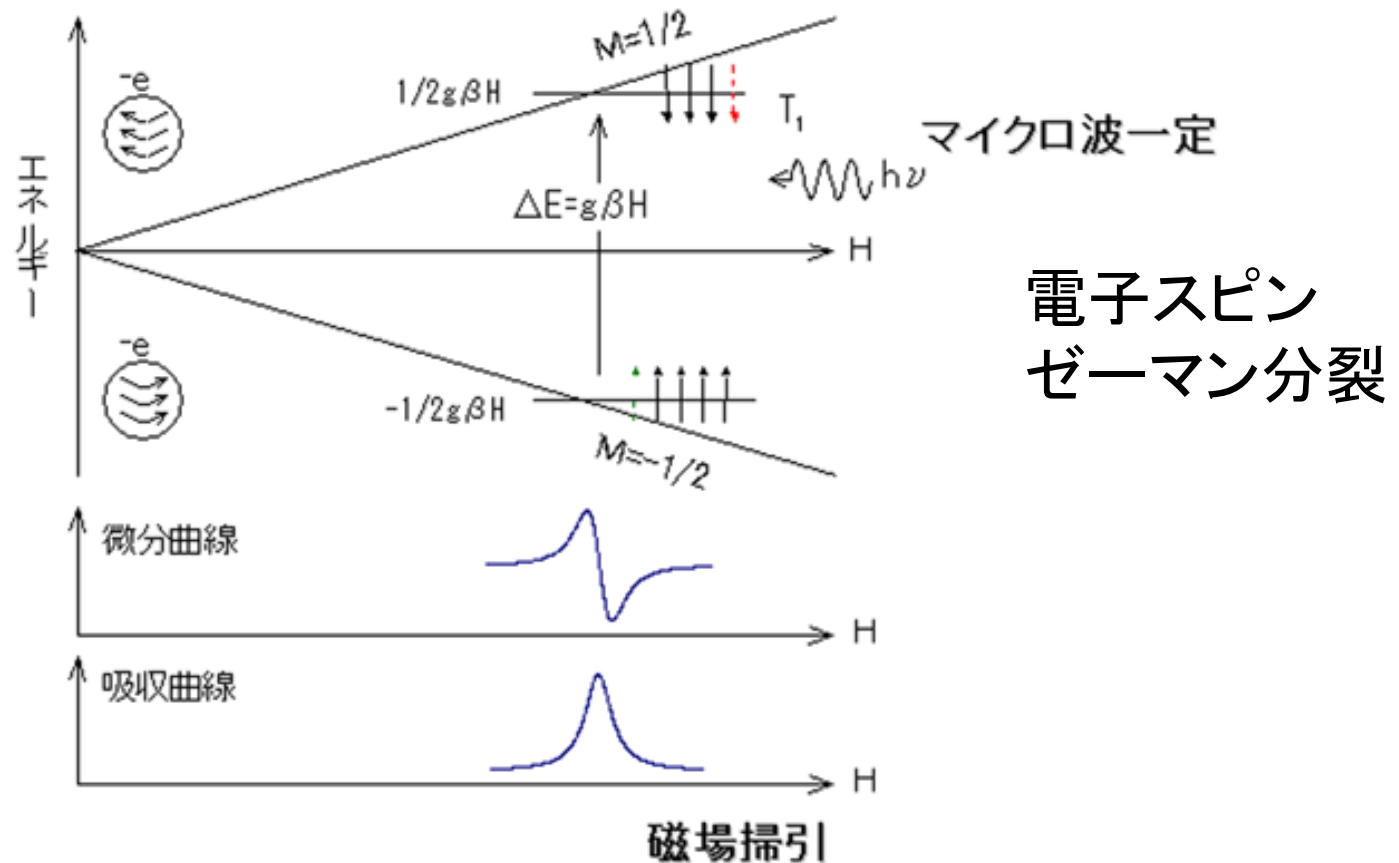
プラズマ密度の測定
屈折率変化による
マイクロ波の位相変化

10GHz, 3cm
 $n_p = 10^{12} \text{cm}^{-3}$

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon(\omega_p)}{\epsilon_0}} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

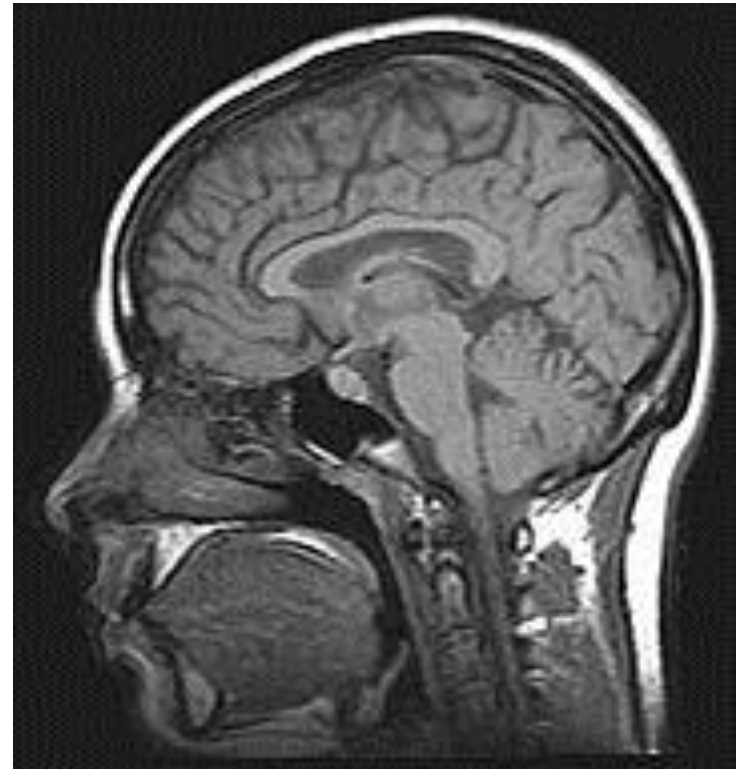
ω_p : プラズマ周波数 $\omega_p^2 \propto n_p$

電子スピン共鳴 (ESR) マイクロ波 ($\sim 10\text{GHz}$)



核磁気共鳴画像法(MRI)

10～60MHz(ラジオ波)



水素原子 ^1H 核スピンの信号

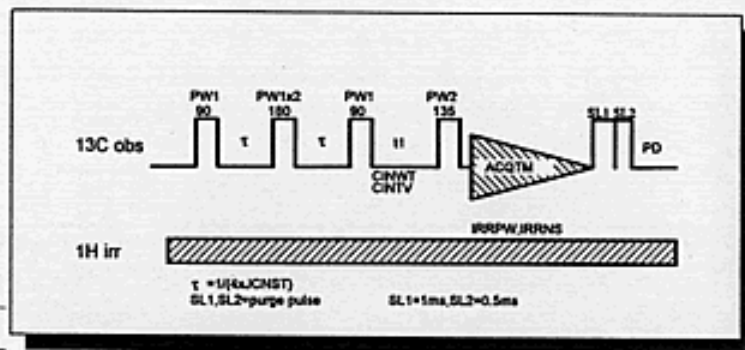
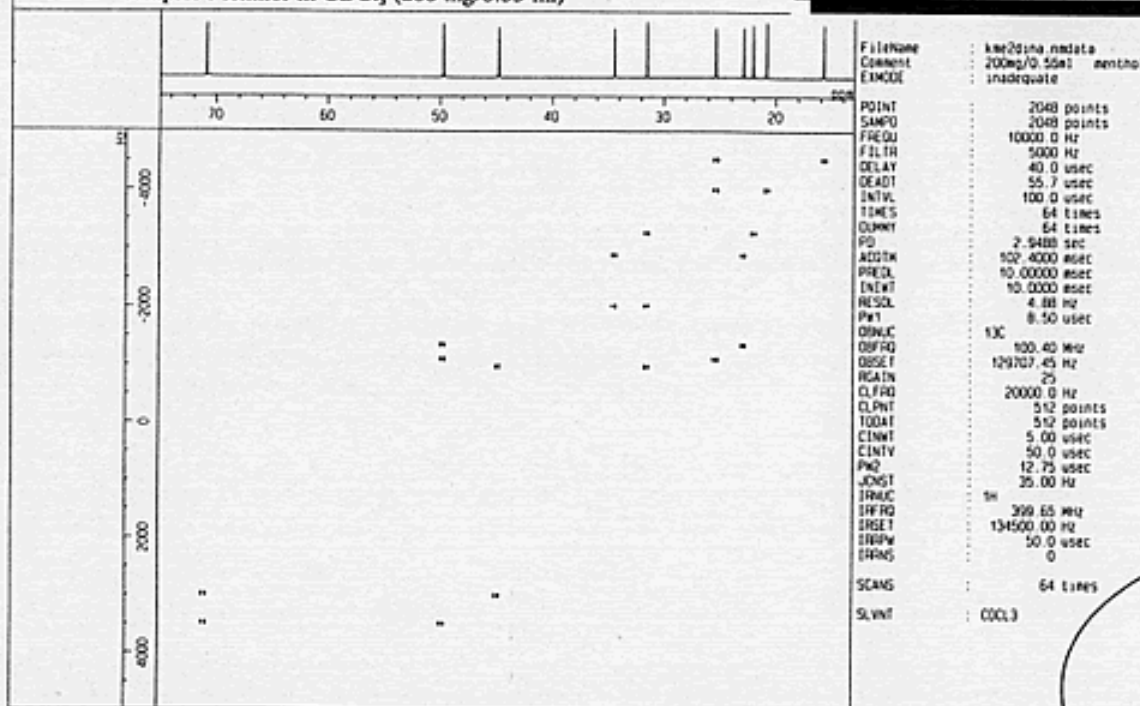
核磁気共鳴(NMR) 数百MHz

磁場下で電波(パルス)を照射 核スピンのゼーマン分裂幅に共鳴

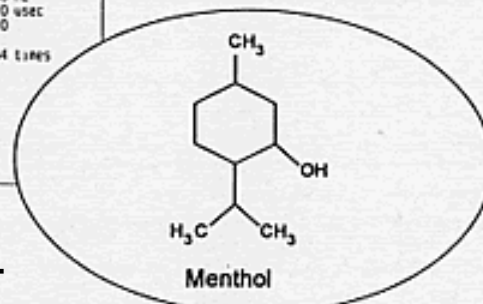
4-3 INADEQUATE

Linkage between the ^{13}C and ^{13}C nuclei is observed. Signals of ^{13}C nuclei bonded with ^{12}C nuclei are eliminated. The method is useful for clarifying carbon skeletons of compounds.

4-3-1/ Sample: Menthol in CDCl_3 (200 mg/0.55 ml)



The f_1 axis represents the ^{13}C chemical shift and the f_2 axis the double-quantum frequency of a two- ^{13}C spin system. Correlation signals are observed at equal distances to the left and right sides from a straight line drawn from the right top to the left bottom with a gradient of about 63.4° .



2次元NMR

^{13}C 核スピンの信号

光周波数標準、光学時計

現在の時間の国際標準 セシウム原子時計で定義(1967)
9.2GHz(9192631770Hz)のマイクロ波遷移(超微細準位間)

1秒の定義 セシウム133 原子の基底状態の2つの超微細準位間の遷移
に対応する放射の9 192 631 770 周期の継続時間(1967)

マイクロ波の代わりに光を使えば 時間の測定精度は5桁向上
光の周波数は 数百THz

光の周波数をマイクロ波の周波数へ変換する技術が確立、
イオンや中性原子の光学遷移を周波数標準とすることが可能に

2004.3.19 可視光周波数域で1オクターブ以上に渡る“光コム”生成
(規則的に並んだ櫛の歯のようなスペクトルを持った光)
フェムト秒レーザーの応用 10^{-19} の高い精度で周波数を決定

光格子時計

160億年に1秒しか狂わない光格子時計を実現

2014

香取 秀俊

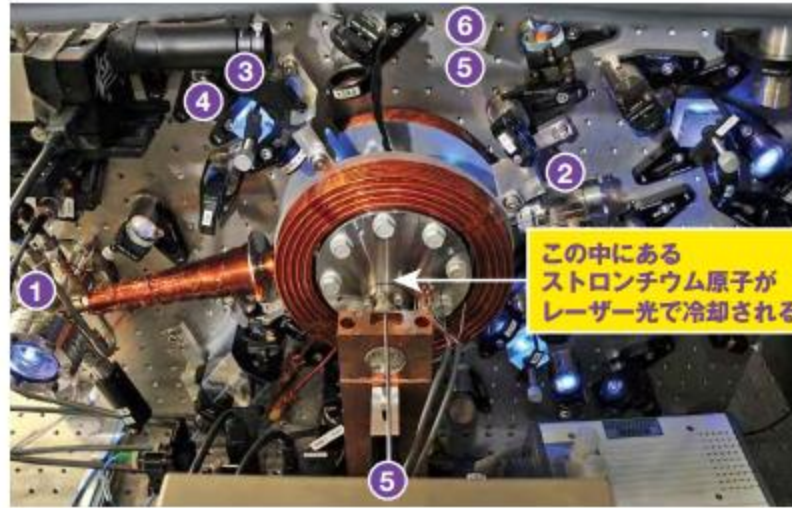
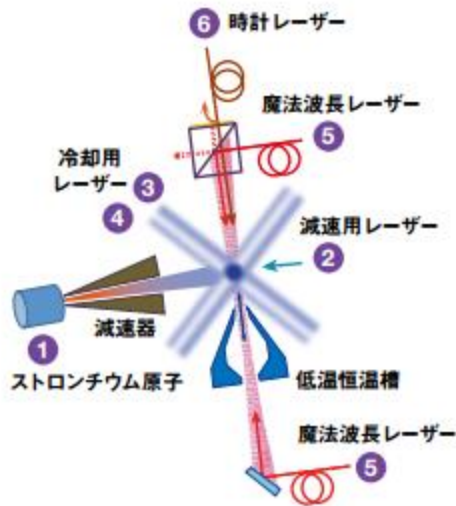


図2 光格子時計による原子の閉じ込めの流れ

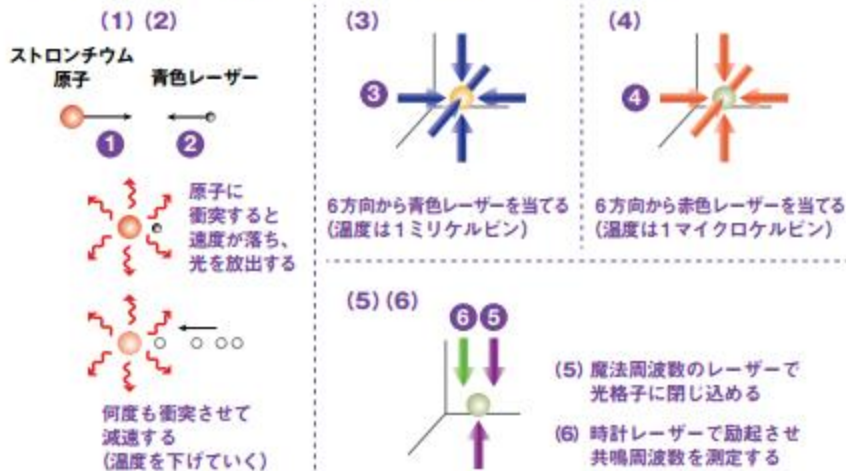
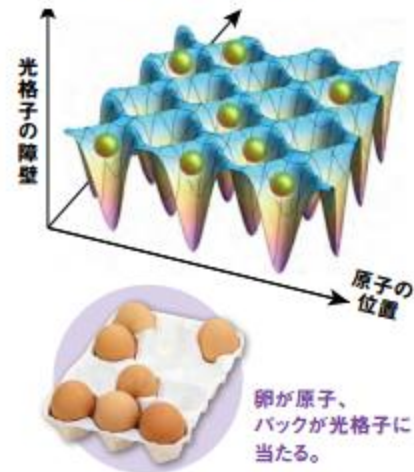


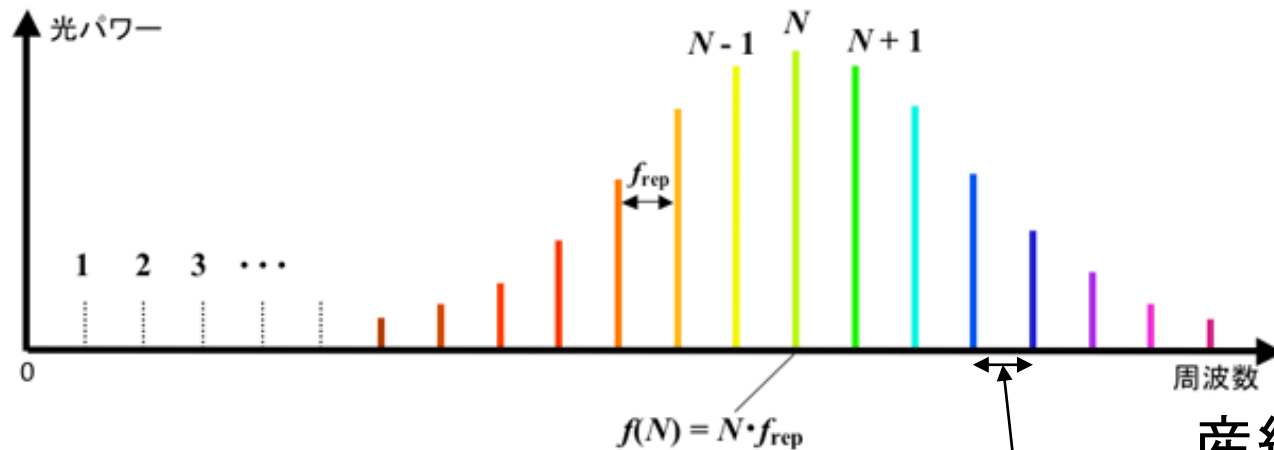
図3 バックに入った卵のように原子を閉じ込める



光周波数コム

◆光周波数コム

モード同期レーザーと呼ばれる超短光パルスレーザーから出力される、広帯域かつ櫛状のスペクトルを持つ光のこと。モード同期レーザーが発生する超短光パルス列は、光周波数コムの模式図にあるように、繰り返し周波数(f_{rep})で決まる間隔を持った細いスペクトル成分(モード)を持つ。このスペクトルの形状がくし(comb)に似ていることから「光周波数コム(comb)」と呼ばれる。繰り返し周波数 f_{rep} を、協定世界時に同期すれば、光周波数コムを「光周波数のものさし」として用いることができる。[\[参照元へ戻る\]](#)



産総研HPより

レーザー共振器

L

反射鏡



反射鏡(一部透過)

定在波モード モード間隔

$$\Delta f = \frac{c}{2L}$$

長さ(1m)の定義

地球の子午線の赤道から北極までの長さの1000万分の1
実際の測量に基づいてメートル原器 (1889)

クリプトン86原子のスペクトル線の波長を用いて定義(1960)

真空中の光の速さをを用いた定義(1983)

1秒の 299 792 458分の1の時間に光が

光の速さ=定義値299 792 458 m/s

C=299792458 m/s
「憎くなく 二人寄れば
いつもハッピー」

長さの国家標準 「協定世界時に同期した光周波数コム装置」 (2009)

実際の1 mを測定するために、レーザ光の波長を「長さのもののさし」として使う。

$$\lambda[\text{m}] = \frac{c[\text{m/s}]}{f[1/\text{s}]}$$

光コムは

時間の定義に従い正確な光周波数を発生できる「光周波数のもののさし」

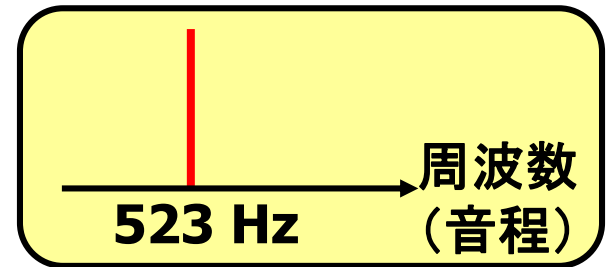
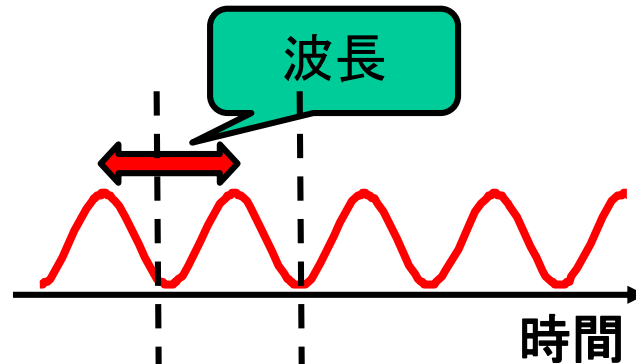
この装置により正確なレーザ光の波長＝「長さのもののさし」を決定

<https://www.nmij.jp/library/units/length/>

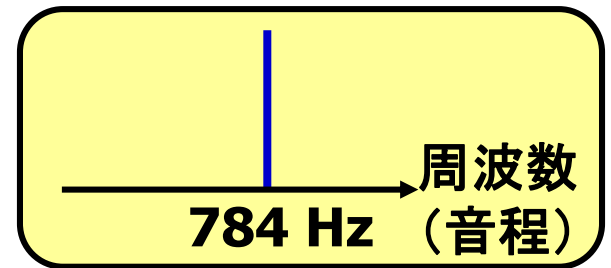
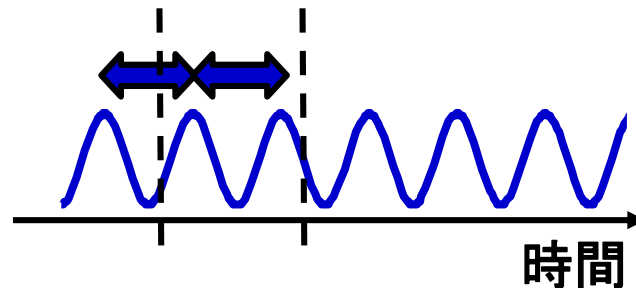
超短パルスレーザーとは？ : 「周波数軸」

音の波(振動)

再生
「ド」
第1の周波数の波



再生
「ソ」
第2の周波数の波

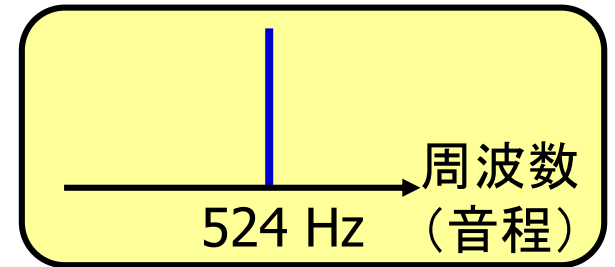
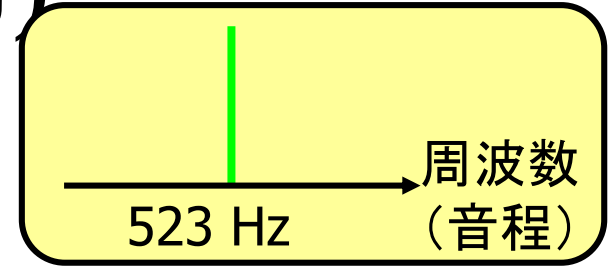
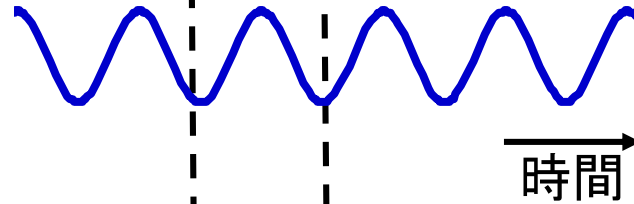
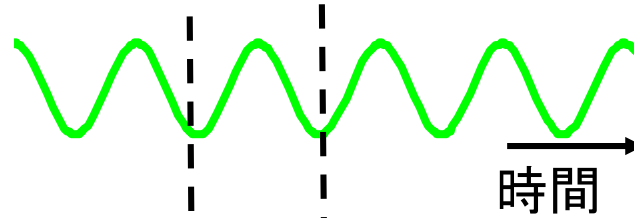


音の波(振動)

再生
第1の周波数の波
523 Hz

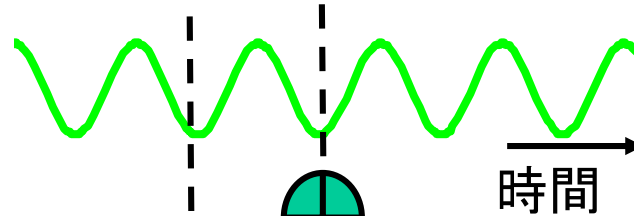


再生
第2の周波数の波
524 Hz

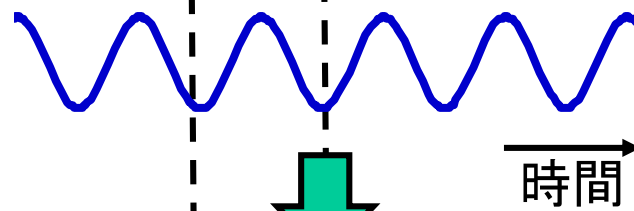


音の波(振動)

第1の周波数の波
523 Hz



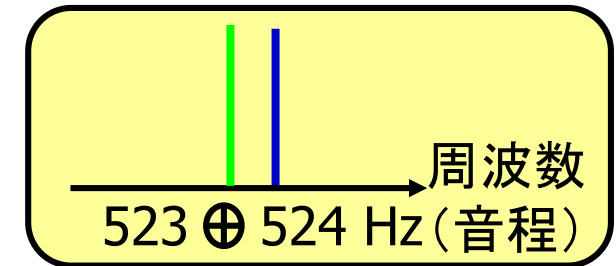
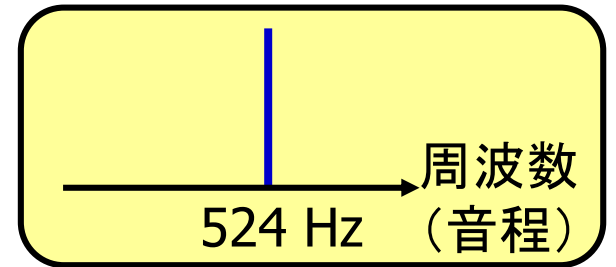
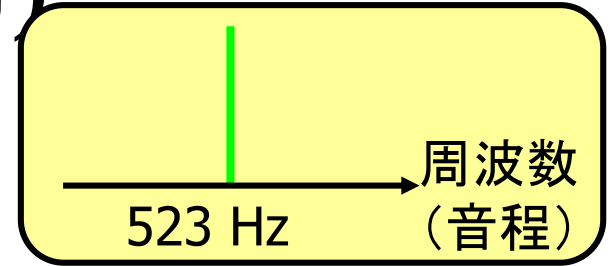
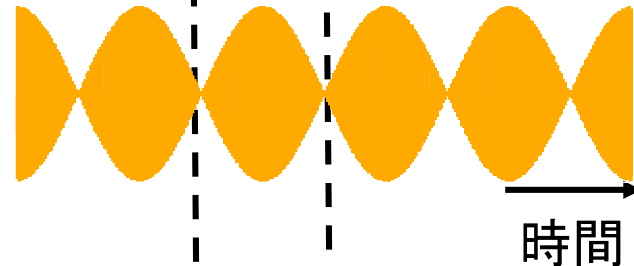
第2の周波数の波
524 Hz



再生

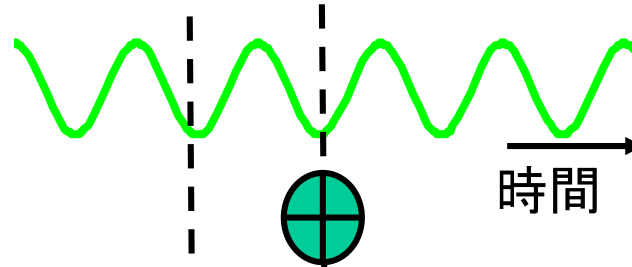


2つの重ね合わせ
 $523 \oplus 524$ Hz

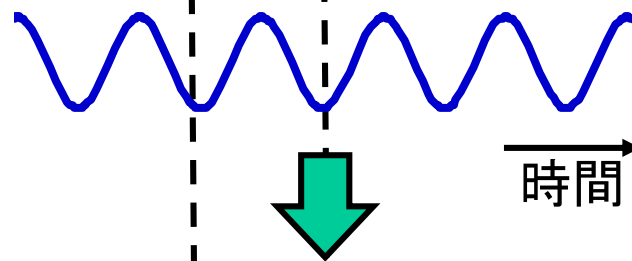


音の波(振動)

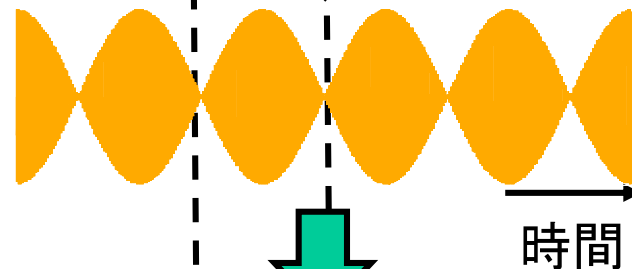
第1の周波数の波
523 Hz



第2の周波数の波
524 Hz



2つの重ね合わせ
 $523 \oplus 524$ Hz

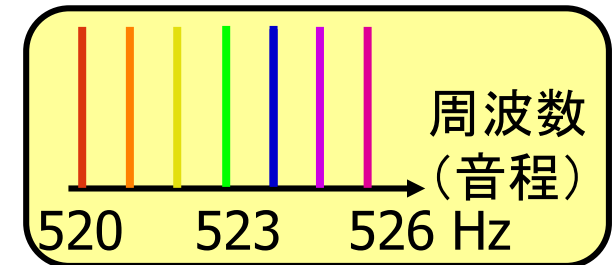
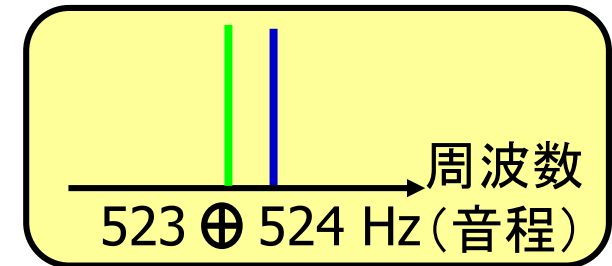
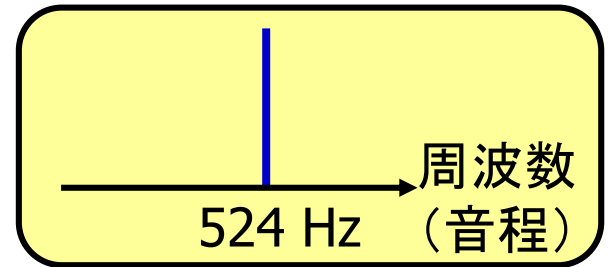
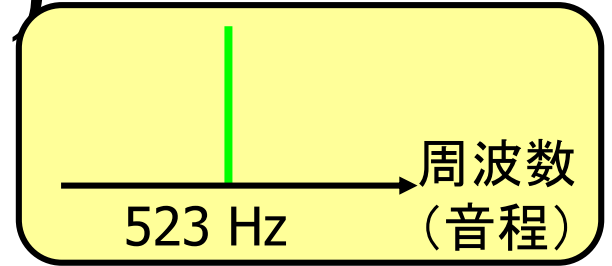
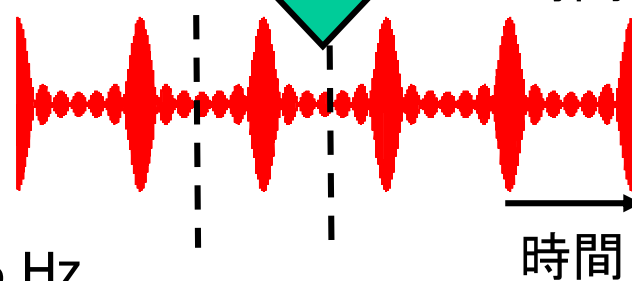


再生



7つの重ね合わせ

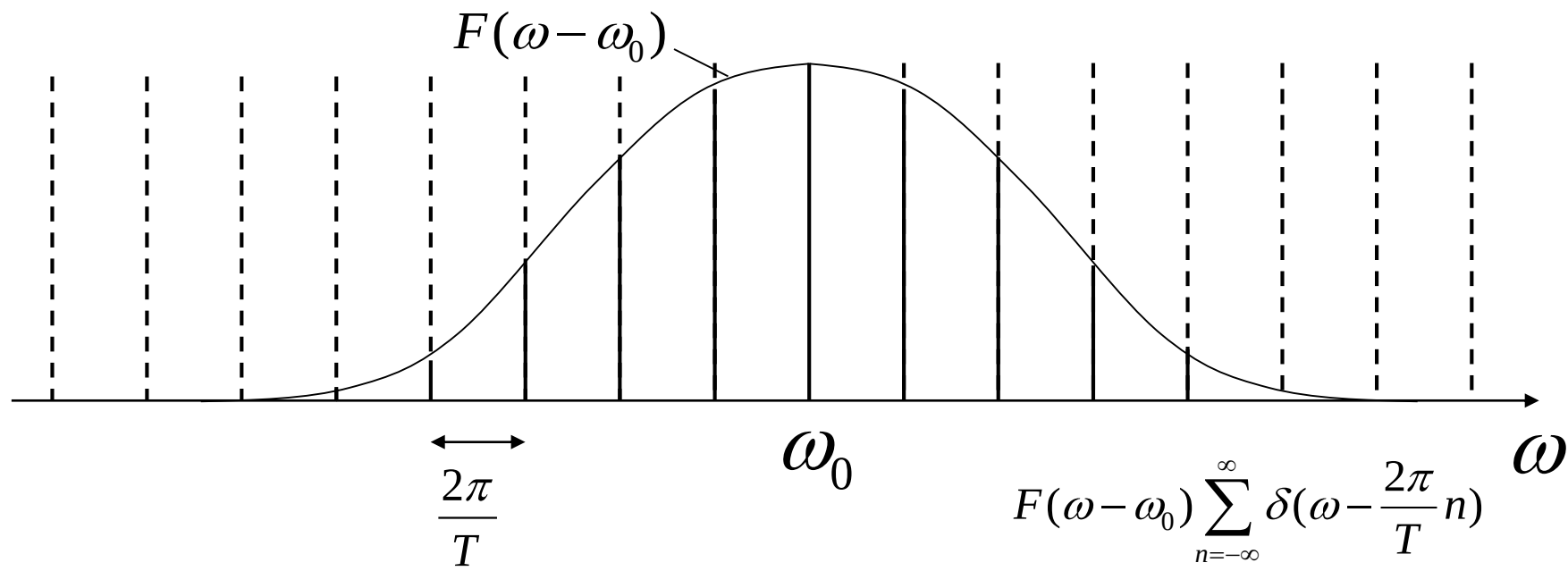
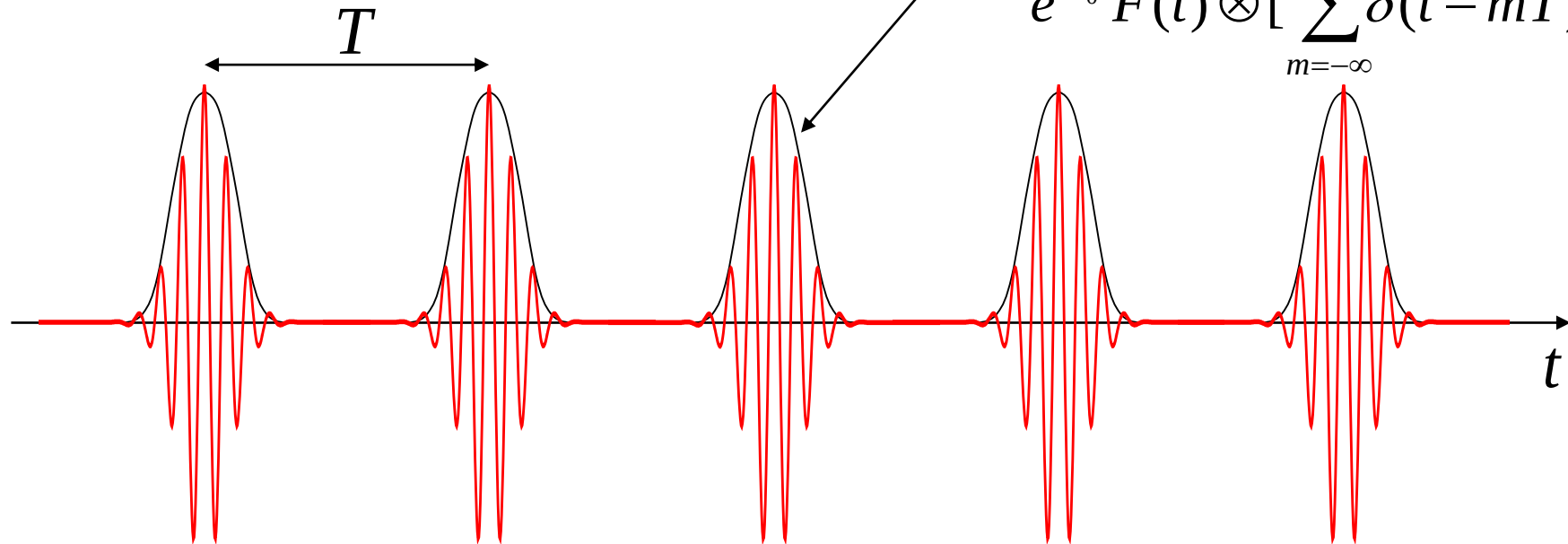
$520 \oplus \dots \oplus 523 \oplus \dots \oplus 526$ Hz



by 美濃島 薫(電通大)

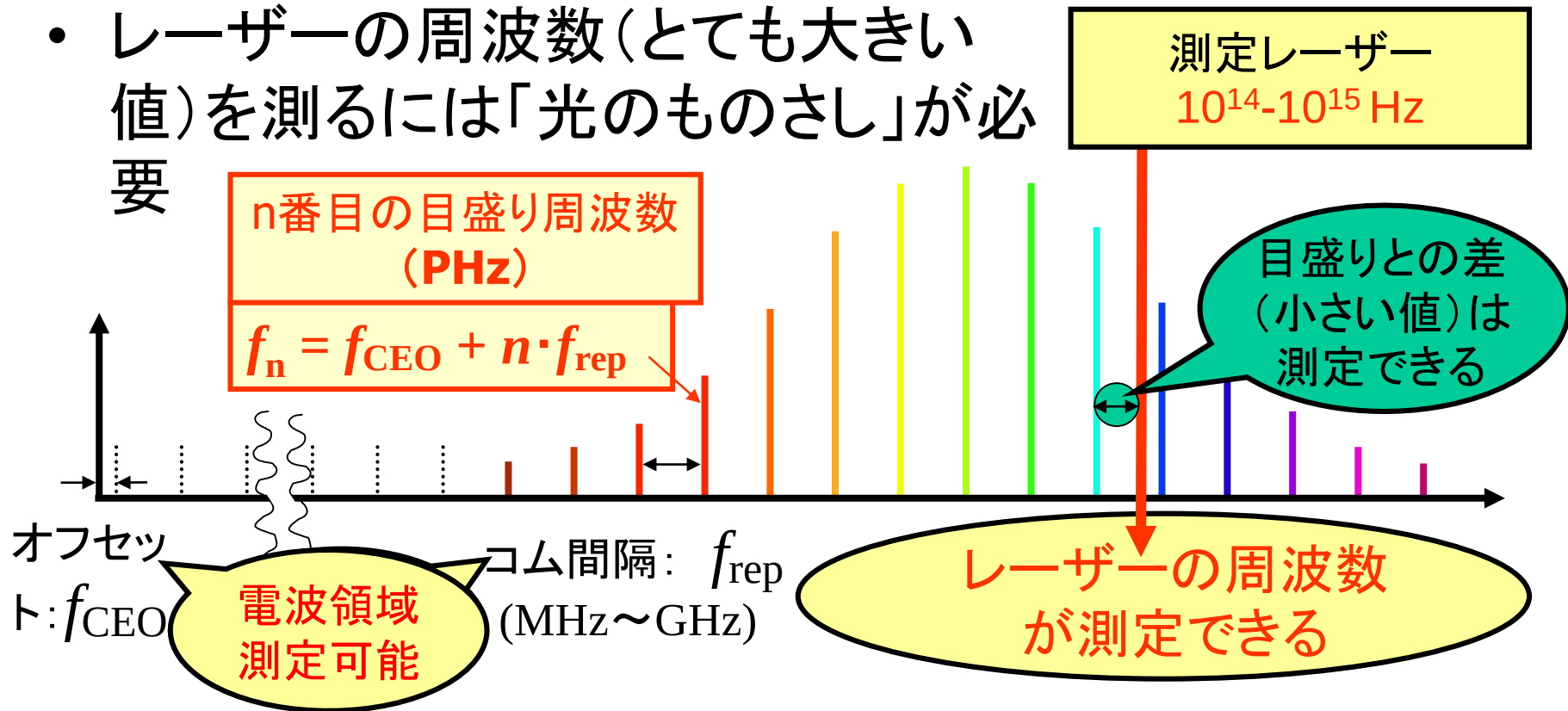
$$\frac{1}{2\pi} \int F(\omega - \omega_0) e^{i\omega t} d\omega = e^{i\omega_0 t} \frac{1}{2\pi} \int F(\omega - \omega_0) e^{i(\omega - \omega_0)t} d\omega = e^{i\omega_0 t} F(t)$$

$$e^{i\omega_0 t} F(t) \otimes \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT) \right]$$



光コムは「光のもののさし」

- レーザーの周波数(とても大きい値)を測るには「光のもののさし」が必要



1999年に初めて実現。20世紀中には3カ国のみ。独、米、**日**

2005年ノーベル物理学賞 T.W. Hänsch (独), J.L. Hall (米)

by 美濃島 薫(電通大)

光コムを一言でいうと

ファイバーから取り出す地球金星間のコヒーレンス長
を持つ300万色の周波数等間隔レーザー

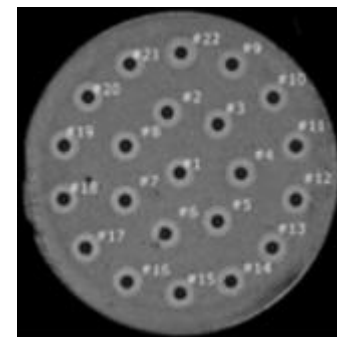
2014卒研 共同研究先の美濃島プロジェクトで実験

光ファイバの最大伝送容量の世界記録を更新、

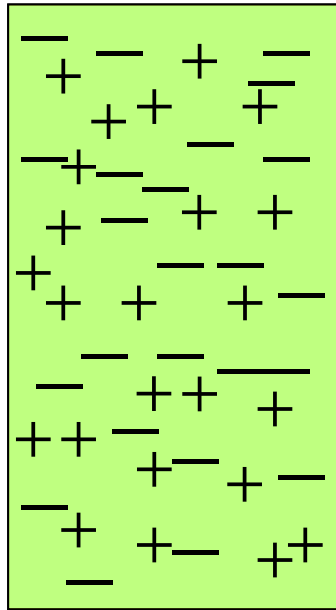
2.15ペタビット毎秒を達成 2015年10月1日

NICT(情報通信研究機構)は、住友電工、RAM Photonics, LLCと共同で、従来世界記録であった光ファイバ1本あたりの伝送容量を2倍以上に更新し、**2.15ペタビット毎秒**の光信号の送受信実験に成功。光ファイバ1本当たりの伝送容量を拡大する次世代技術として、新型光ファイバが世界的に研究されている中、今回、品質が均一で長距離伝送に好適な同種コア型のシングルモード22コアファイバと波長多重光を一括で生成可能な**高精度光コム光源**を用いて、30km伝送を実証。

光伝送システムでの利用が期待されている高精度光コム光源を採用した今回の実験により、将来の大規模デジタルコヒーレント光ネットワーク実現の可能性。なお、本論文は、第41回欧州光通信国際会議(ECOC2015)にて高い評価を得て、最優秀ホットトピック論文として採択。



プラズモニクス

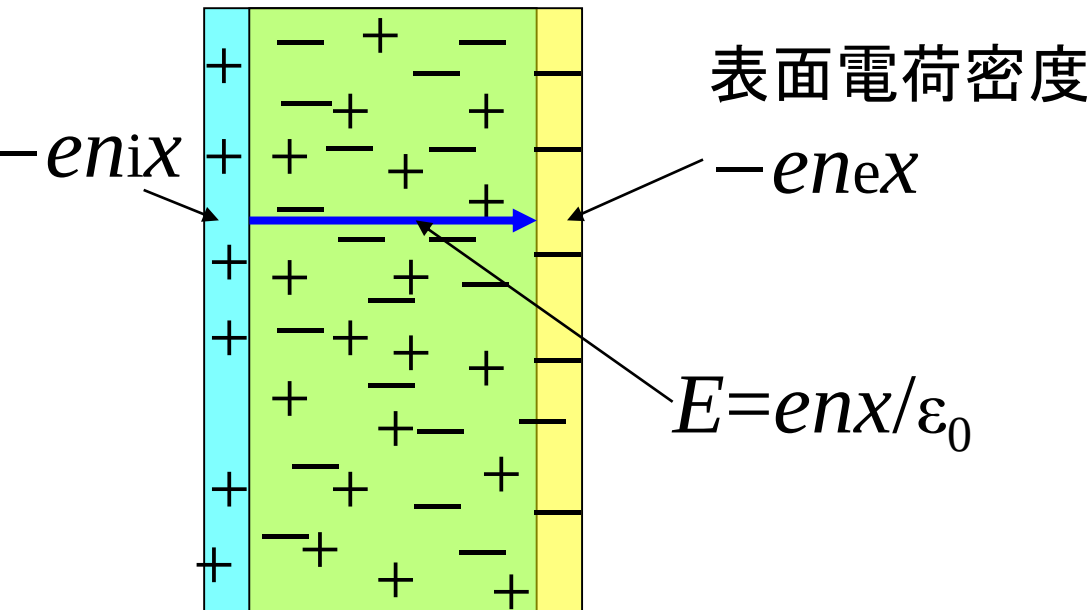


— 電子 n_e :密度

+ 正イオン n_i

中性 $n_e = n_i = n$

x
→



電子気体の運動方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -eE$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{e^2 n_e}{m \epsilon_0} x$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_p^2 x = 0$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m}} : \text{プラズマ周波数}$$

プラズマ振動 縦波

プラズモニクス

電子気体の運動方程式 (金属のドルーデモデル)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -eE \quad E = E_0 e^{-i\omega t} \quad x = x_0 e^{-i\omega t}$$

$$- \omega^2 x = -\frac{e}{m} E \quad x = \frac{e}{m\omega^2} E \quad P = -nex = -\frac{ne^2}{m\omega^2} E$$

$$\varepsilon E = \varepsilon_0 E + P \quad \varepsilon E = \varepsilon_0 E - \frac{ne^2}{m\omega^2} E \quad \varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{ne^2}{m\omega^2}$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$P = \frac{N_0}{V} p = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E \quad \text{ローレンツモデル}$$

$$\chi^{(1)}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{N_0}{V} \frac{q^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_0}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \chi^{(1)} \quad \text{で } \omega_0 = 0, \Gamma_0 = 0$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

プラズモニクス

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m}} : \text{プラズマ周波数}$$

$\omega < \omega_p$ $\varepsilon < 0$ 屈折率 $n = i\kappa$ 純虚数

電磁波は金属中に入り込めず表面で反射

$\varepsilon\mu < 0$ のとき、伝搬できない

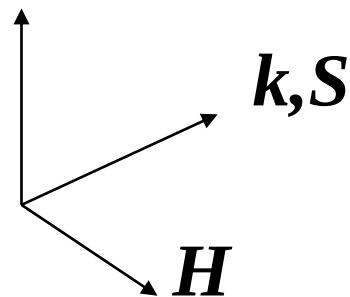
$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \propto e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}, \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \varepsilon \mathbf{E}$$

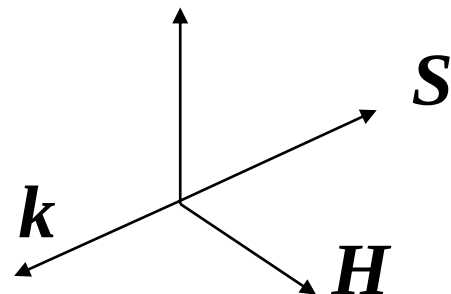
$$\varepsilon > 0, \mu > 0$$

$\mathbf{E}$ 右手系 (正の屈折率)

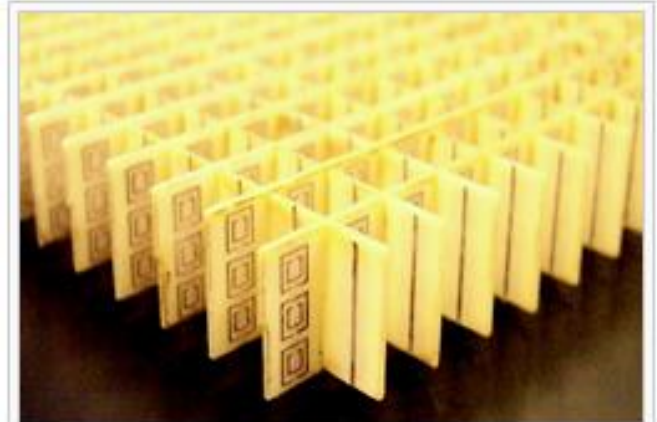
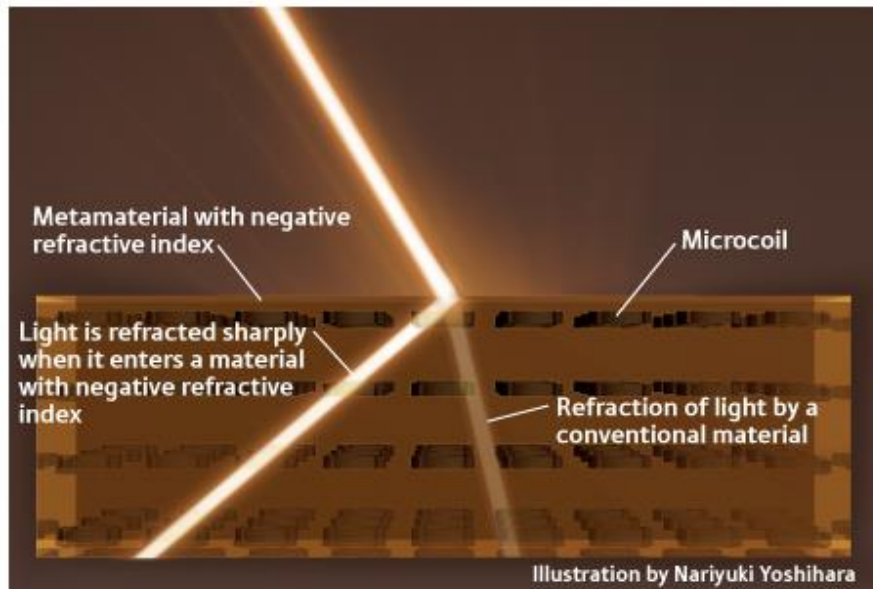


$$\varepsilon < 0, \mu < 0$$

$\mathbf{E}$ 左手系 (負の屈折率)



負の屈折率 メタマテリアル



Photograph of the [metamaterial lattice](#) used to demonstrate [negative refraction](#). The array of square split-ring resonators gives the material a negative magnetic permeability, whereas the array of straight wires gives it a negative permittivity

プラズモニクス

横波である電磁波は

縦波であるバルクのプラズマ振動(プラズモン)

とカップルできない(励起できない)

しかし、金属表面でTM波が表面プラズモンとカップルできる

表面プラズモン $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_M \epsilon_D}{\epsilon_M + \epsilon_D}}$

if $\epsilon_M + \epsilon_D = 0$ 表面プラズモン共鳴 $\omega_{SP} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon_D}} \omega_P$ for $\frac{\epsilon_M}{\epsilon_0} = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2}$

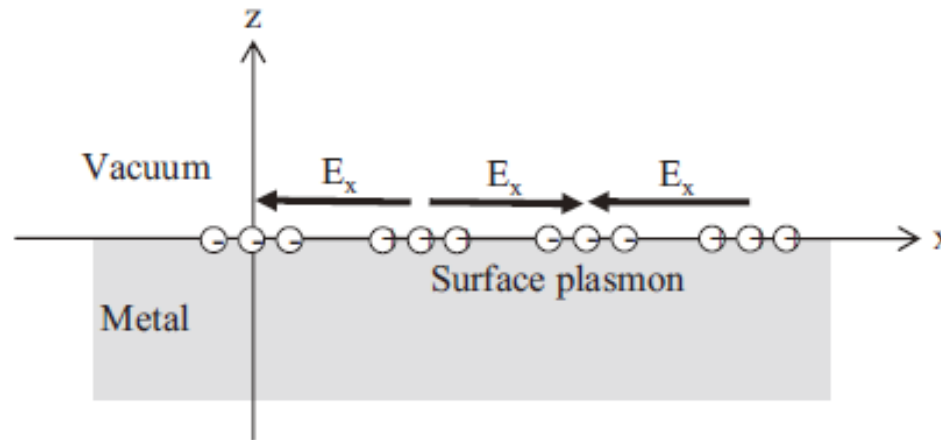


図3 表面電荷の集団振動 (表面プラズモン).

プラズモニクス

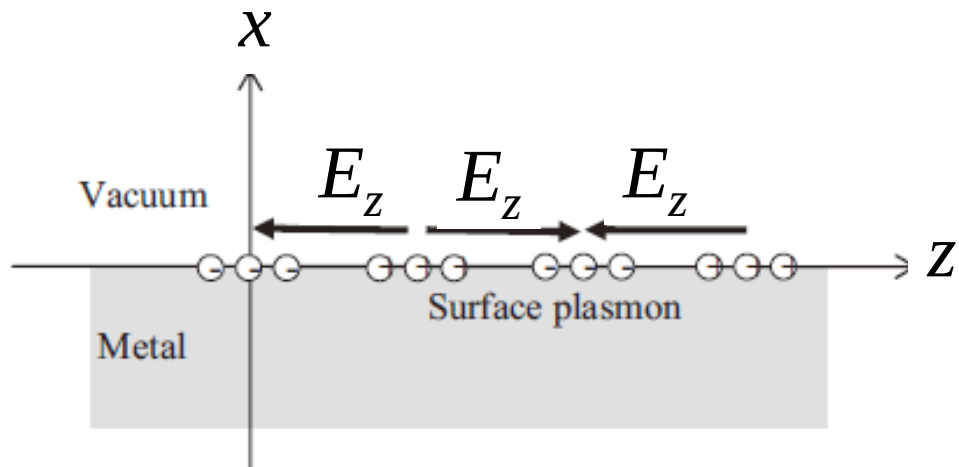
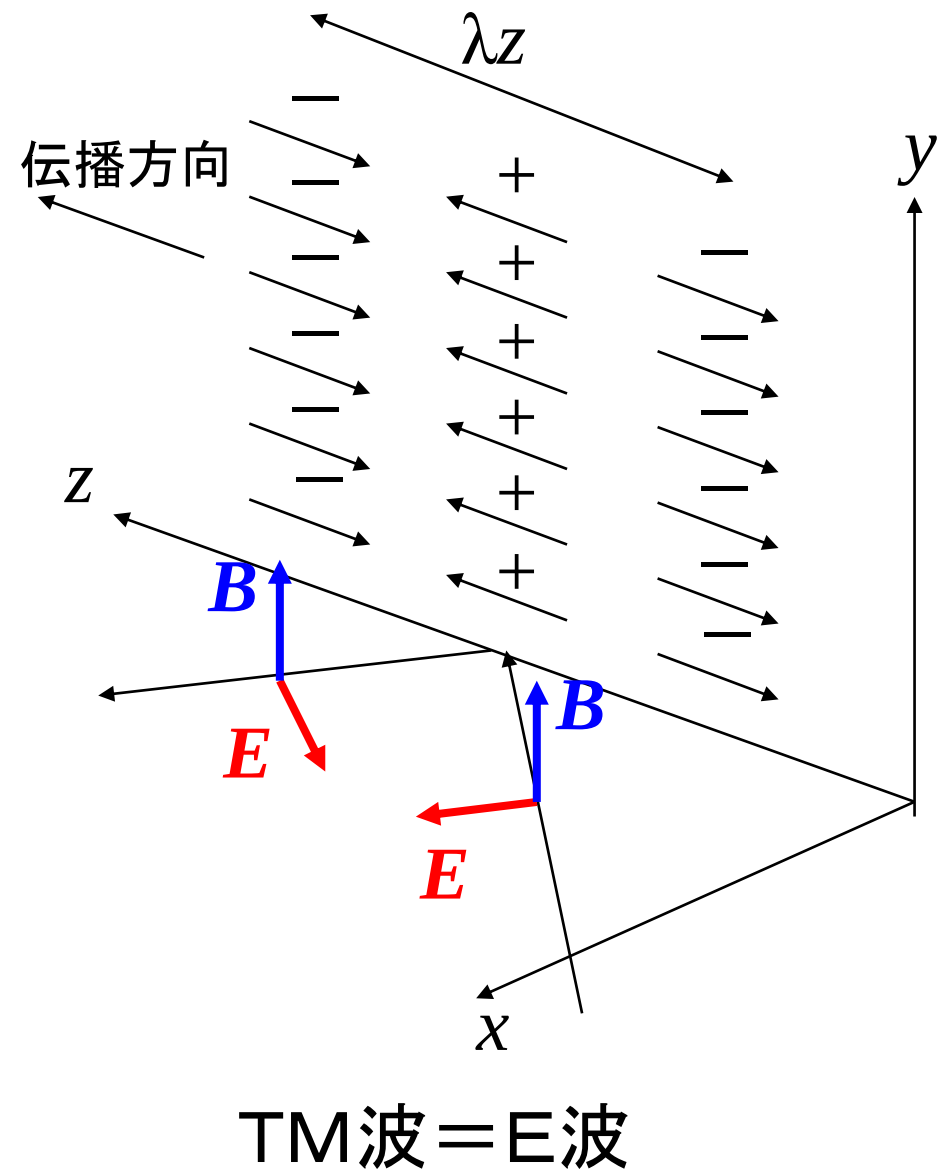
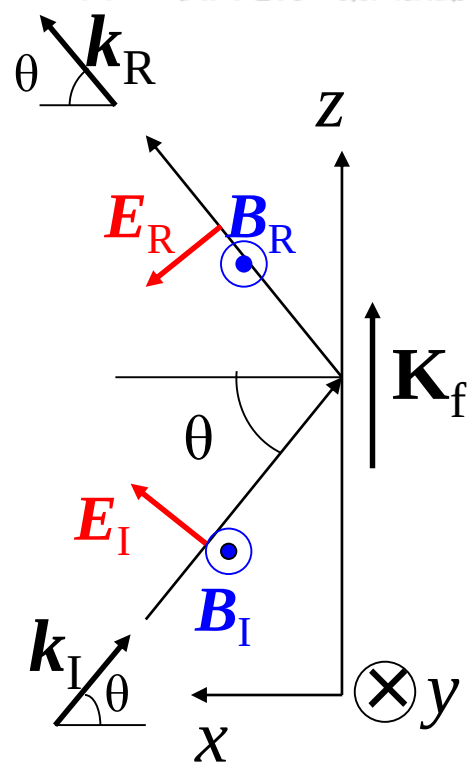
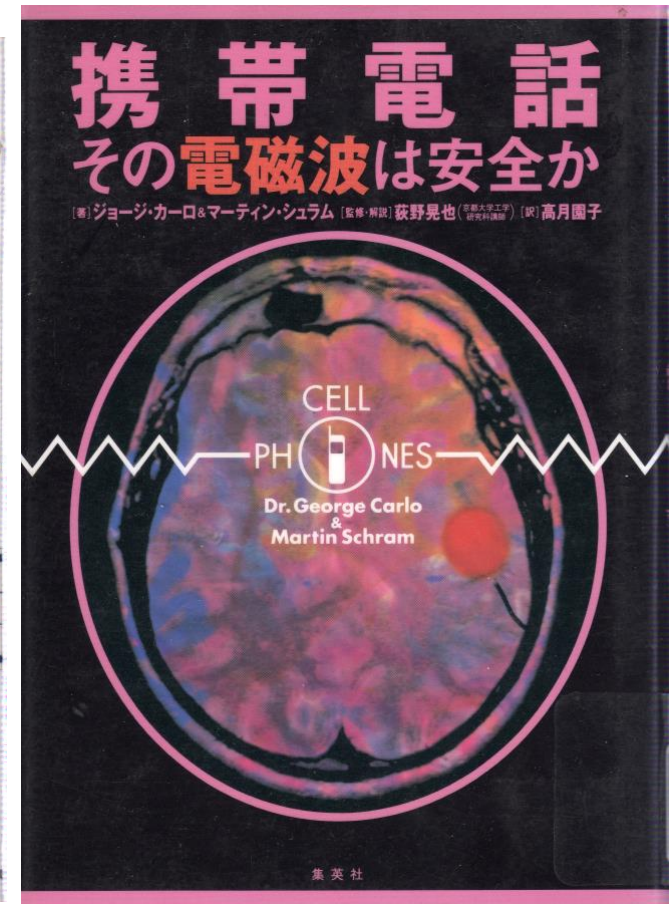
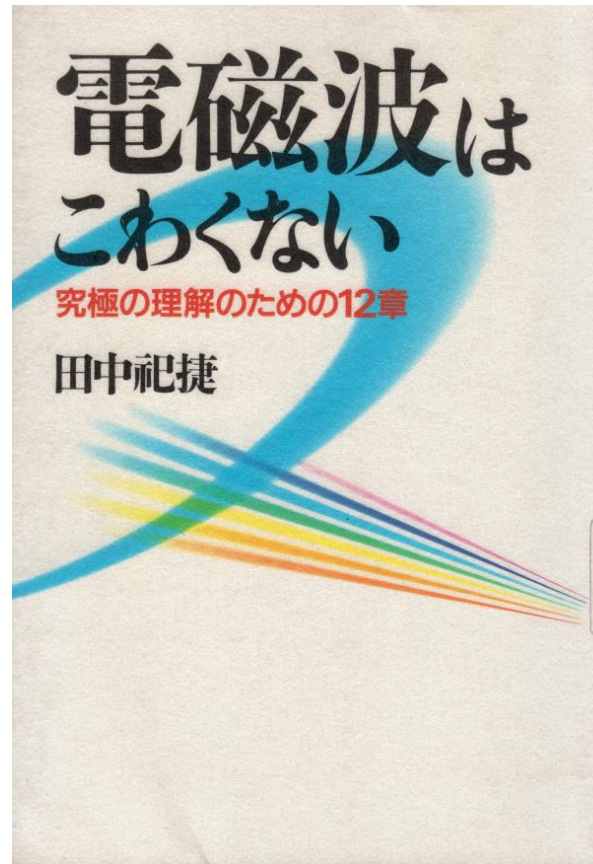


図3 表面電荷の集団振動（表面プラズモン）。



電磁波は安全か



携帯電話

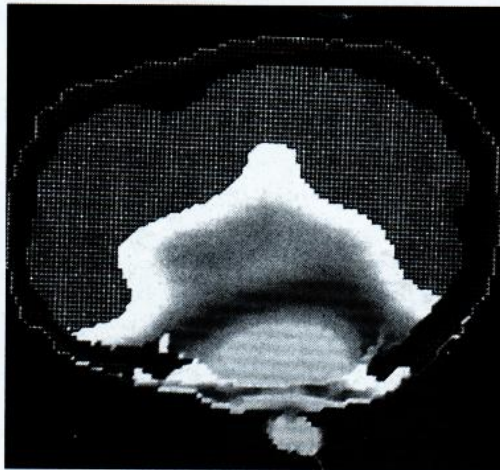
800MHz帯(106MHz帯域)、

1.5GHz(48MHz帯域)

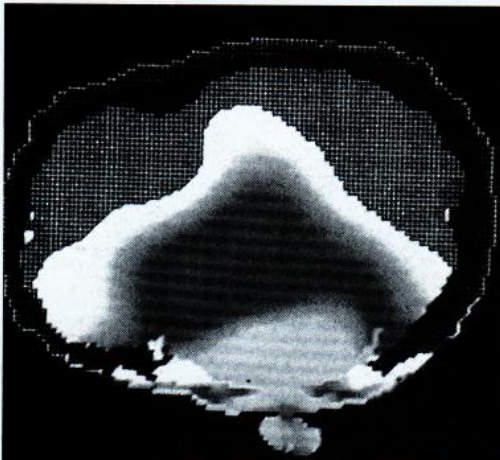
2GHz



大人の頭を
電磁波が貫く様子

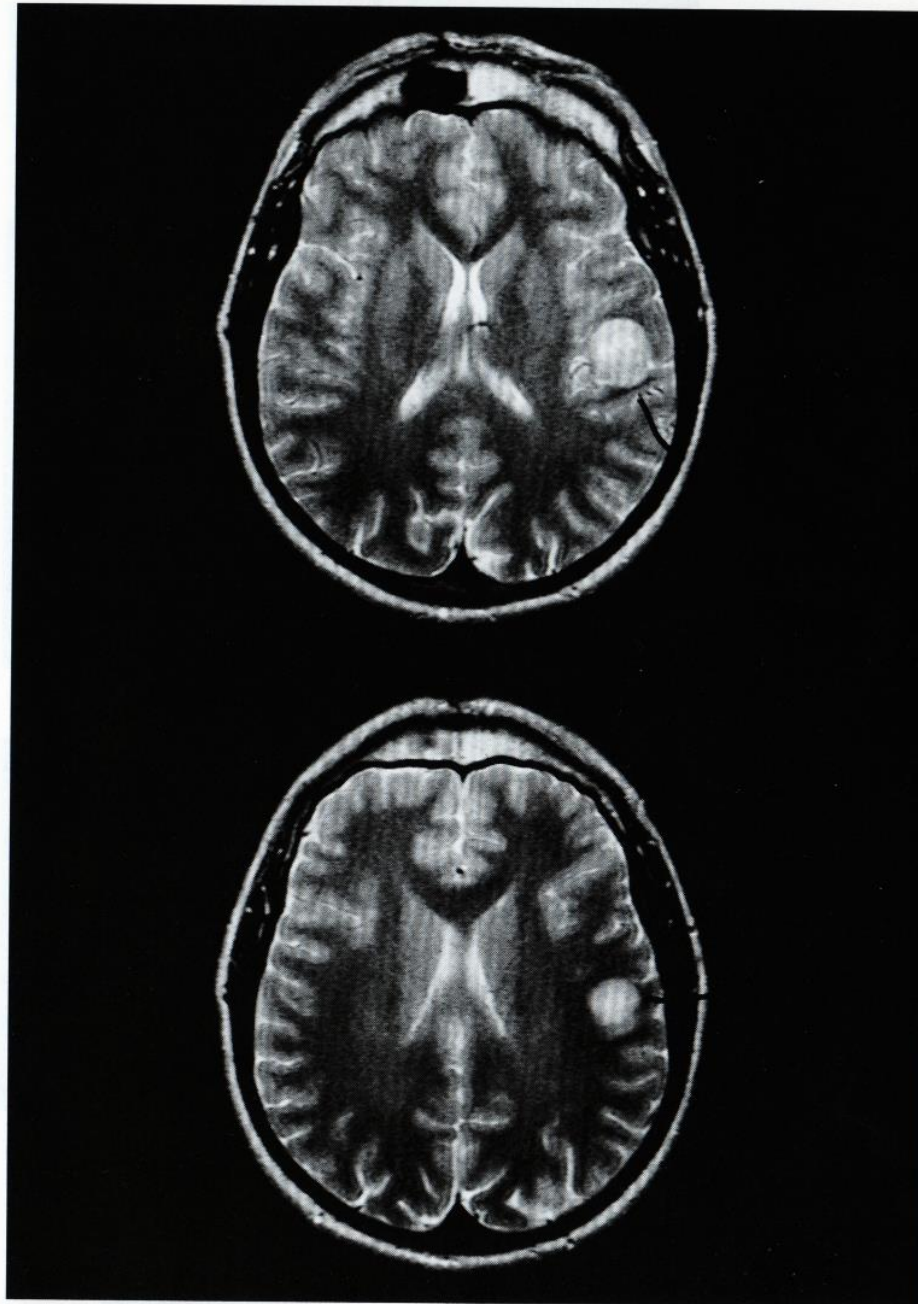


10才の子供の頭を
電磁波が貫く様子



5才の子供の頭を
電磁波が貫く様子

オム・ガンジー博士の研究より。電磁波が子供の頭を大人の頭よりはるかに深く貫く様子を再現したコンピューター・イメージ(同縮尺に調整済み)
※訳注:SAR値が下に示されている。メッシュ状の範囲が脳で、下の突起部分は耳。耳および頭の下部が $\sim 1\text{W/Kg}$ のSAR値、灰色部分が $\sim 0.34\text{W/Kg}$ のSAR値、上方の白色は $\sim 0.11\text{W/Kg}$ のSAR値を示している



通話中に端末が当る部分に脳腫瘍
ができた携帯ユーザーのX線写真2
枚。黒い線で指し示したところが癌

金属の密閉空間では電波は 反射する

図3 壁の反射がない場合の
シミュレーション

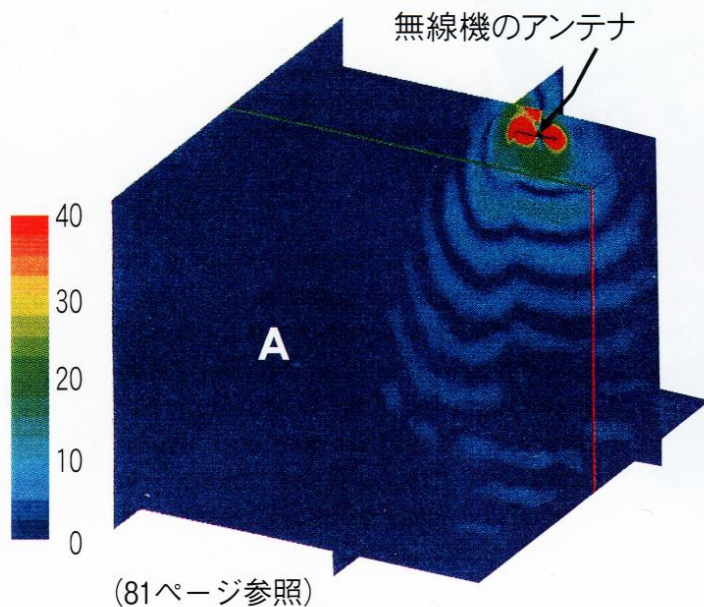
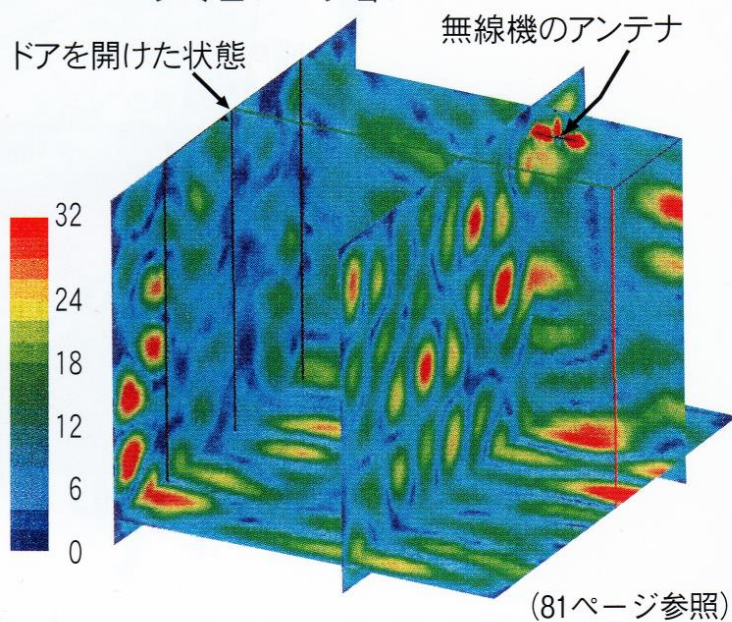


図2 エレベーター内の電磁波の強さの
シミュレーション

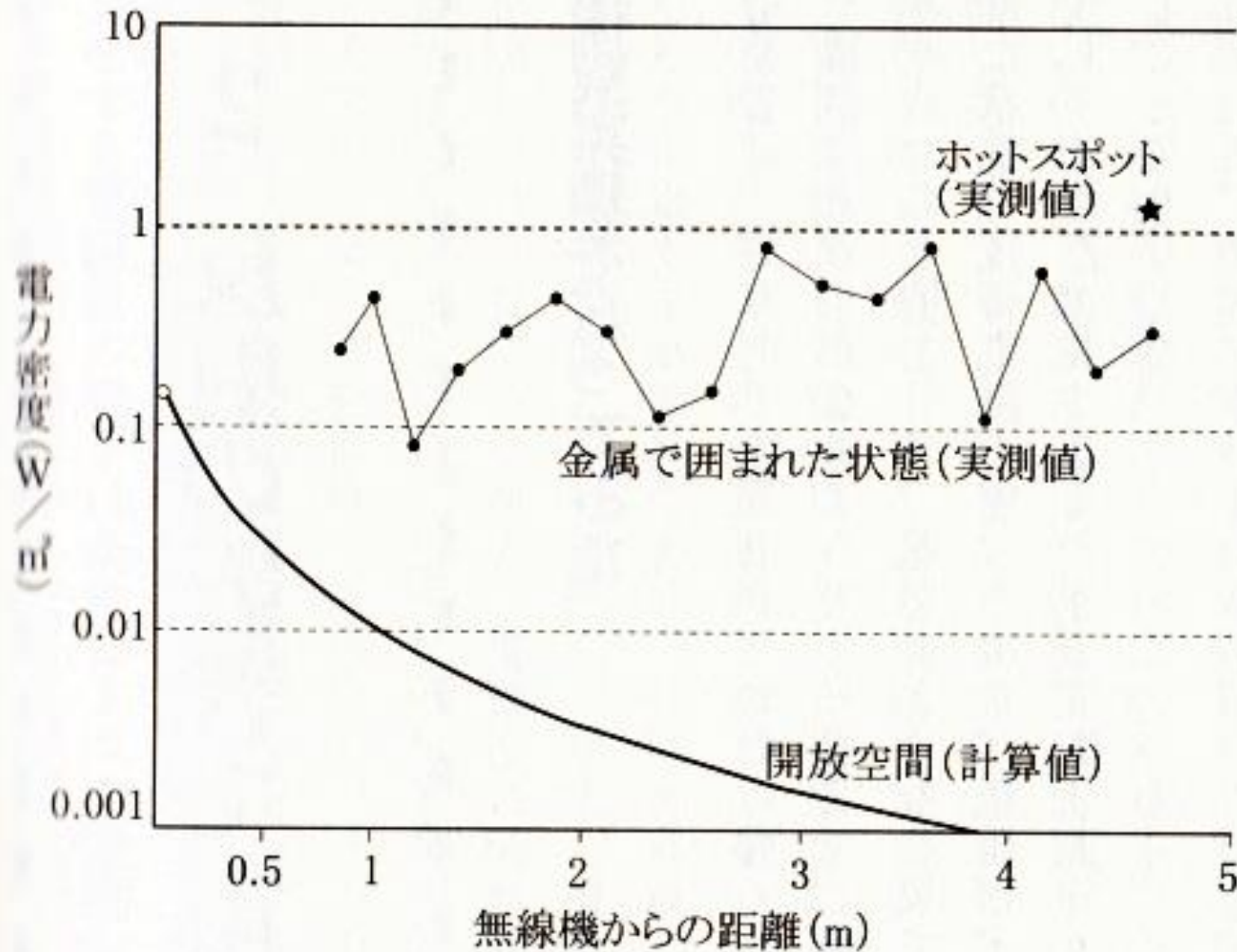


(出典) Tsuyoshi Hondou, Takenori Ueda, et.al., "Passive Exposure to Mobile Phones : Enhancement of Intensity by Reflection", J. Phys. Soc. Jpn., Vol.75, No.8, Aug., 2006.

エレベーター内

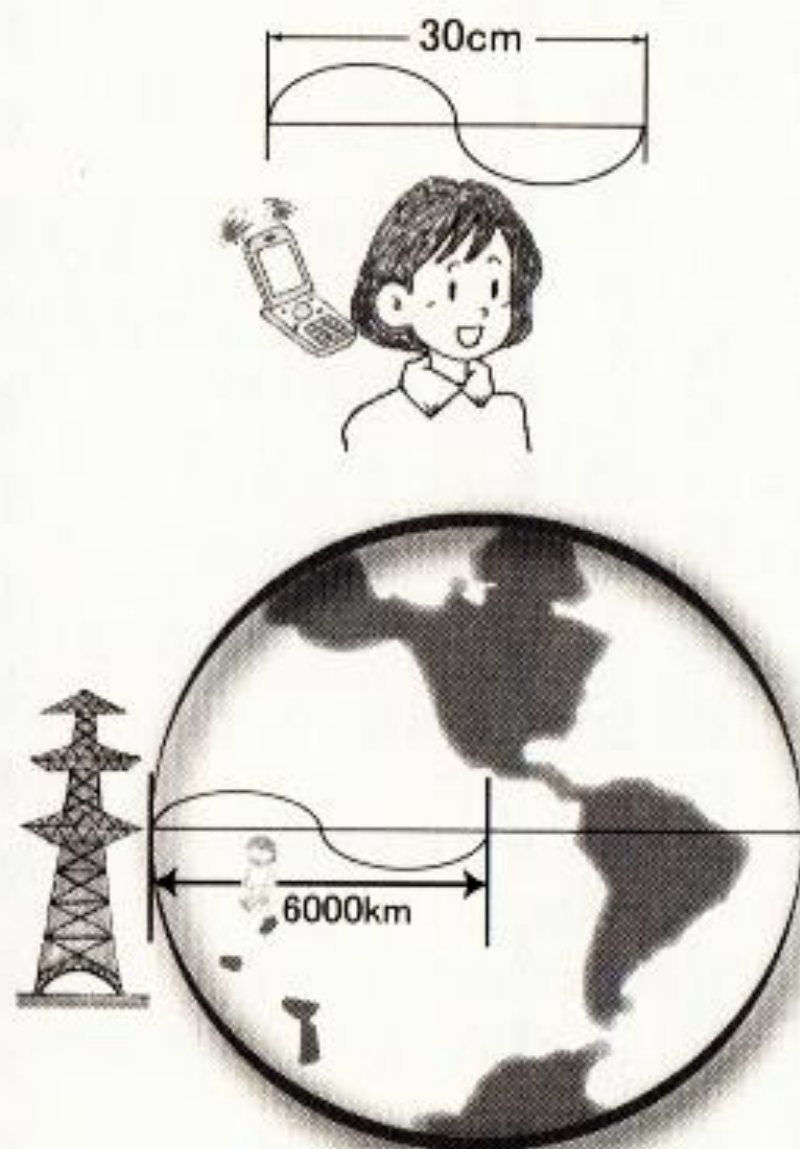
電車内での実験

図 17 電車内の電磁波を測定した模擬実験



優先席でのみ携帯の電源を切っても意味がない

図9 携帯電話と送電線の電磁波



送電線 50Hz, 60Hz



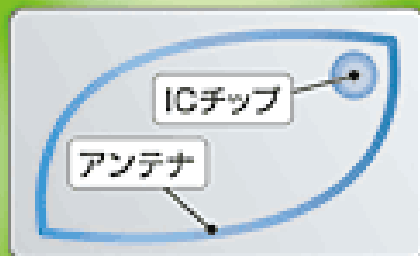
ICカード 改札機

13.56MHz

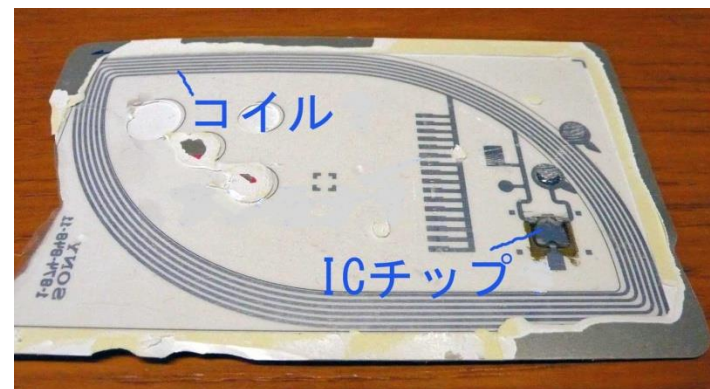


染川駅での測定場面。数値は 0.8730 A/m を示した

Suicaのアンテナ位置



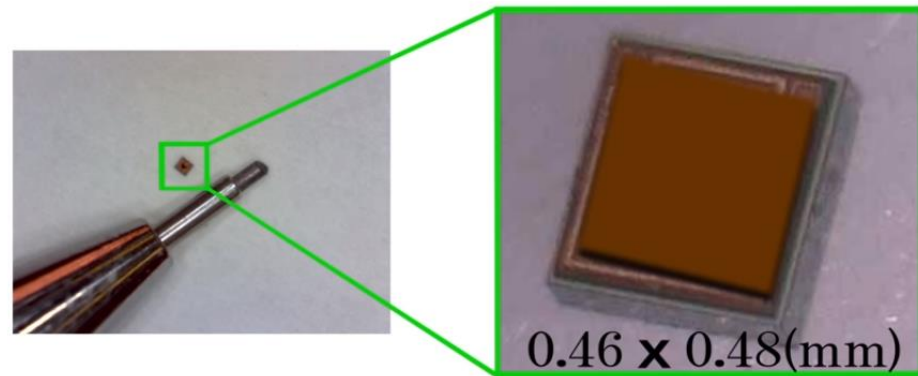
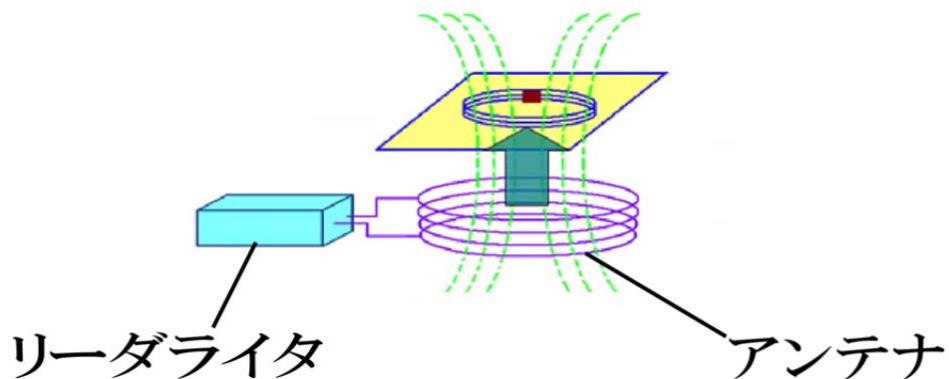
アンテナが木の葉状に位置されています。又、フェリカICチップは外から見えない構造になっています。



PASMO

RFIDの原理

ICタグ (RFタグ)

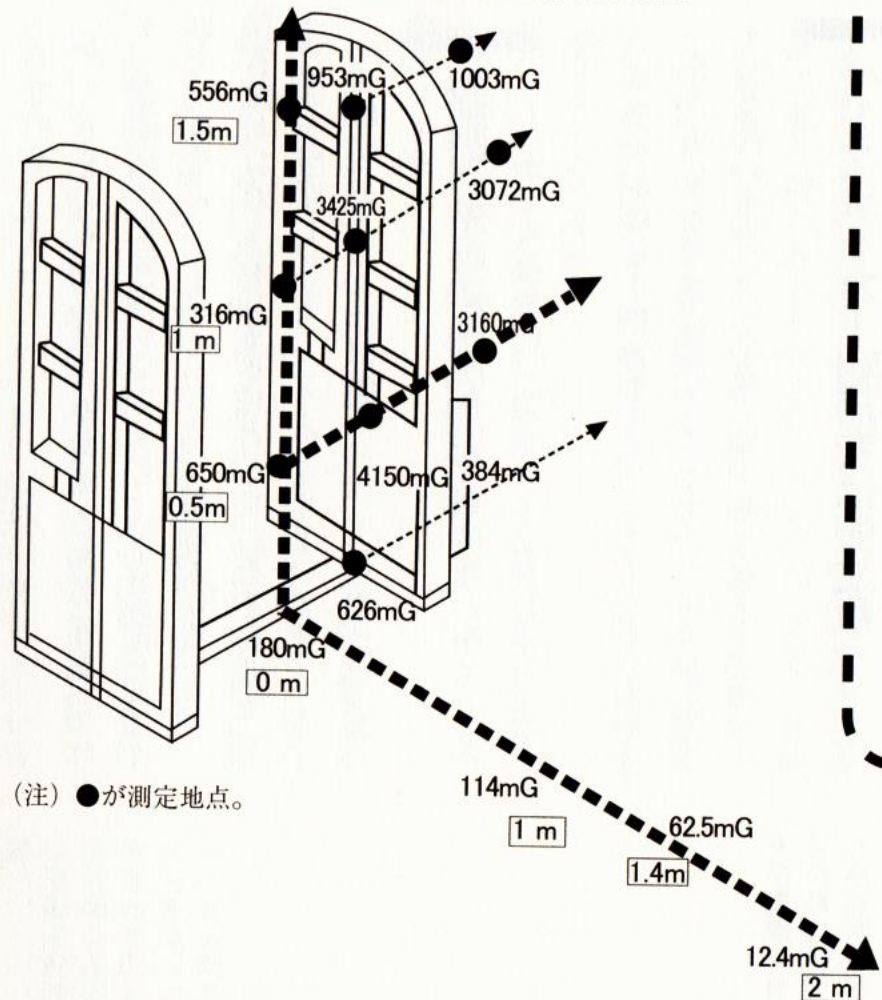


<http://www.sk-el.co.jp/sales/rfid/>

万引防止ゲート 14kHz

(図書館、レンタルショップ)

図 13 万引防止ゲートの電磁波測定位置と結果



磁気式防犯タグ

- ◇PASMO、Suicaの改札では国の基準を超える電磁波
- ◇盗難防止ゲートでは鍋が過熱
- ◇アメリカでペースメーカー装着者が失神
- ◇スーパー・図書館の職員は知っているのか
- ◇総務省「たぶん経済産業省が管轄...」

念のため

現在のところ、携帯電話・送電線・万引き防止ゲートなどからの電磁波が人体に有害であることを示す統計的に確実に有意といえる調査結果はない

(ペースメーカーなど電子機器で生命を維持している場合は別)

電場の大きさから物理的に考える限り、通常の使用条件では生体作用に影響を及ぼすとは思えないが、

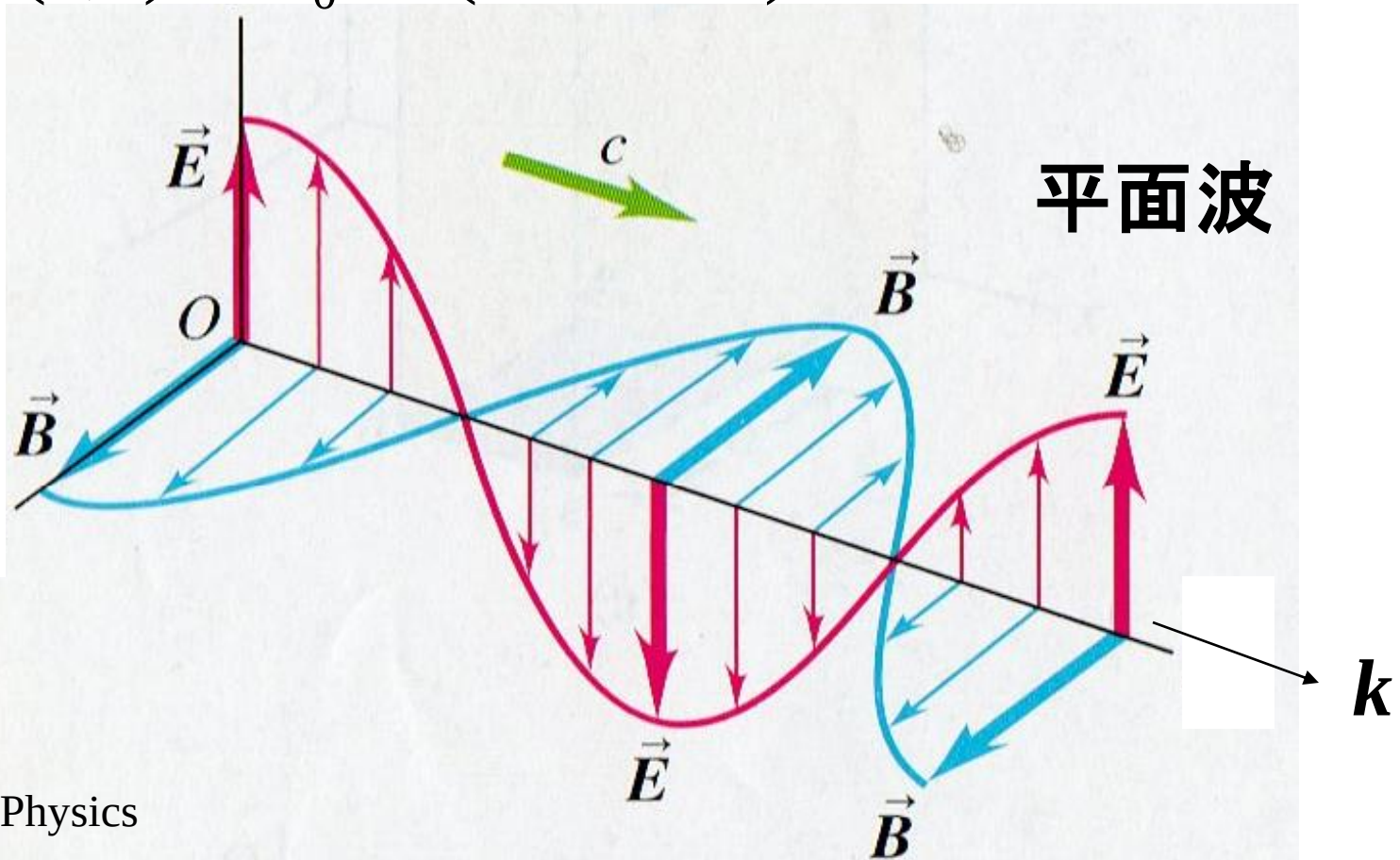
影響が全くないと証明されているわけでもない

電磁波とMaxwell方程式

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

$$= E_0 \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = B_0 \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$



真空中のマックスウェル方程式

Gauss's law for $\vec{E}$ $\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

Gauss's law for $\vec{B}$ $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

Ampere's law $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Faraday's law $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Equation of motion $\vec{F} = m\vec{a} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

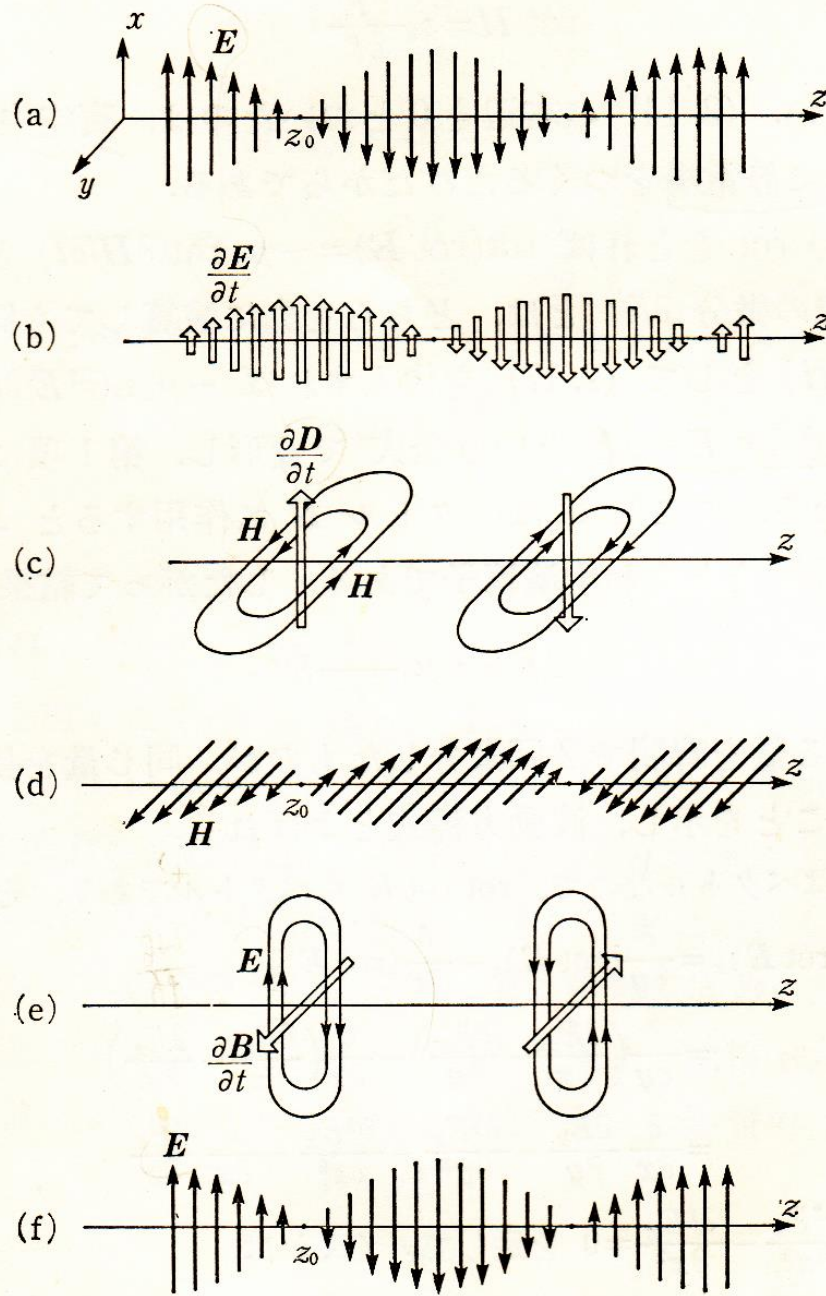
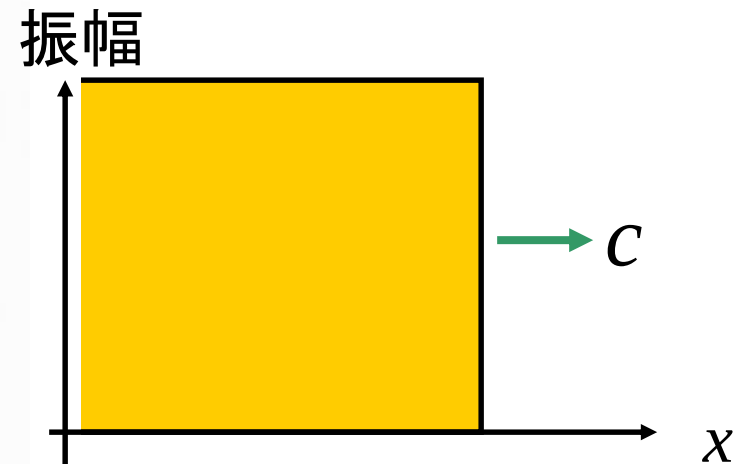
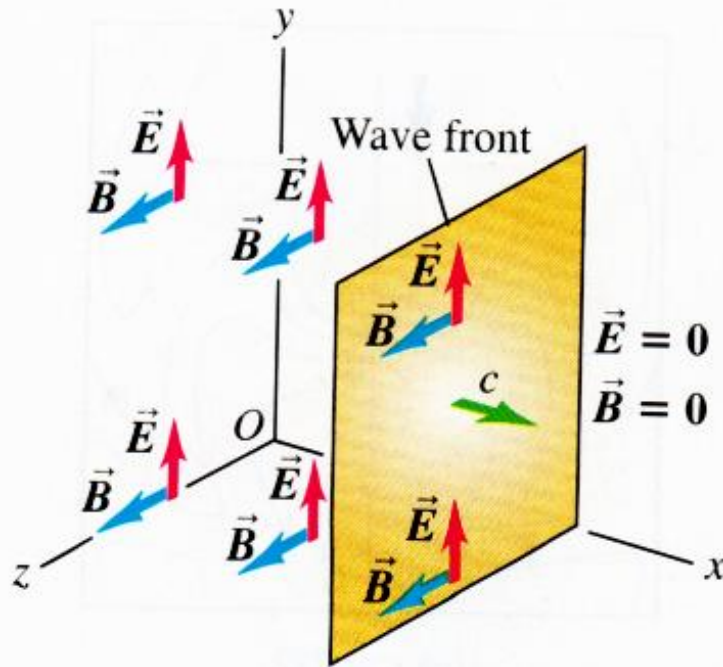


図 2.2 z の正方向 (右むき) に進む平面波 (同じ時刻における種々の量)

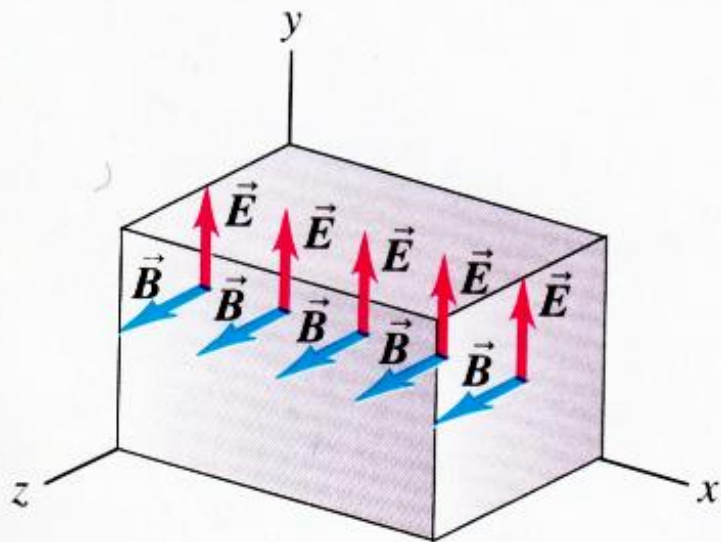
マクスウェル方程式の特殊解を探す

横波一様平面波



32.3 An electromagnetic wave front. The plane representing the wave front moves to the right with speed c . The $\vec{E}$ and $\vec{B}$ fields are uniform over the region behind the wave front but are zero everywhere in front of it.

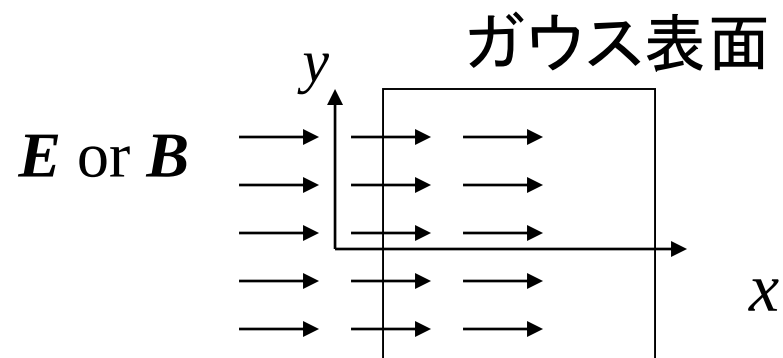
どのようにすれば
発生できるか？

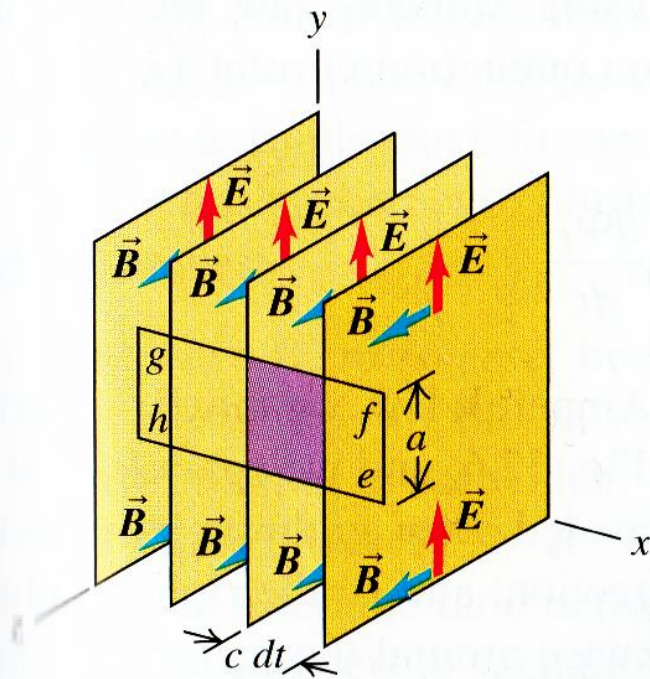


32.4 Gaussian surface for a plane electromagnetic wave. The total electric flux and the total magnetic flux through the surface are both zero.

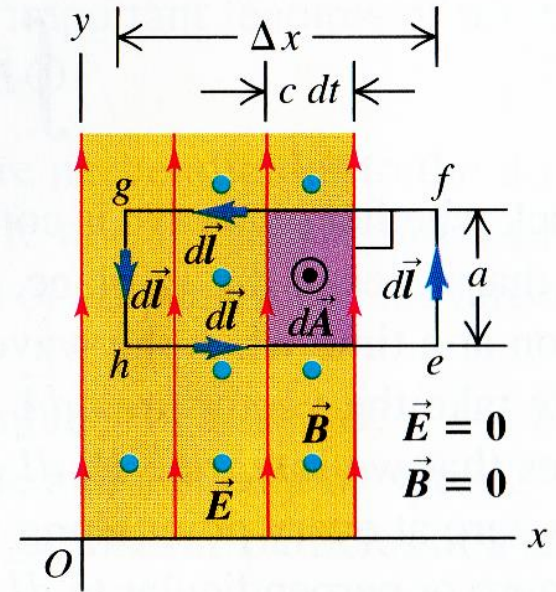
$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

もし電場・磁場が縦成分を持つと
ガウスの法則を満たさない





(a) In time dt , the wave front moves a distance $c dt$ in the $+x$ -direction

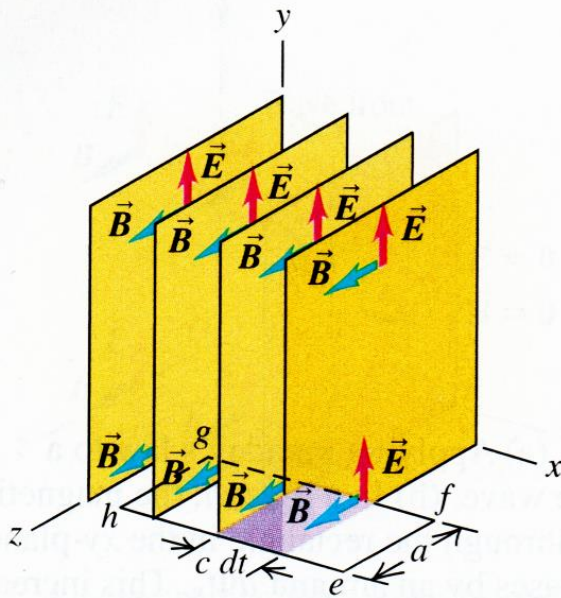


(b) Side view of situation in (a)

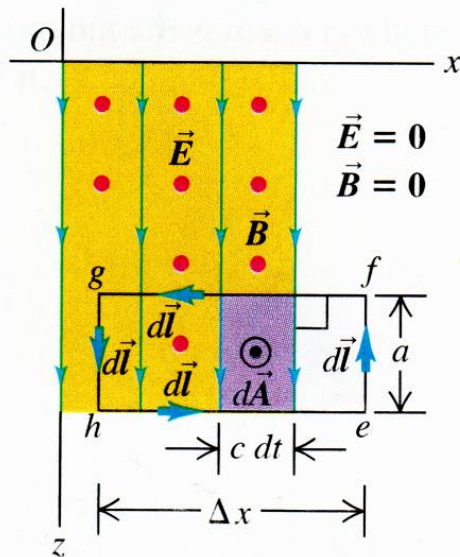
Faraday's law
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -Ea \quad \frac{d\Phi_B}{dt} = Bac$$

$$-Ea = -Bac \quad \therefore E = cB$$



(a) In time dt , the wave front moves a distance $c dt$ in the $+x$ -direction



(b) Top view of situation in (a)

Ampere's law

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ba$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = Eac$$

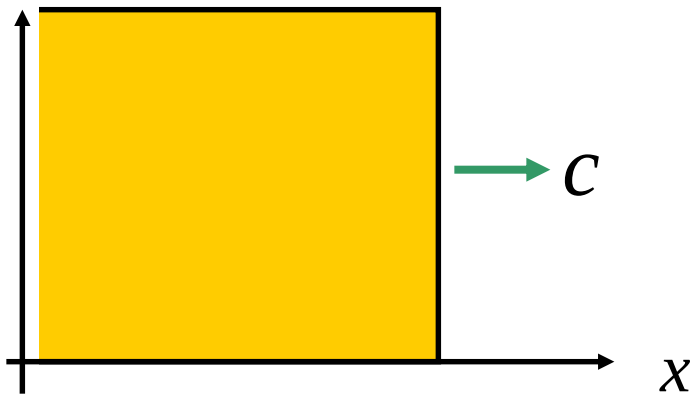
$$Ba = \epsilon_0 \mu_0 Eac$$

$$\therefore B = \epsilon_0 \mu_0 cE$$

$$E = cB \quad \text{and} \quad B = \varepsilon_0 \mu_0 c E$$

$$\therefore c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad \text{真空中の光の速さ}$$

振幅



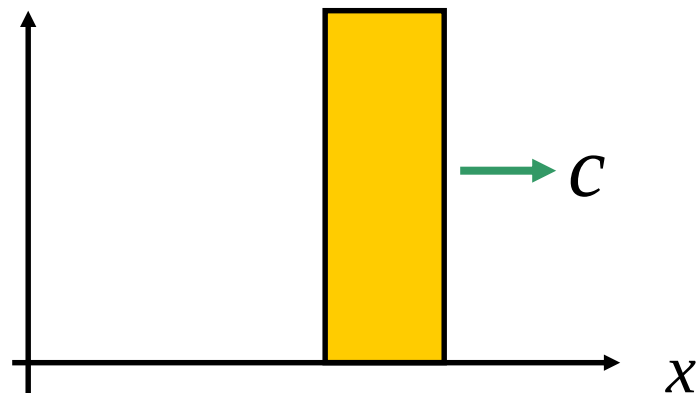
+

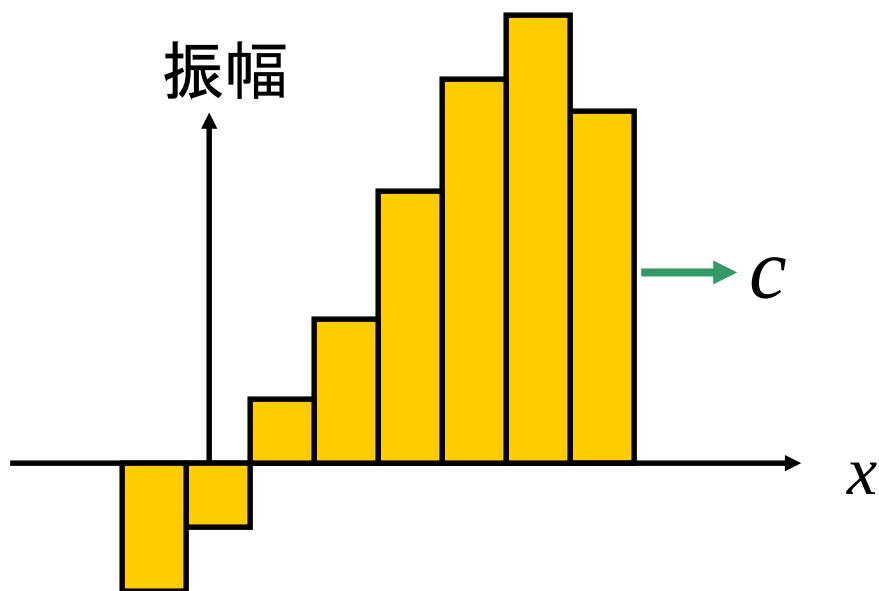
振幅



=

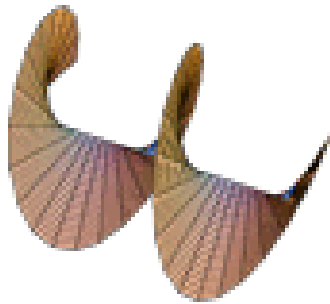
振幅



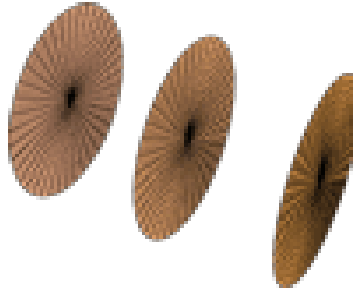


任意の波形でMaxwell方程式を満たす

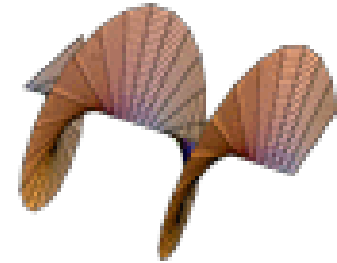
軌道角運動量を持つ光 $L = \mathbf{r} \times \mathbf{P}$ $\propto \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$



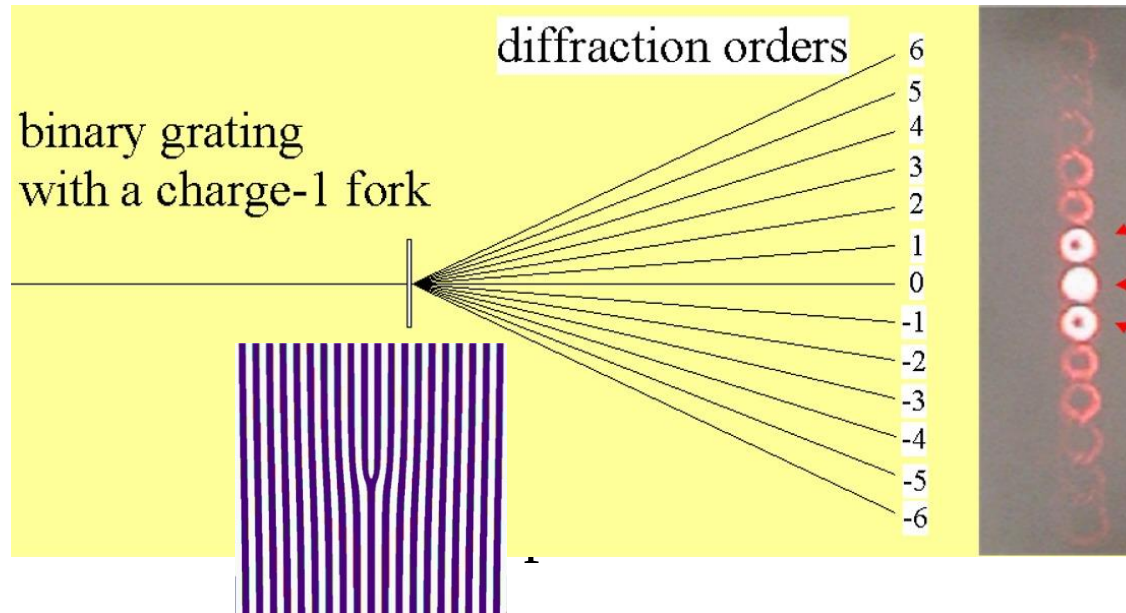
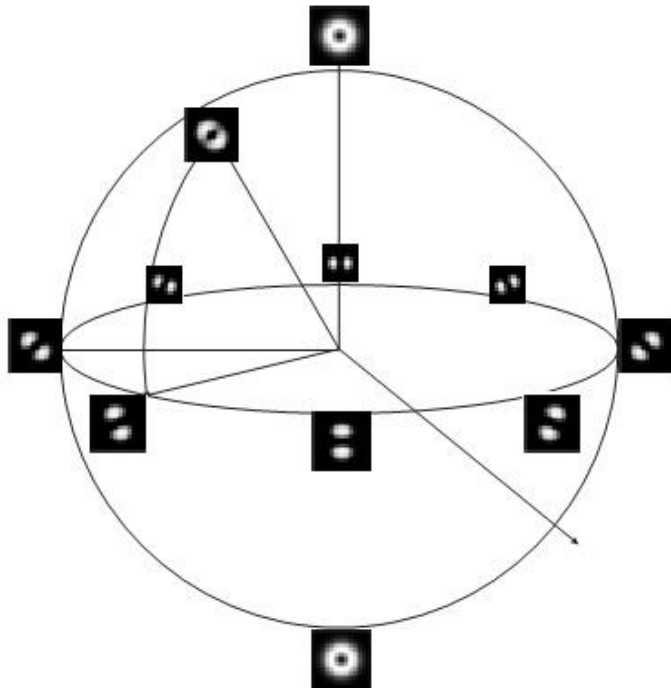
$L = -1$



$L = 0$



$L = +1$

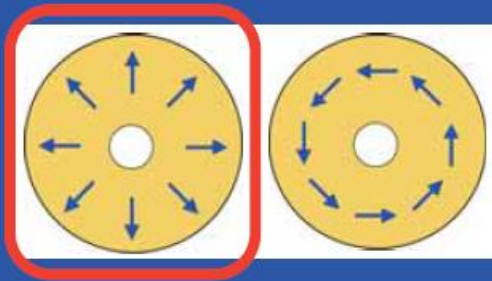


ベクトルビーム

ビーム断面に偏光の分布がある

径偏光ビーム、方位偏光ビーム

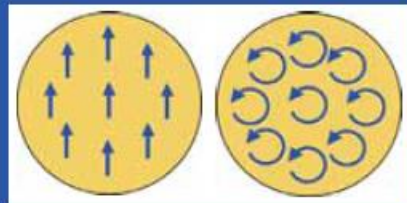
軸対称偏光モード
ビーム断面内で空間依存



径偏光

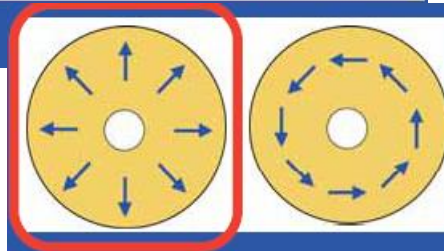
方位角偏光

通常のレーザーモード
(ビーム断面内で一様)



直線偏光

円偏光



偏光特異点
光強度...0



ドーナツ状のビーム

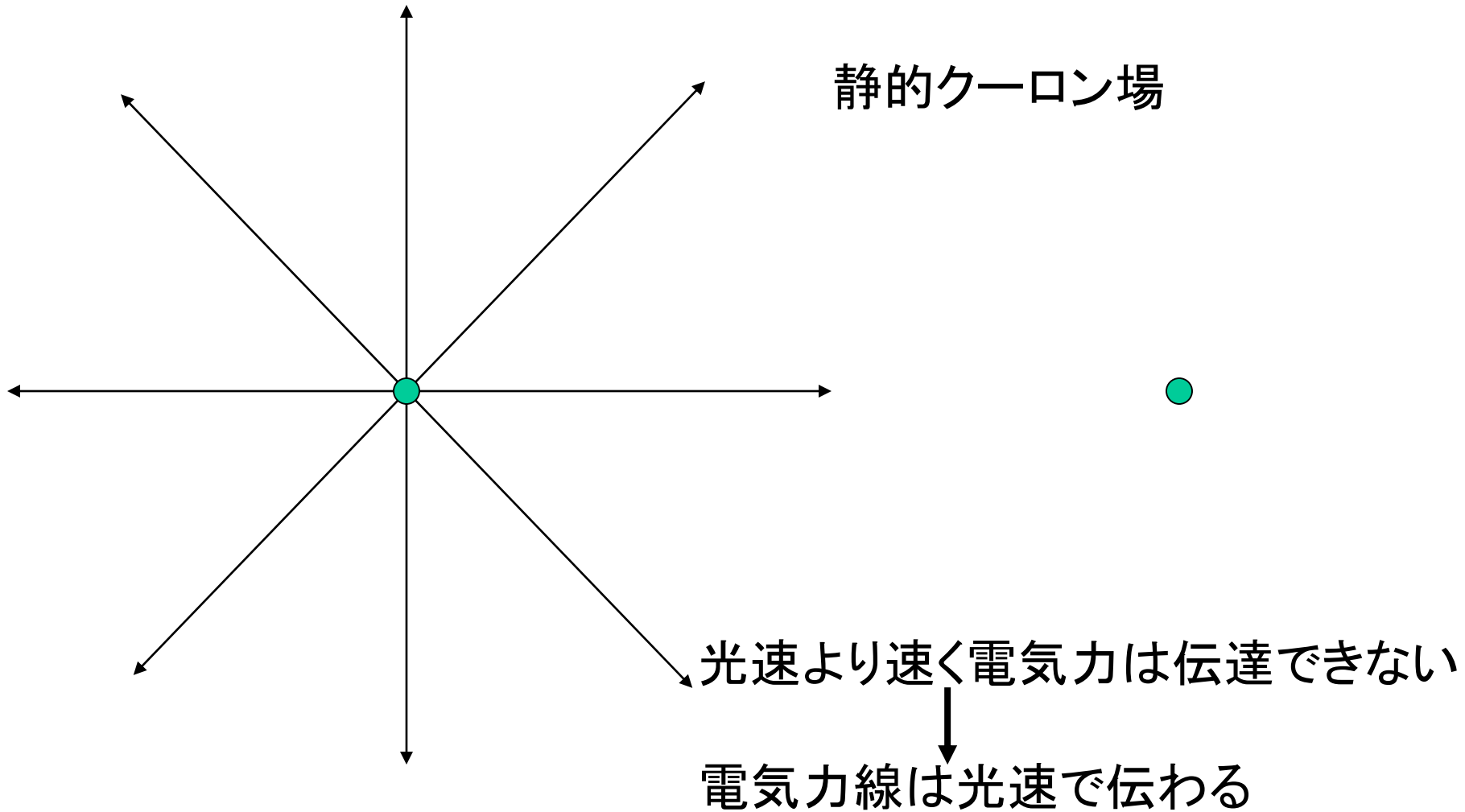
- 焦点付近で縦電場
- 小さなスポットサイズ



高空間分解分光
材料加工
荷電粒子加速
プラズマ物理

北大、千葉大 森田、岡、丹田、尾松
光渦・偏光渦レーザーの開発と
レーザー加工への応用 より

近接作用



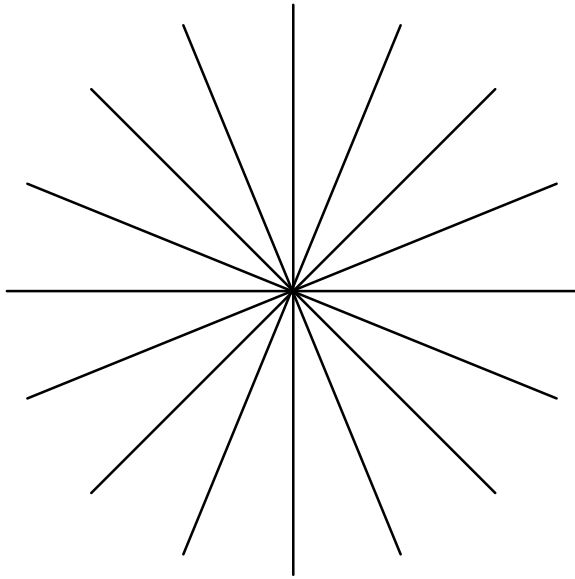
電荷が等速運動すると



電荷は静止していて、観測者が
等速運動するのと区別できない

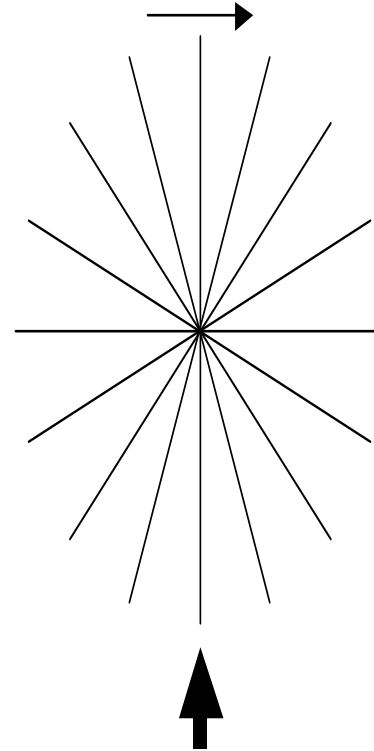
等速直線運動する荷電粒子の作る電場

$$v = 0$$



$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

$$v = V$$

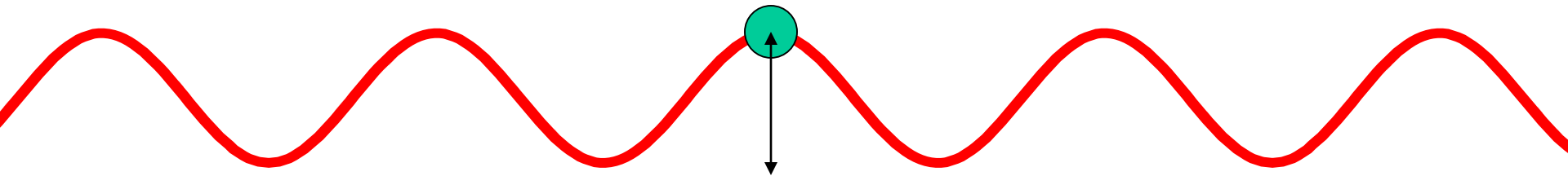


$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}$$

電荷が加速度運動すると？

電子が加速度運動すると 電磁波が放出される

電子の振動(分極) $\Leftrightarrow$ 電磁波



単振動 位置 $x = \sin \omega t$

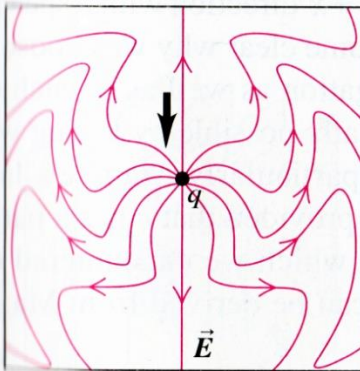
速度 $v = \frac{dx}{dt} = \omega \cos \omega t$

加速度 $a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 \sin \omega t$

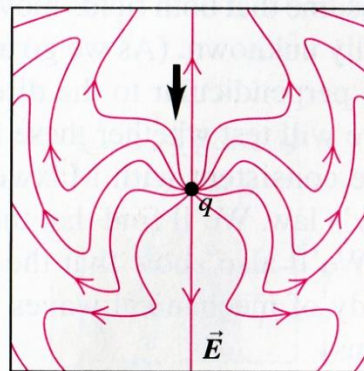
$\omega (= 2\pi c / \lambda)$ が大きいほど放出電磁波の強度大きい

なぜ加速度運動で電磁放射？

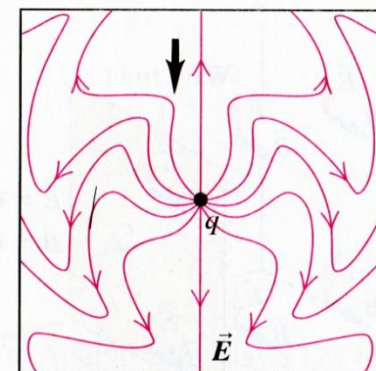
光速度が無限大だったら？



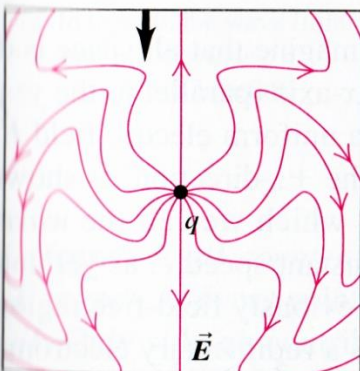
(a) $t = 0$



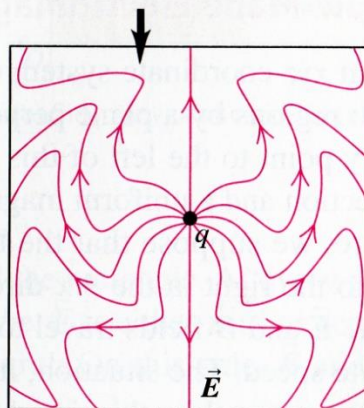
(b) $t = T/4$



(c) $t = T/2$



(d) $t = 3T/4$



(e) $t = T$

32.2 Electric field lines of a point charge oscillating in simple harmonic motion, seen at five instants during an oscillation period T . The charge's trajectory is in the plane of the drawings. At $t = 0$ the point charge is at its maximum upward displacement. The arrow shows one "kink" in the lines of $\vec{E}$ as it propagates outward from the point charge. The magnetic field (not shown) comprises circles that lie in planes perpendicular to these figures and concentric with the axis of oscillation.

電磁波の発生

電気双極子輻射(放射)

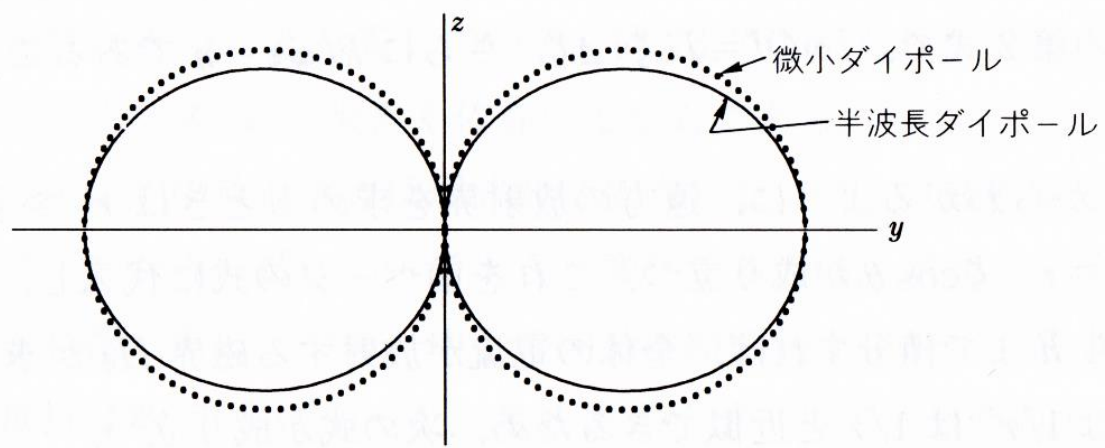
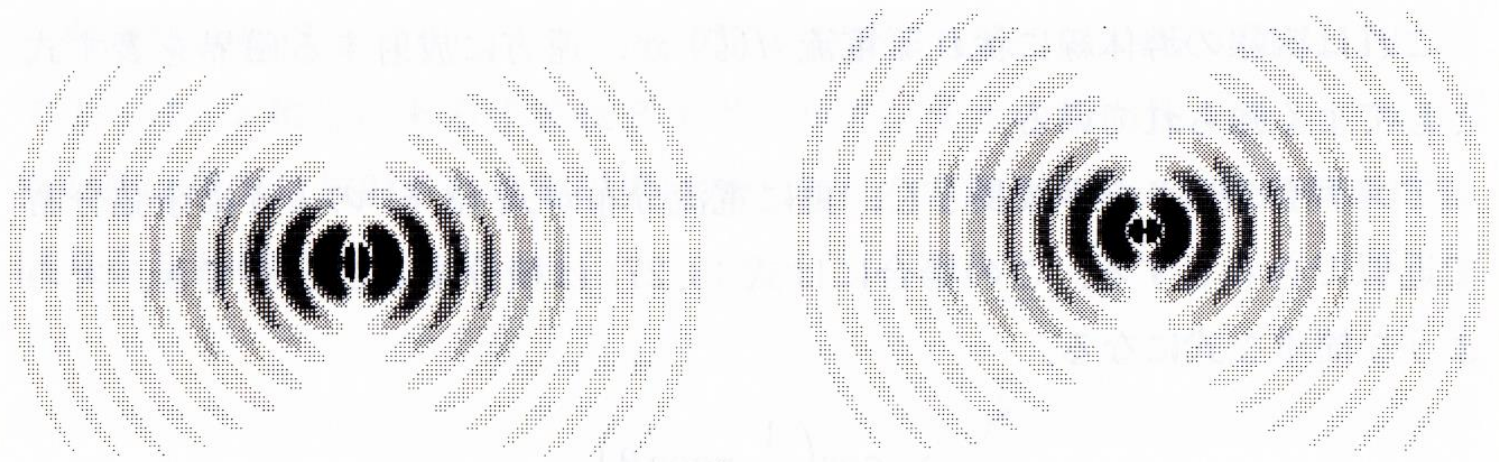


図 3.18 アンテナの指向性



(a) 半波長ダイポール

(b) 微小ダイポール

電磁波の発生

制動輻射、シンクロトロン輻射

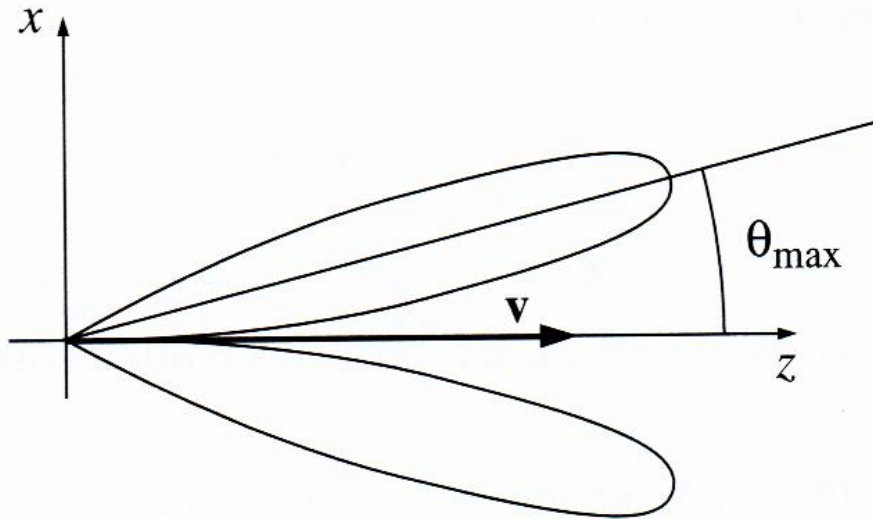


Figure 11.14

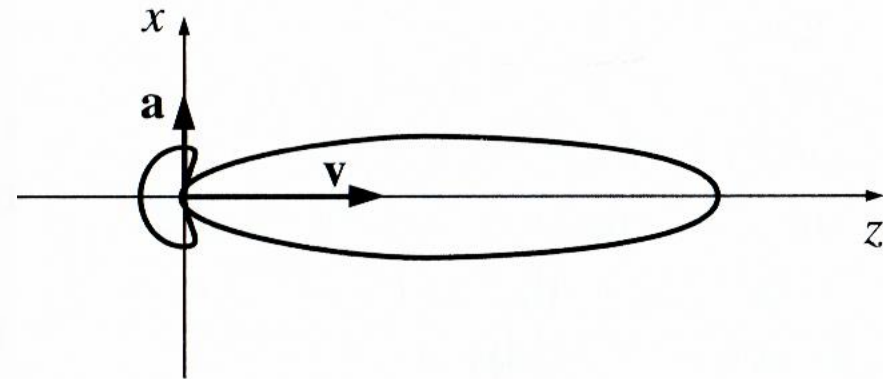


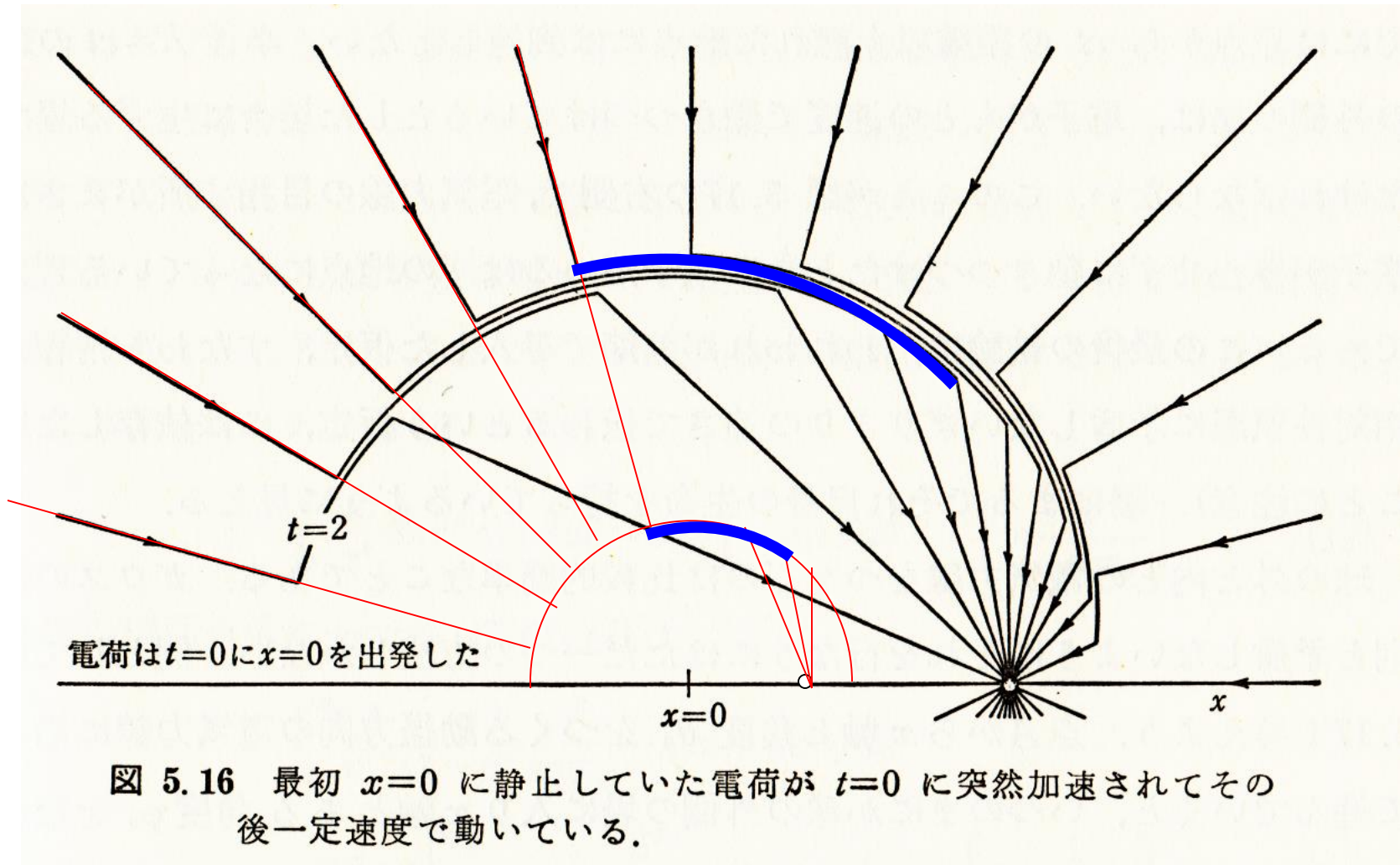
Figure 11.16

Griffiths Intro. ElectroDynamics

<http://webphysics.davidson.edu/applets/sync/default.html>

応用 軌道放射光 自由電子レーザー

制動輻射



制動輻射

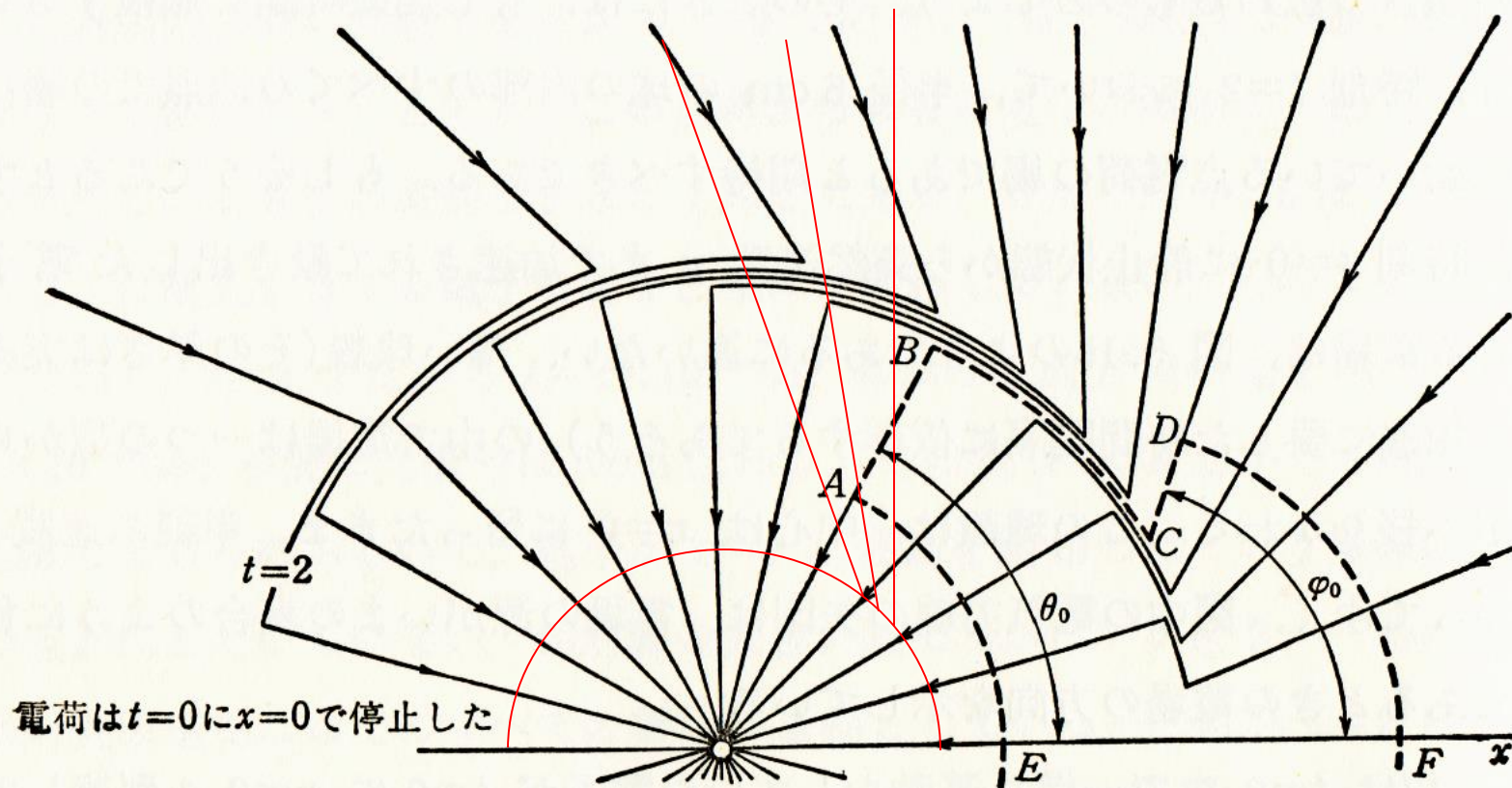
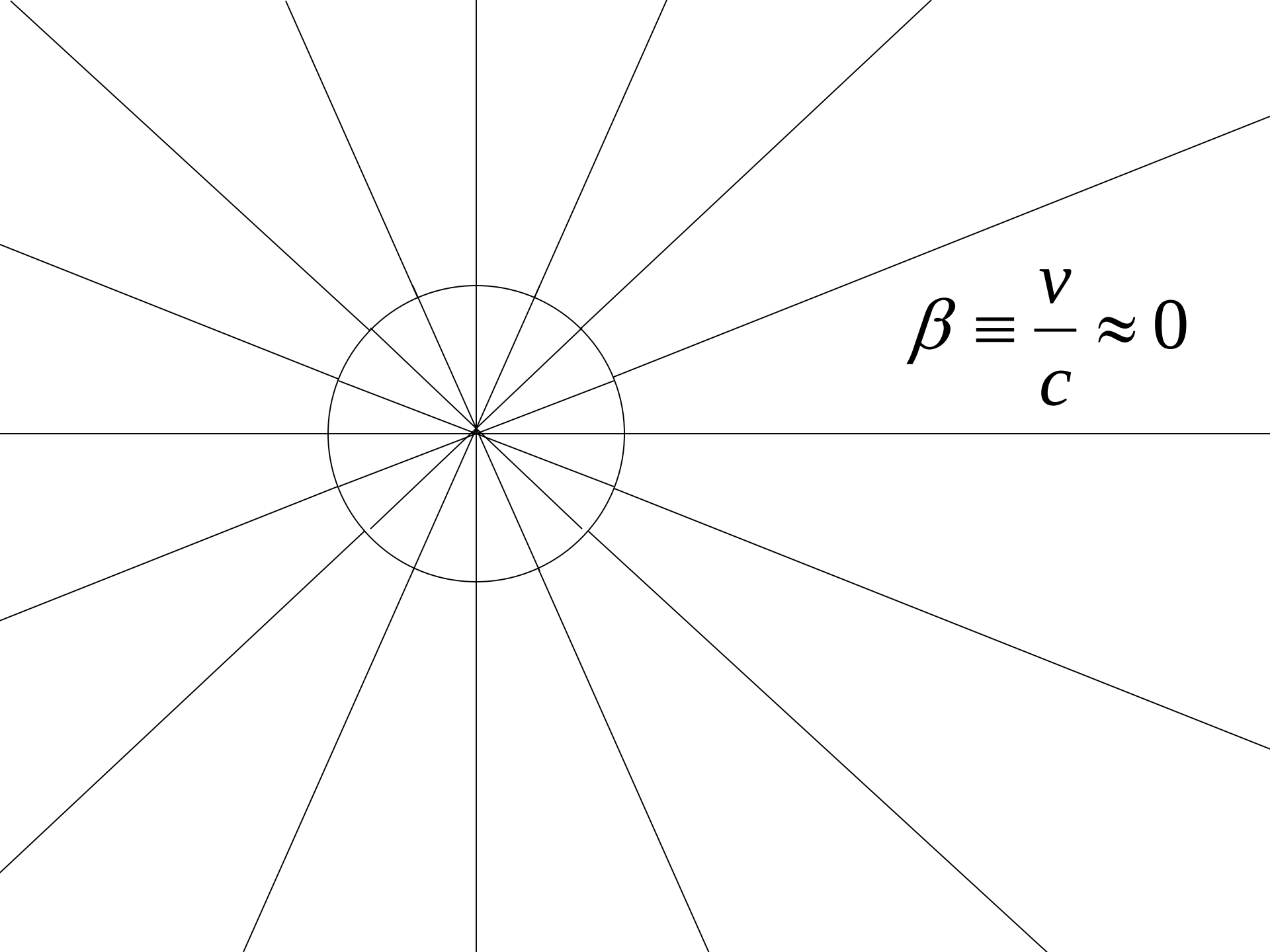


図 5.17 一定速度で動いていた電荷が $t=0$ で原点に到達し、突然減速されて停止しその後原点に留る.



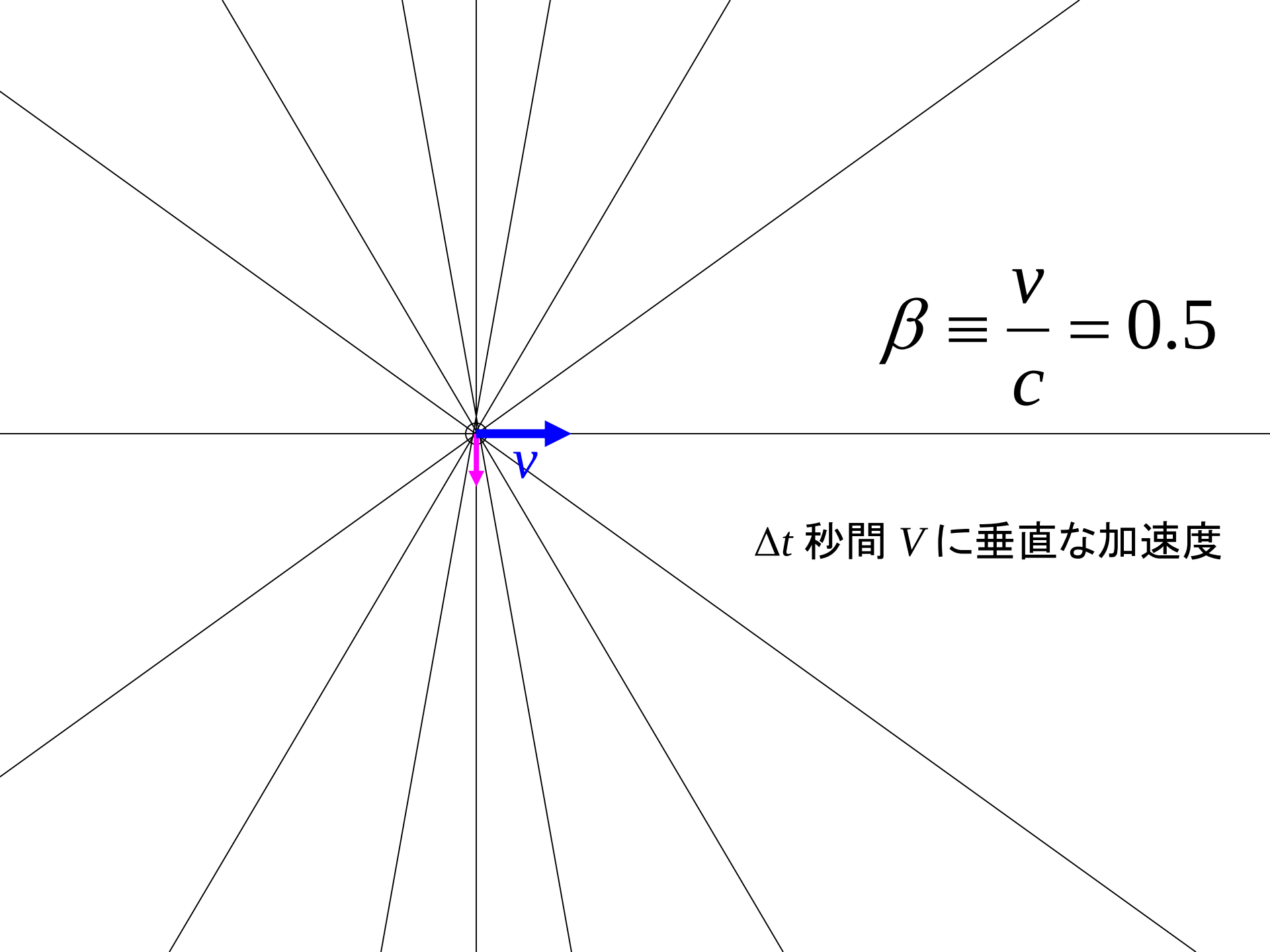
$$\beta \equiv \frac{v}{c} \approx 0$$

シンクロトロン輻射

p.487 Figs. 11.14, 11.15

$$\phi = 0, \pi \quad \frac{dP}{d\Omega} \propto a^2 \frac{(\cos \theta - \beta)^2}{(1 - \beta \cos \theta)^5} \quad \text{xz面内}$$

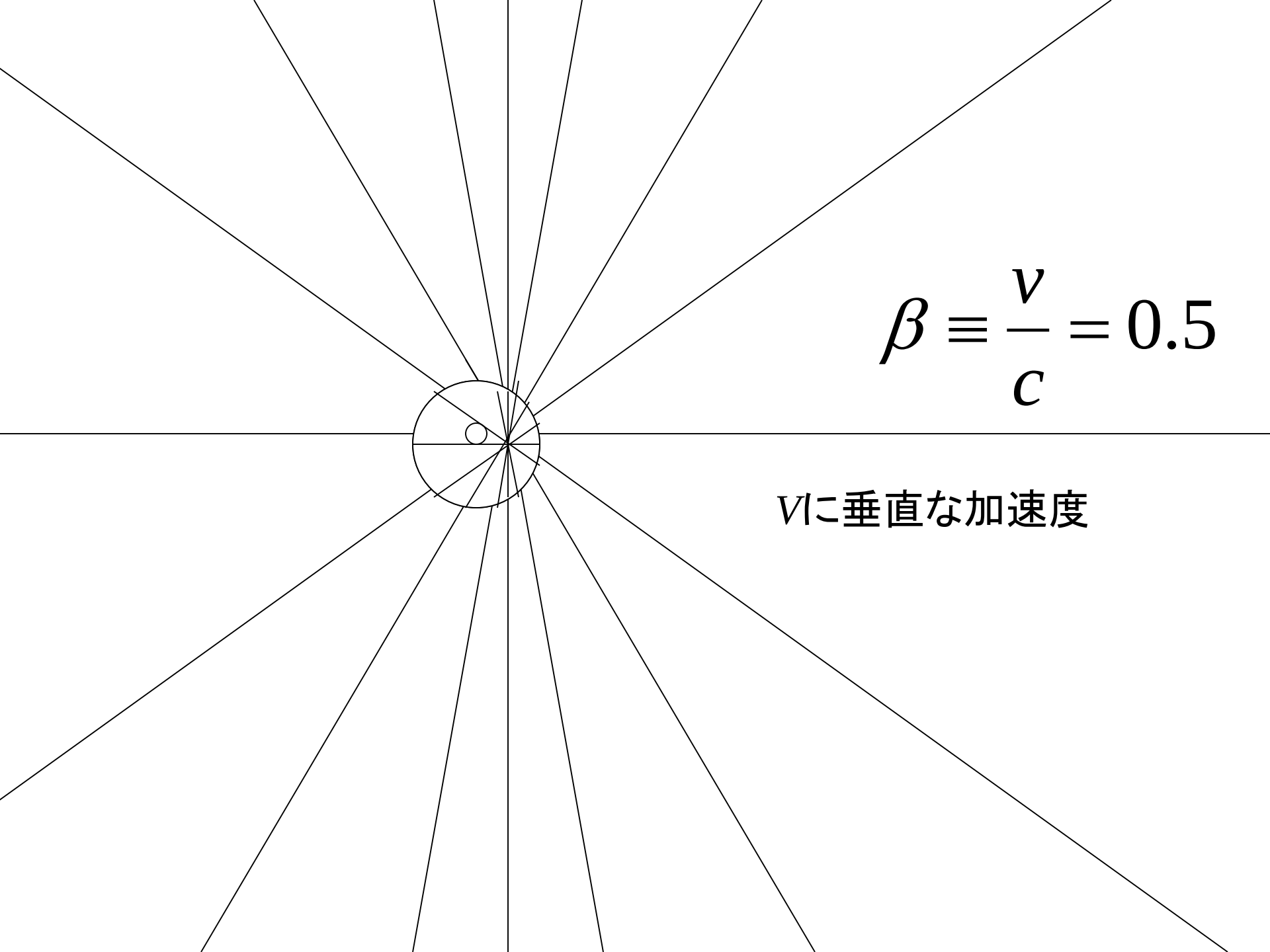
$$\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad \frac{dP}{d\Omega} \propto a^2 \frac{1}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \quad \text{yz面内}$$



A spacetime diagram with a central origin point. A horizontal line represents the worldline of an object at rest. Several other lines radiate from the origin at various angles, representing worldlines of objects moving at different constant velocities. Two lines at 45-degree angles represent the light cone. A blue arrow labeled v points to the right along the horizontal worldline. A magenta arrow points downwards from the origin, perpendicular to the blue arrow.

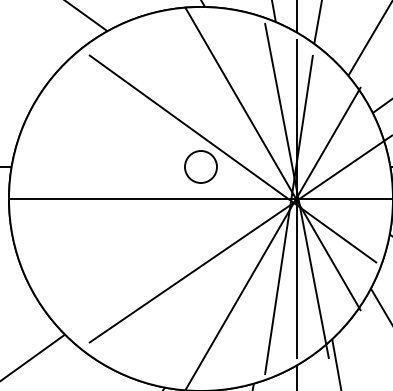
$$\beta \equiv \frac{v}{c} = 0.5$$

Δt 秒間 V に垂直な加速度

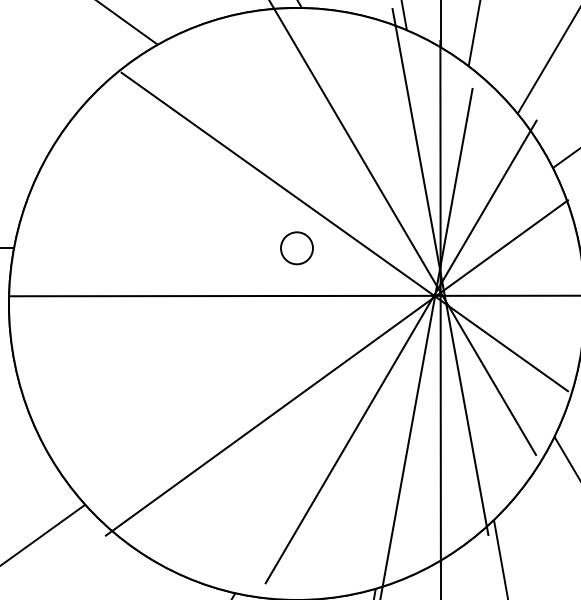

$$\beta \equiv \frac{v}{c} = 0.5$$

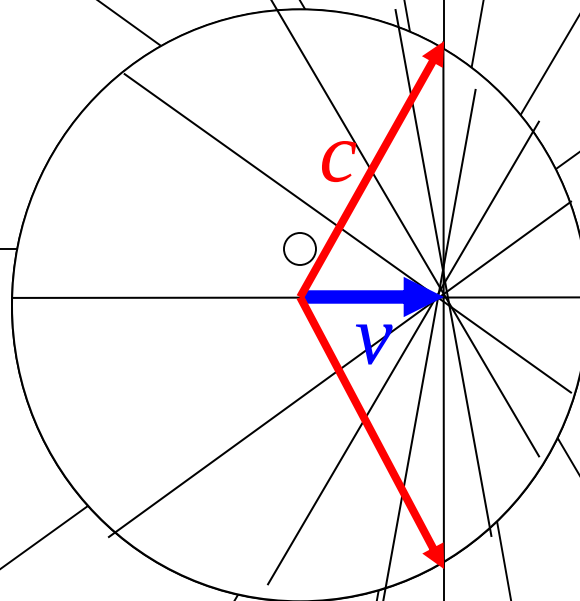
Vに垂直な加速度

$$\beta \equiv \frac{v}{c} = 0.5$$



$$\beta \equiv \frac{v}{c} = 0.5$$





$$\cos \theta = \frac{v}{c} = \beta$$

シンクロトロン輻射

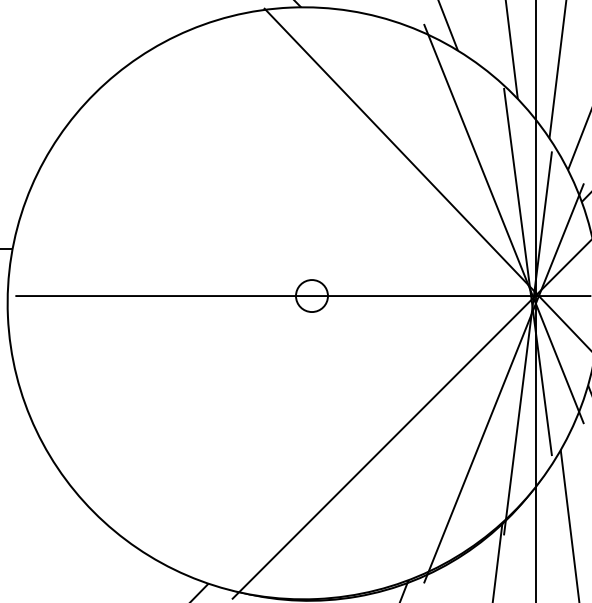
p.465 Figs. 11.15, 11.16

p.463 Figs. 14, 15

$$\phi = 0, \pi \quad \frac{dP}{d\Omega} \propto a^2 \frac{(\cos \theta - \beta)^2}{(1 - \beta \cos \theta)^5} \quad \text{xz面内}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad \frac{dP}{d\Omega} \propto a^2 \frac{1}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \quad \text{yz面内}$$

$$\beta \equiv \frac{v}{c} = 0.75$$



放射光

理研・播磨

KEK

Spring-8

SACLA

KEK-Photon Factory

Super Photon Ring 8GeV

和歌山毒物カレー

KEK-B

KEK ツアー

加速器

クライストロン

導波管

透明な物質が1より大きい屈折率を持つのはなぜ？

屈折率の分散はなぜ生じるか（赤より青で屈折率大）

屈折率 n が1より大きいと電磁波の位相速度が遅くなるのはなぜ？ (c/n)

電磁波

電荷の変位

$$x = x_0 \cos \omega t$$

$$v = -\omega x_0 \sin \omega t$$

$$a = -\omega^2 x_0 \cos \omega t$$

放射電磁波

$$E \propto a = -\omega^2 x_0 \cos \omega t$$

$$\text{電磁波のエネルギー} \propto E^2 \propto \omega^4$$

光電場と分極との関係

分極 $P = \varepsilon_0 \chi E$ 線形相互作用

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon_0 (\chi^{(1)} + \chi^{(2)} E + \chi^{(3)} E^2 \cdots) E \\ &= \varepsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 \cdots) \end{aligned}$$

非線形相互作用、非線形光学効果

光磁場の効果は？

光と物質の相互作用

光磁場の効果は小さい

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}$$

$$\mathbf{E}, \mathbf{B} \propto e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad B = \frac{k}{\omega} E \approx \frac{E}{c}$$

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\text{第1項 } qE \quad \text{第2項 } q \frac{v}{c} E$$

光と物質の相互作用の古典モデル

固有周波数 ω_0 のバネでつながれた質量 m の電荷 q
(ローレンツモデル、電気双極子＝調和振動子)

$$m\left(\frac{d^2}{dt^2}x + \Gamma_0 \frac{d}{dt}x + \omega_0^2 x\right) = qE$$
$$= qE_0 e^{-i\omega t}$$

物理学実験3 力学振動子

$$x = x_0 e^{-i\omega t}$$

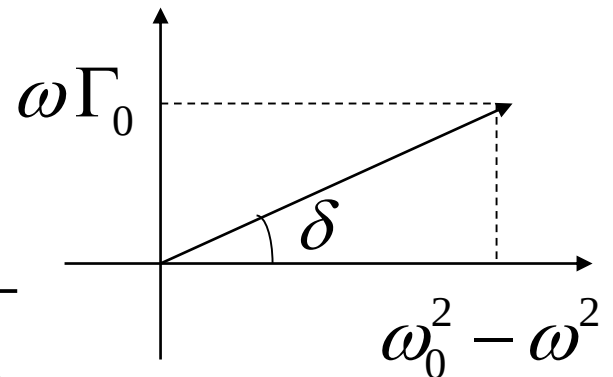
$$x_0 = \frac{q/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_0} E_0 = \xi(\omega) E_0$$

$$= \frac{q/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma_0^2}} e^{i\delta} E_0 = |\xi(\omega)| e^{i\delta} E_0$$

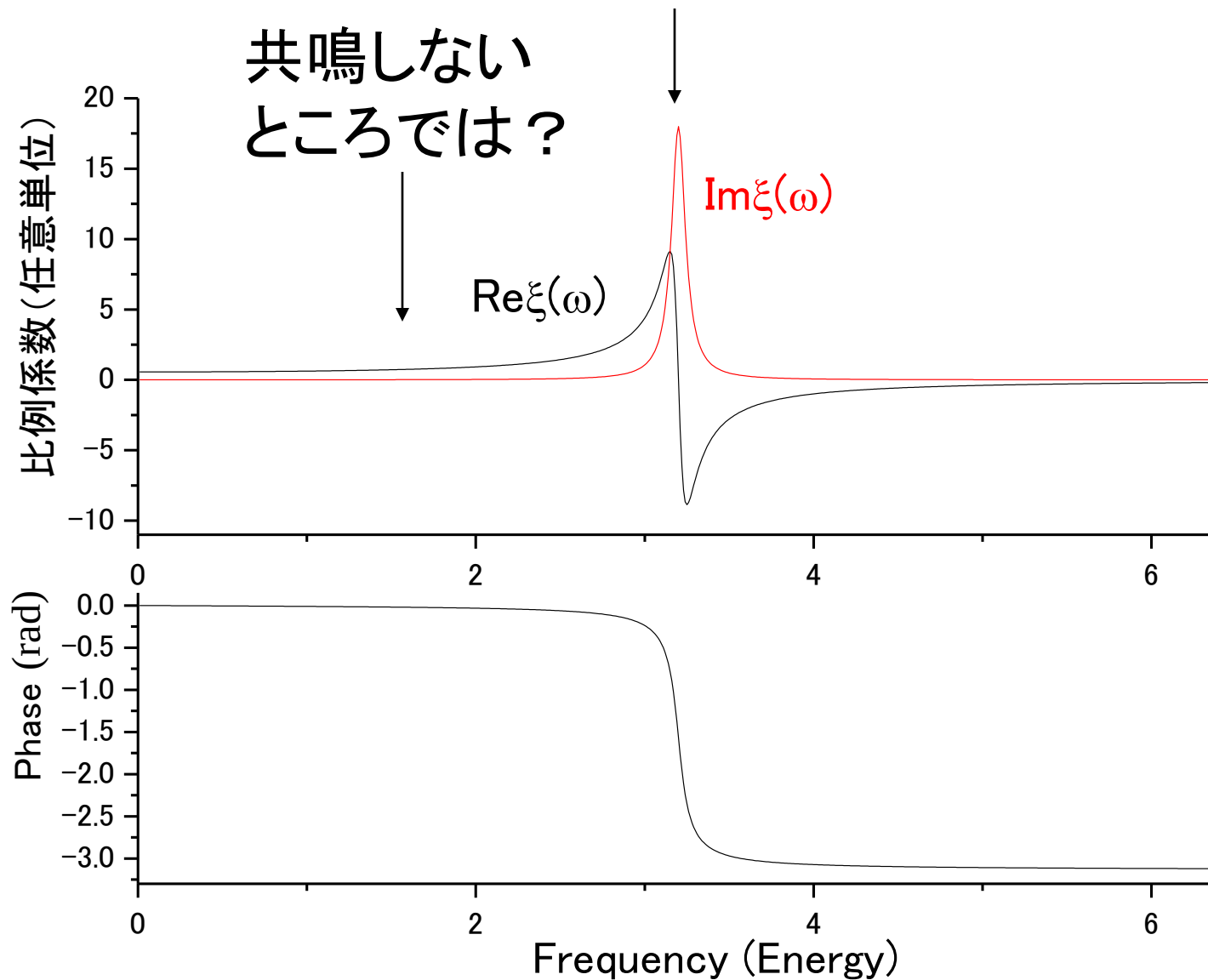
$$p = qx = qx_0 e^{-i\omega t} = q|\xi(\omega)| E_0 e^{-i(\omega t - \delta)}$$

$$P = \frac{N_0}{V} p = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E \quad \text{マクロな分極}$$

$$\chi^{(1)}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{N_0}{V} \frac{q^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_0}$$



共鳴周波数では吸収が起こる



$$D = \varepsilon E = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi E \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \chi = (\varepsilon_0 + \varepsilon_0 \operatorname{Re} \chi) + i \varepsilon_0 \operatorname{Im} \chi$$

真空中 $E = E_0 e^{-i(\omega t - kx)} \quad k = \omega / c$

物質中 複素屈折率 $n_c = n + i\kappa \quad E = E_0 e^{-i(\omega t - n_c kx)} = E_0 e^{-i[\omega t - (n + i\kappa)kx]}$

光強度 $I \propto EE^* = |E_0|^2 e^{-2\kappa kx}$ 吸收係數 $\alpha = 2\kappa k = 2\kappa \omega / c$

複素屈折率 $n_c = \sqrt{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\operatorname{Re} \varepsilon + i \operatorname{Im} \varepsilon}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_0 \operatorname{Re} \chi + i \varepsilon_0 \operatorname{Im} \chi}{\varepsilon_0}} = \sqrt{1 + \operatorname{Re} \chi + i \operatorname{Im} \chi} \approx 1 + \frac{1}{2}(\operatorname{Re} \chi + i \operatorname{Im} \chi)$

$n(\text{実部}) \approx 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \chi$

$\alpha = 2\kappa k = 2k \operatorname{Im} n_c \approx 2k \cdot \frac{1}{2} \operatorname{Im} \chi = k \operatorname{Im} \chi$

入射電磁波 $E_i = E_0 \cos \omega t = \text{Re}(E_0 e^{-i\omega t})$

$$m\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Gamma \frac{d}{dt} + \omega_0^2\right)x = qE_i \quad \text{束縛電子}$$

$$x_0 = \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \quad x = \text{Re}(x_0 e^{-i\omega t})$$

$$\omega_0 \gg \omega \text{ のとき } x_0 \cong \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2}$$

$$x_0 \cos \omega t \propto \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2} \cos \omega t$$

$$\text{散乱電磁波} \quad E_s \propto a = -\omega^2 \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2} \cos \omega t$$

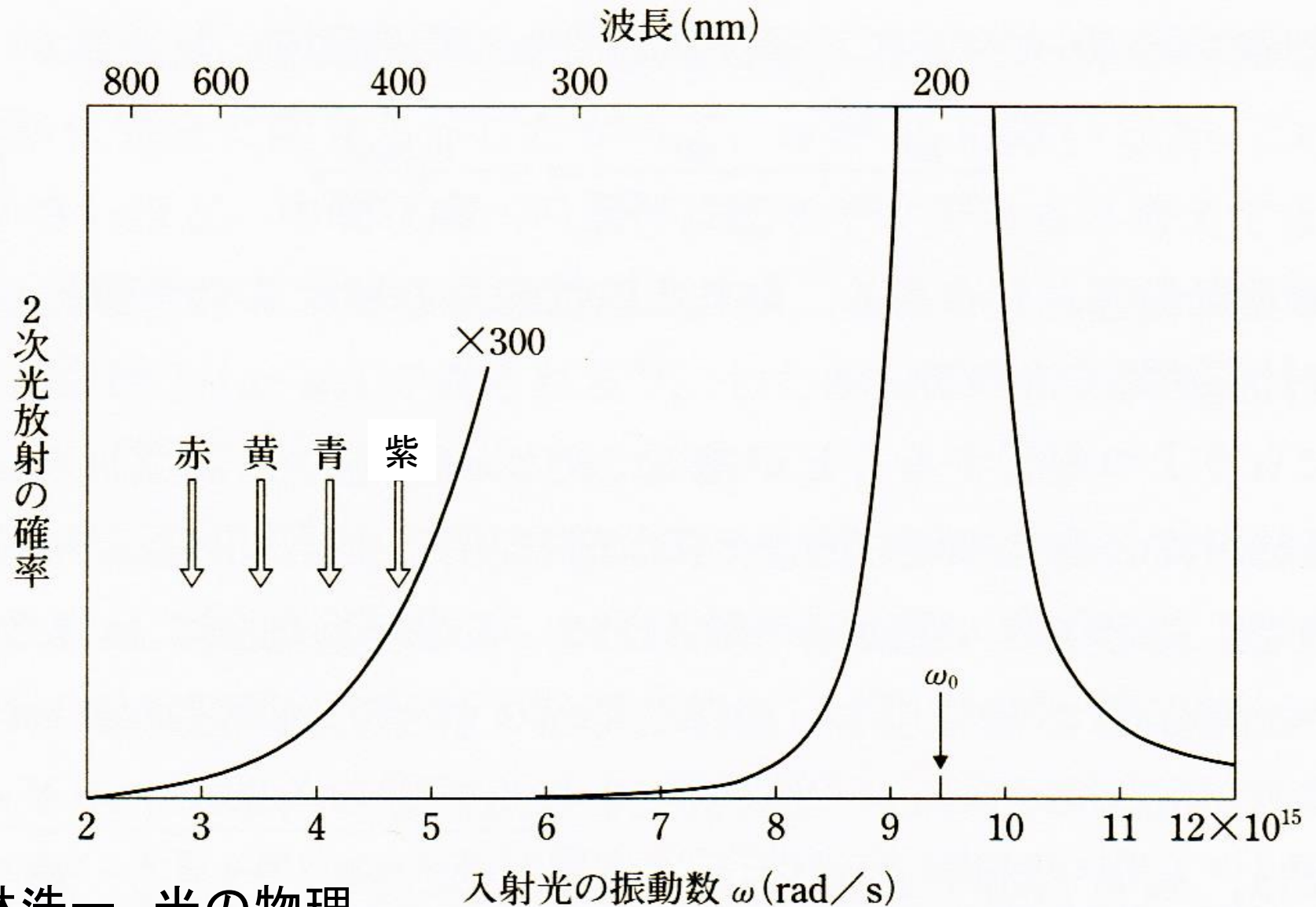
$$\text{散乱電磁波の強度} \propto E_s^2 \propto \omega^4 \quad \text{レイリー散乱}$$

問題

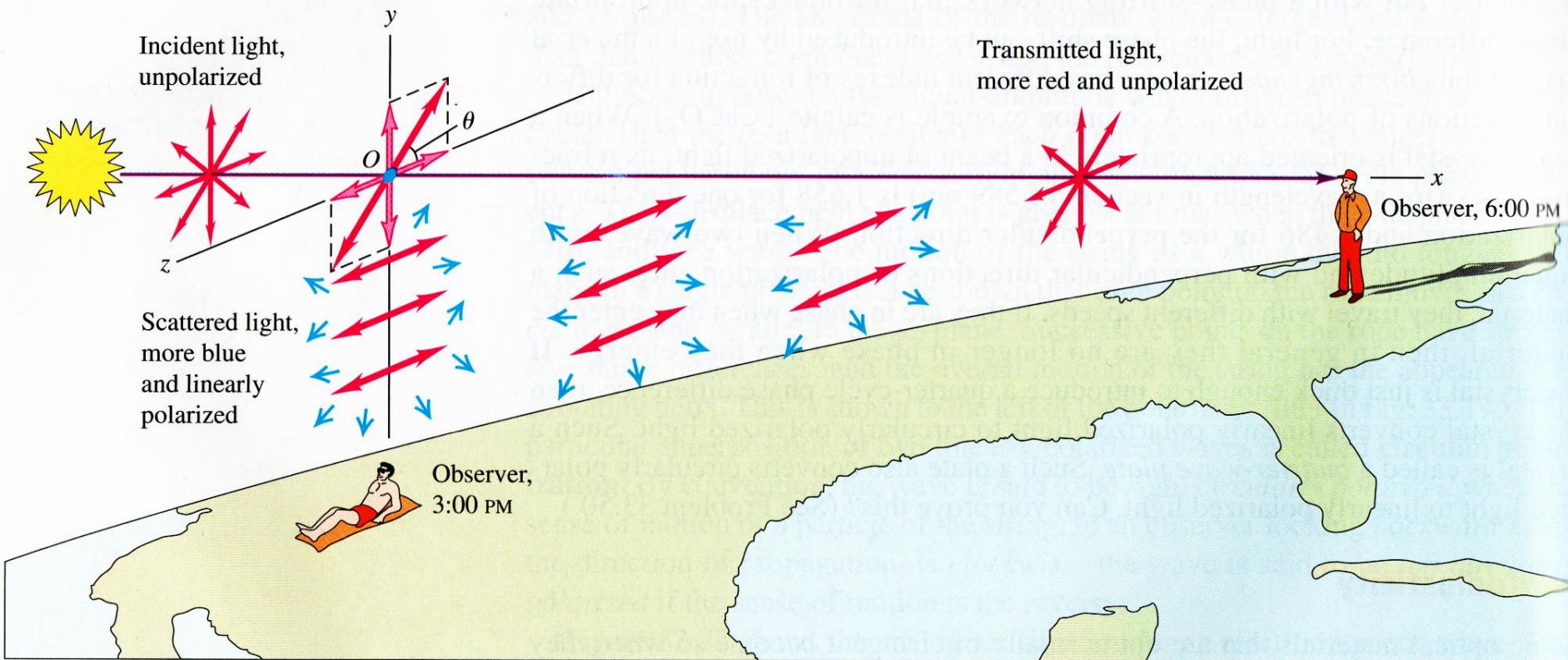
入射電磁波の自由電子による散乱強度
の周波数依存性は？

X線の原子による散乱は？

空気の分子による太陽光の散乱



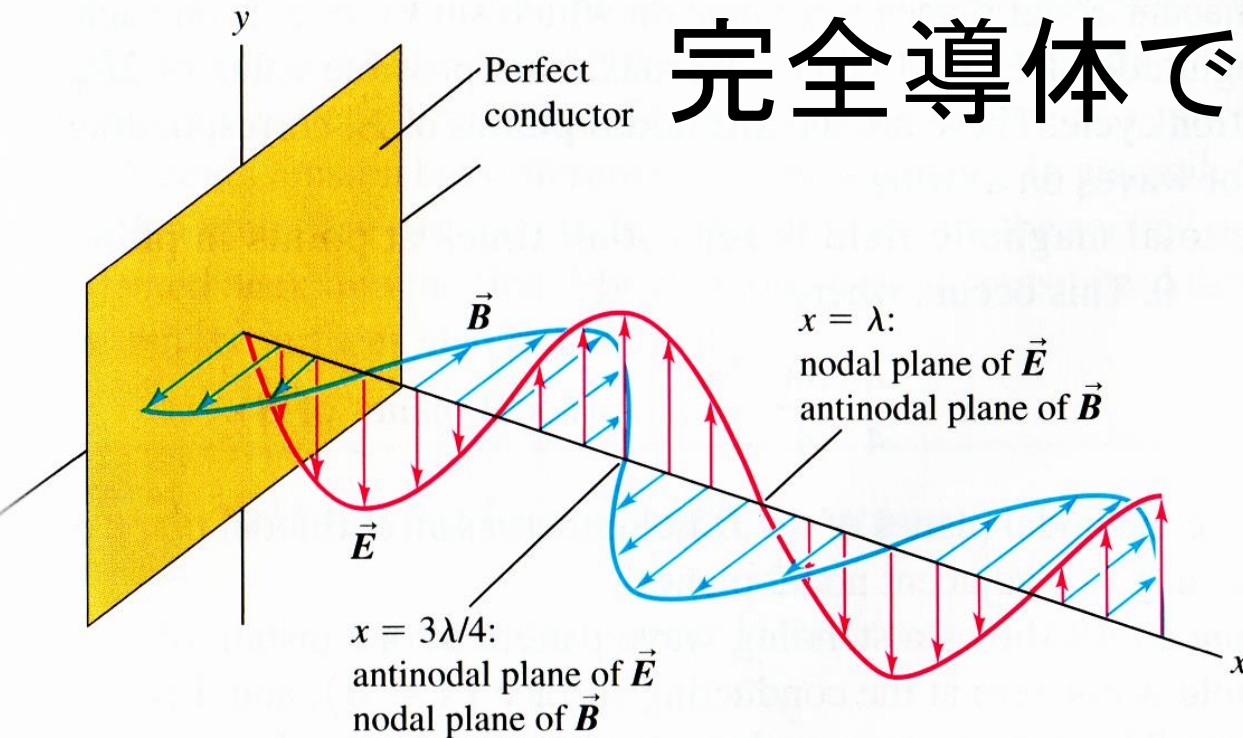
散乱とは何か (屈折、反射との違いは?)



33.29 The sunbathing observer in the west sees sunlight that has been scattered by 90° . This scattered light is linearly polarized and contains predominantly light from the blue end of the spectrum. The white sunlight loses this blue light as it travels through the atmosphere, and the transmitted light seen by the observer in the east contains predominantly light from the red end of the spectrum.

反射、屈折

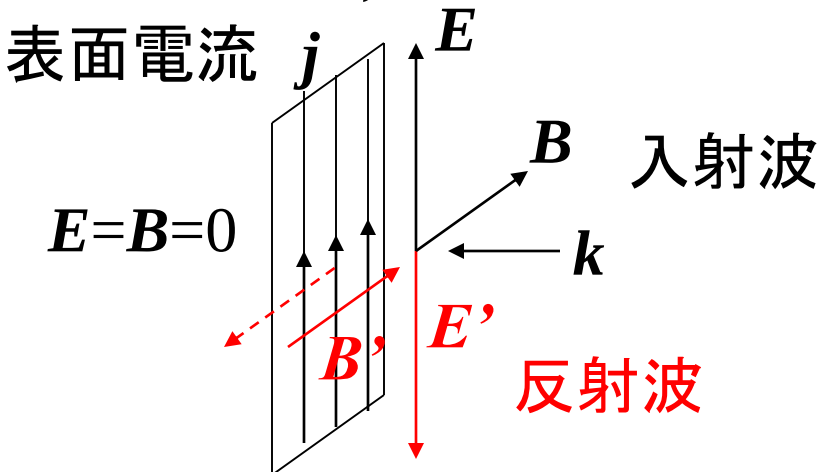
完全導体での反射



32.18 Representation of the electric and magnetic fields of a linearly polarized electromagnetic standing wave at $\omega t = 3\pi/4$ rad. In any plane perpendicular to the x -axis, E is maximum (an antinode) where B is zero (a node), and vice versa. As time elapses, the pattern does not move along the x -axis; instead, at every point, the $\vec{E}$ and $\vec{B}$ vectors simply oscillate.

$$j = \sigma E \quad \text{perfect conductor}$$

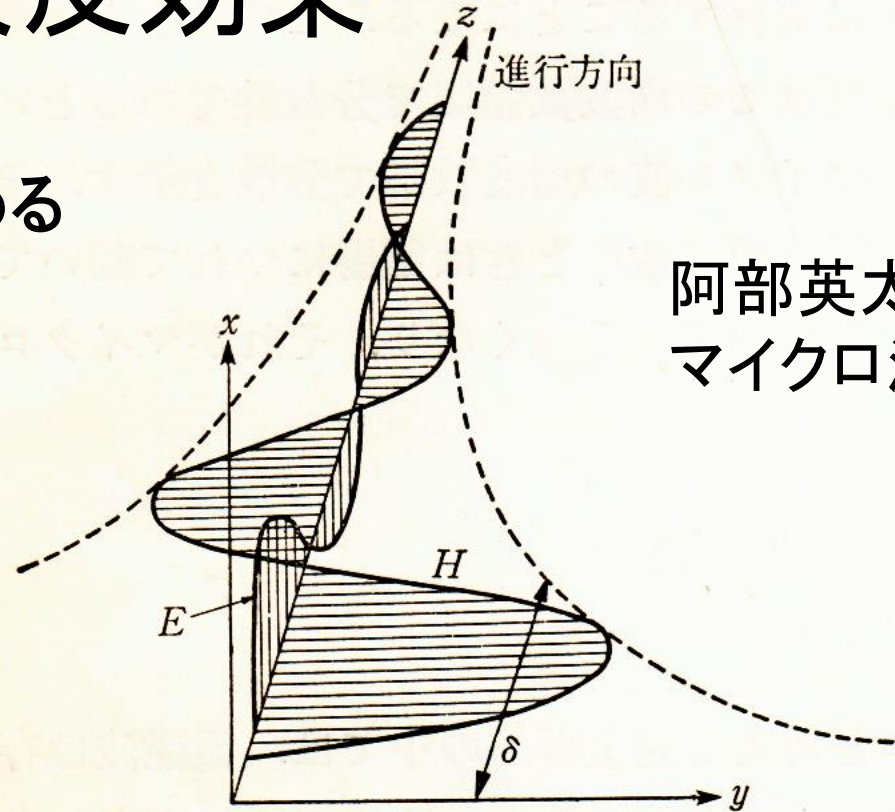
$\sigma \rightarrow \infty, E \rightarrow 0$ で有限の電流 j



$$F = q(E + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

表皮効果

実際は σ は有限
電磁波は導体内に入り込める



阿部英太郎
マイクロ波技術

図 2.3 導体内を減衰しながら進むマイクロ波

振幅が $1/e$ に 減衰する深さ＝表皮厚さ(skin depth)

室温の銅	10kHz (長波 30km)	0.7mm
	500kHz (ラジオ波 600m)	0.1mm
	10GHz (マイクロ波 3cm)	0.7 μ m

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} + \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{表皮効果}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \sigma \mathbf{E} + \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$k^2 = \mu \varepsilon \omega^2 + i \mu \sigma \omega$$

$$\frac{n^2}{c^2} = \frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2} = \mu \varepsilon + i \frac{\mu \sigma}{\omega}$$

$$n^2 = \frac{c^2}{v^2} = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{\mu \varepsilon}{\mu_0 \varepsilon_0} + i \frac{\mu \sigma}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega}$$

$$\mu = \mu_0 \quad n^2 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} + i \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}$$

$$\omega = 0 \quad \frac{\sigma}{\omega} \rightarrow \infty$$

$$\omega \neq 0 \quad \frac{\sigma}{\omega} : \text{有限}$$

透明な物質が1より大きい屈折率を持つのはなぜ？

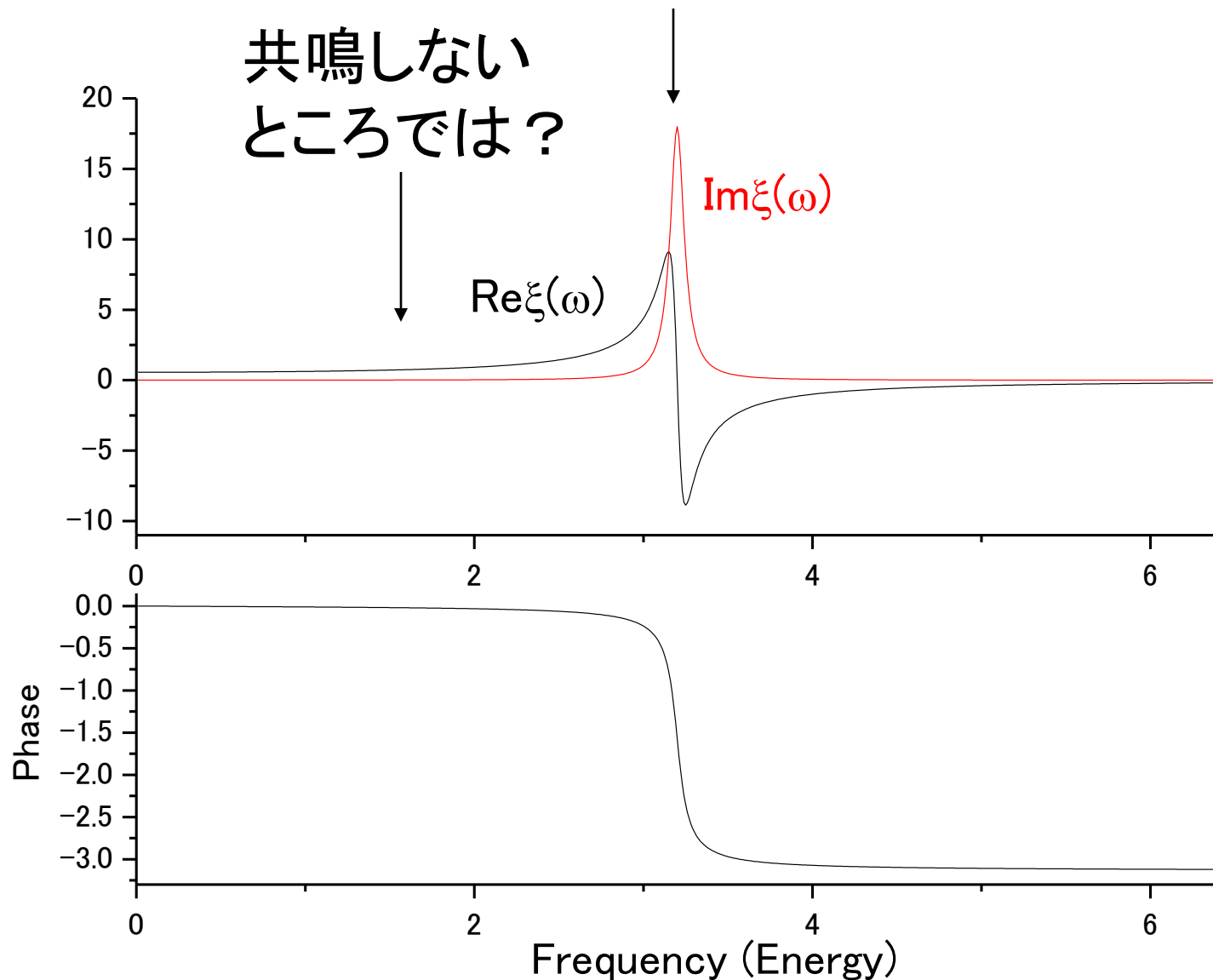
屈折率の分散はなぜ生じるか（赤より青で屈折率大）

屈折率 n が1より大きいと電磁波の位相速度が遅くなるのはなぜ？ (c/n)

束縛電子

光電場に対する分極の応答

共鳴周波数では吸収が起こる



入射電磁波 $E_i = E_0 \cos \omega t = \text{Re}(E_0 e^{-i\omega t})$

$$m\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Gamma \frac{d}{dt} + \omega_0^2\right)x = qE_i$$

$$x_0 = \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \quad x = \text{Re}(x_0 e^{-i\omega t})$$

$$x_0 \cos \omega t \propto \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

散乱電磁波 $E_s \propto a = -\omega^2 \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t$

$q < 0, \omega < \omega_0$ のとき、 E_s は E_i と同位相

$q > 0$ のときは やはり同位相 なぜか？

実はここで省略していることが

補足

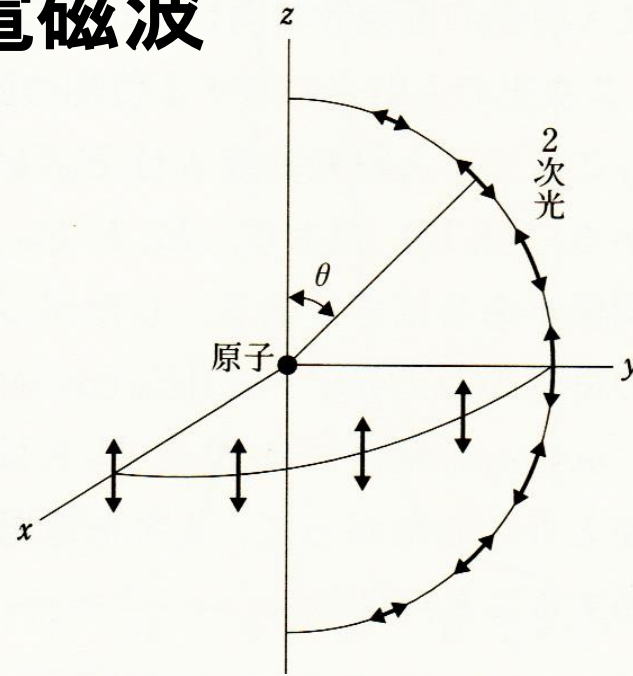
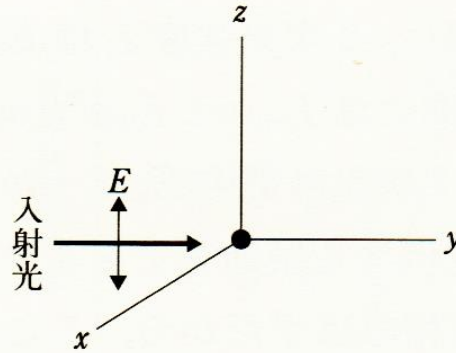
$$\mathbf{E} = c\mathbf{B} \times \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{p} \right) \times \hat{\mathbf{r}} \right] \times \hat{\mathbf{r}} \quad (11.56) \text{電磁気学3}$$

$$\mathbf{E} \propto -\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{p}$$

$$x_0 = \frac{q}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \quad p = qx = qx_0 \cos \omega t = \frac{q^2}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \cos \omega t$$

$$E \propto \omega^2 \frac{q^2}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \cos \omega t \quad \omega_0 > \omega \text{なら同位相}$$

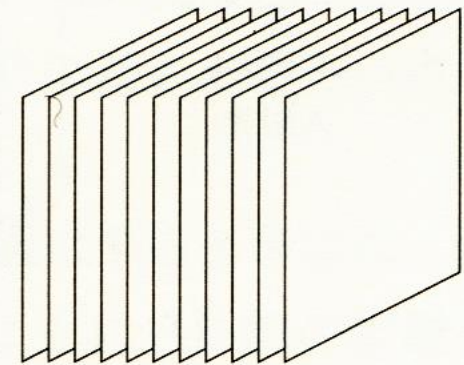
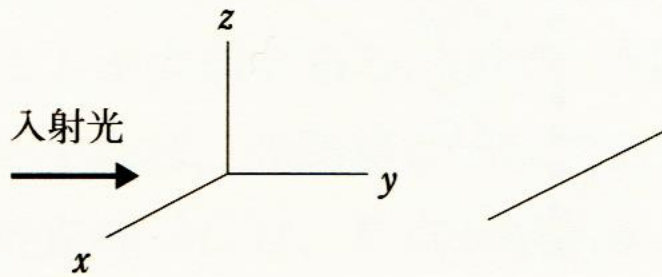
束縛電子からの2次電磁波



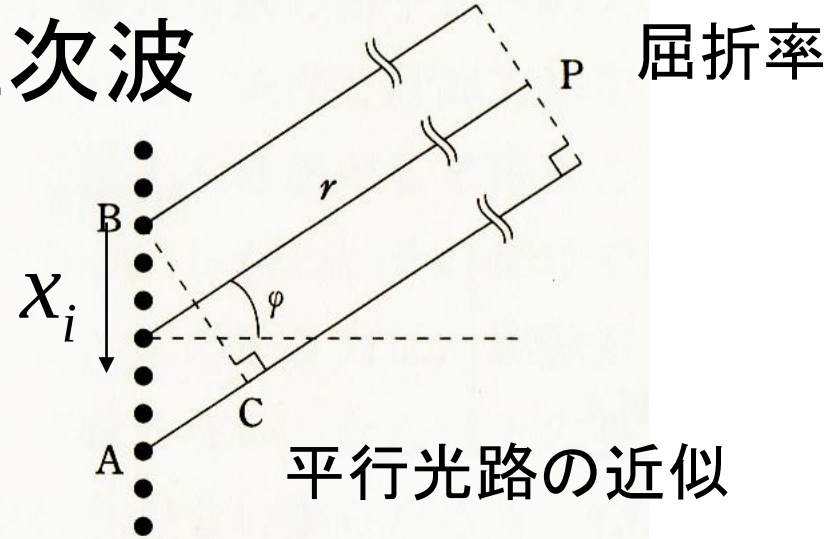
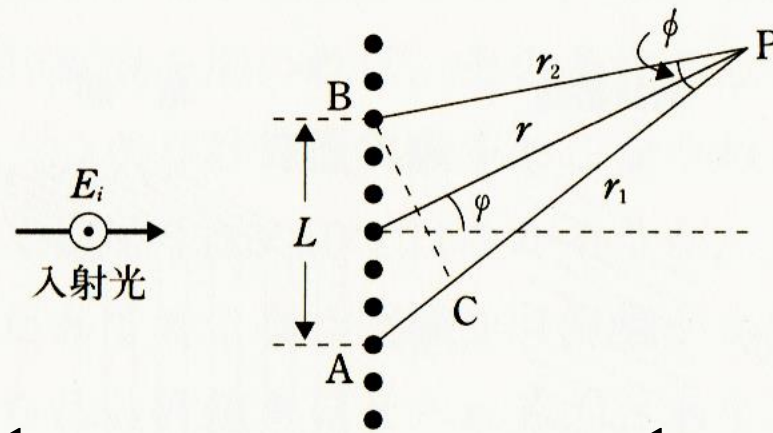
線状結晶

面状結晶

結 晶



線状結晶からの2次波



$$\frac{1}{r_1} E_s \cos \omega(t - \frac{r_1}{c}) + \dots + \frac{1}{r_2} E_s \cos \omega(t - \frac{r_2}{c})$$

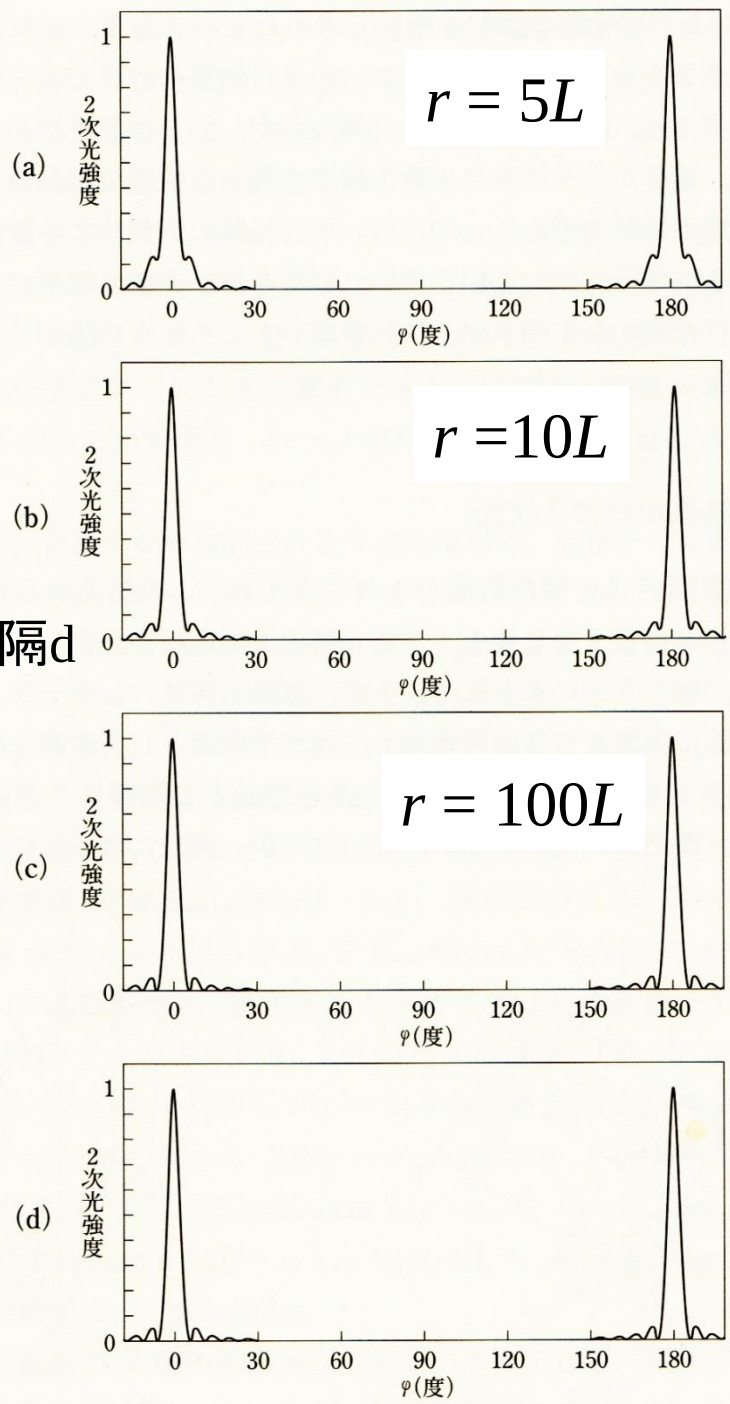
$$= \text{Re}[\frac{1}{r} E_s \exp(\omega t - \frac{\omega}{c} \Delta r_1) + \dots + \frac{1}{r} E_s \exp(\omega t - \frac{\omega}{c} \Delta r_2)]$$

$$= \text{Re}[\frac{1}{r} E_s \exp(\omega t) \{ \exp(-k \Delta r_1) + \dots + \exp(-k \Delta r_2) \}]$$

$$= \text{Re}[\frac{1}{r} E_s \exp(\omega t) \{ \exp(-k x_1 \sin \phi) + \dots + \exp(-k x_2 \sin \phi) \}]$$

$$= \text{Re}[\frac{1}{r} E_s \exp(\omega t) \frac{1}{L} \int_0^L \exp(-k_x x) dx]$$

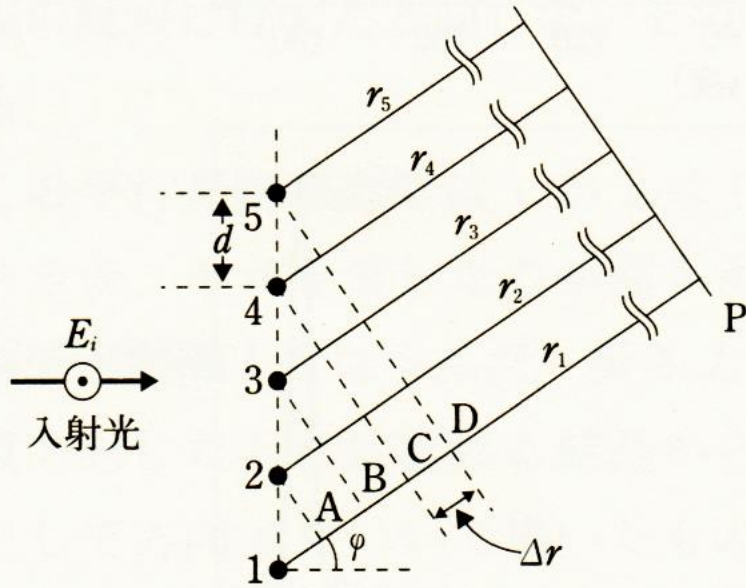
屈折率



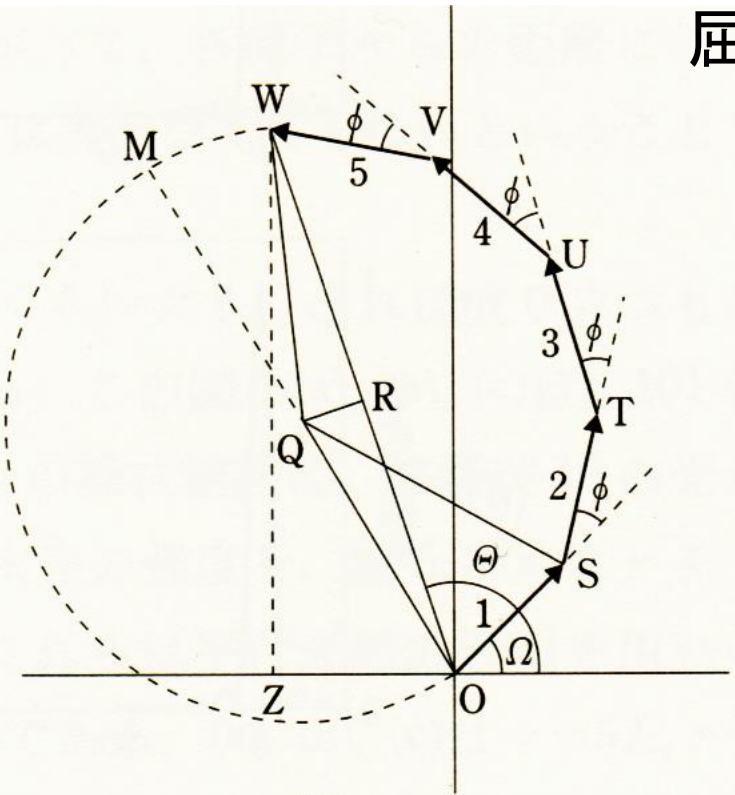
平行光路の近似なし

← 平行光路で計算

線状結晶の原子間隔d
長さ $L=100d$
光の波長 $\lambda=10d$

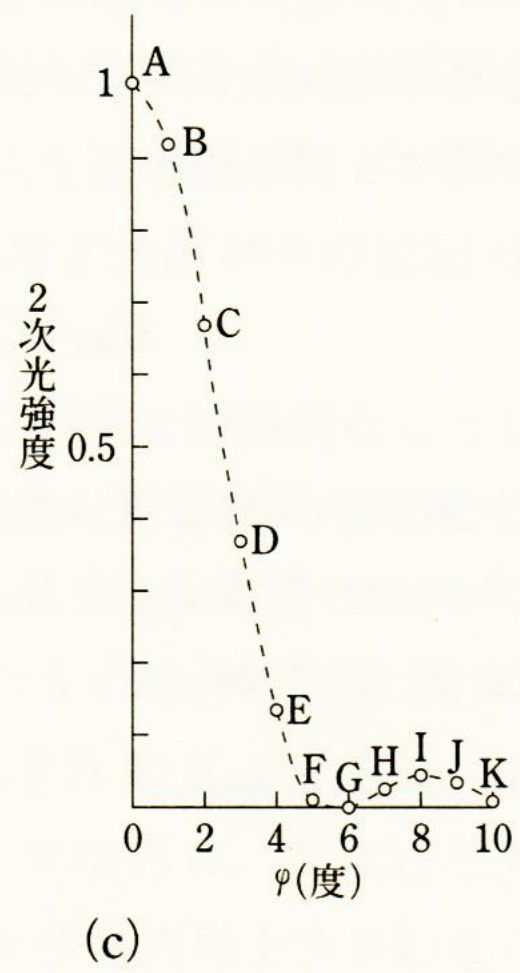
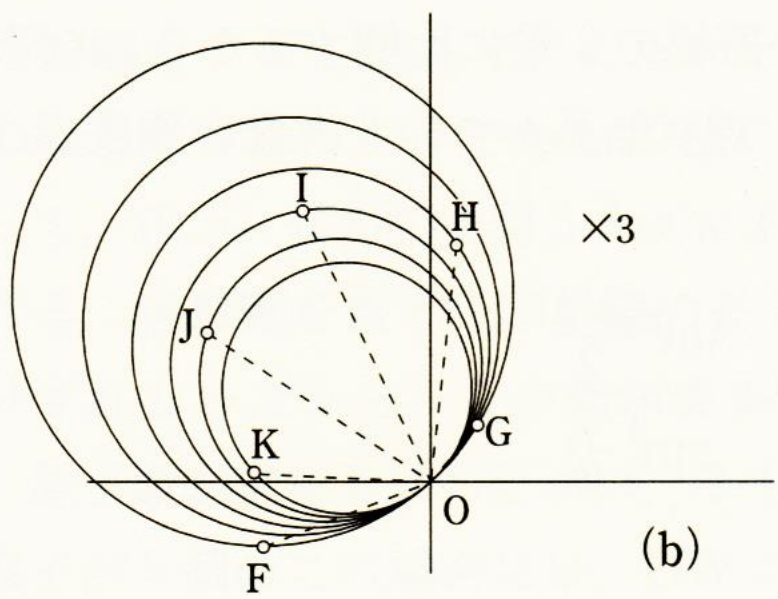
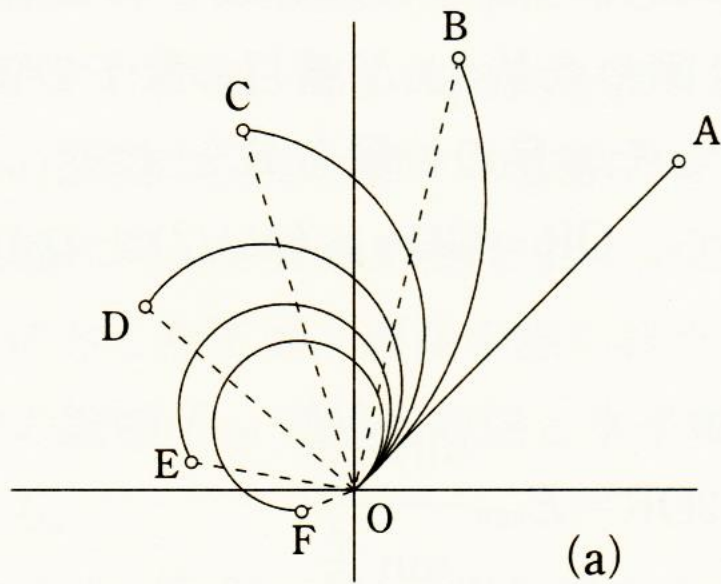


(a)



(b)

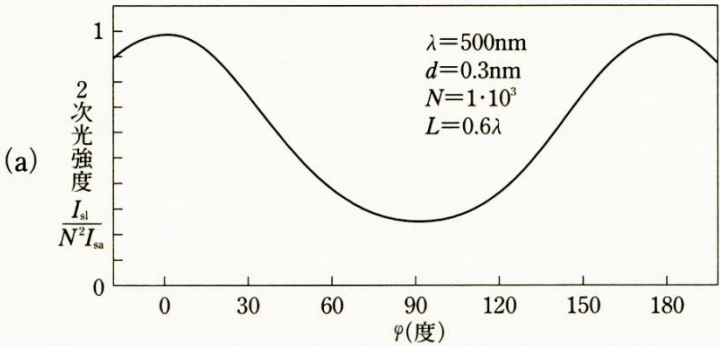
$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{r_1} E_s \cos \omega \left(t - \frac{r_1}{c} \right) + \frac{1}{r_2} E_s \cos \omega \left(t - \frac{r_2}{c} \right) + \dots \\
 &= \frac{1}{r_1} E_s \cos \omega \left(t - \frac{r_1}{c} \right) + \frac{1}{r_2} E_s \cos \left[\omega \left(t - \frac{r_1}{c} \right) + \omega \frac{\Delta r}{c} \right] + \frac{1}{r_3} E_s \cos \left[\omega \left(t - \frac{r_1}{c} \right) + 2\omega \frac{\Delta r}{c} \right] + \dots \\
 &\cong \frac{1}{r} E_s [\cos \Omega + \cos(\Omega + \phi) + \cos(\Omega + 2\phi) + \dots]
 \end{aligned}$$



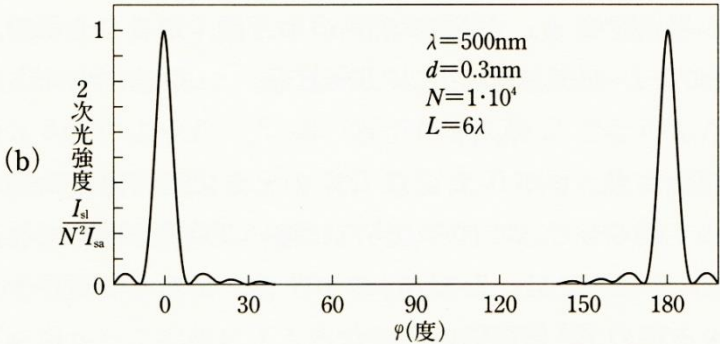
単スリットによる回折と同じ

図 5. 6

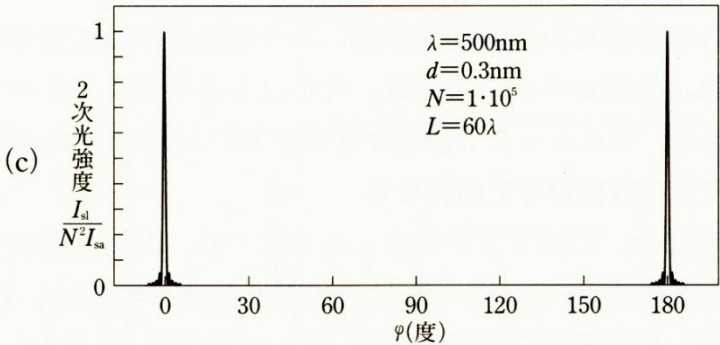
$$L = 0.6\lambda$$



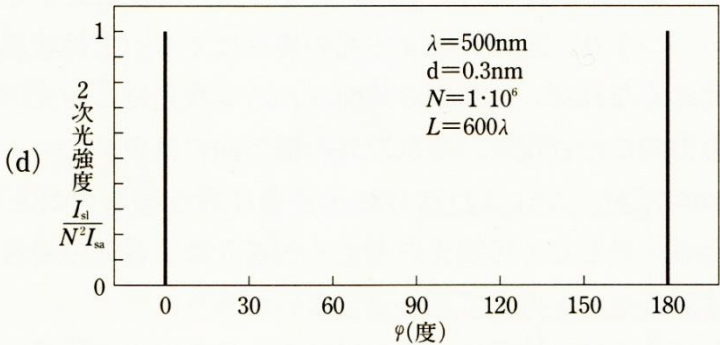
$$L = 6\lambda$$



$$L = 60\lambda$$

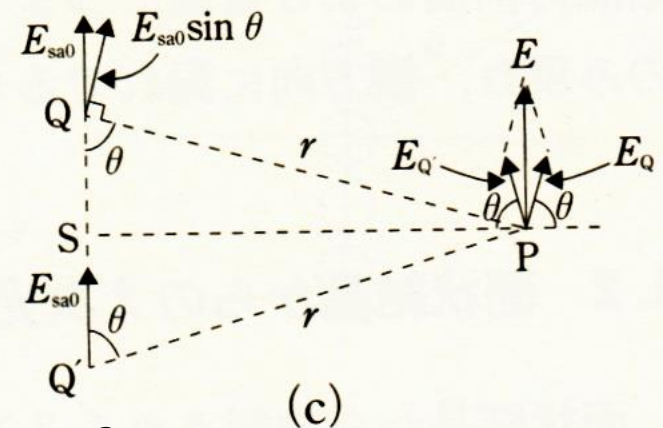
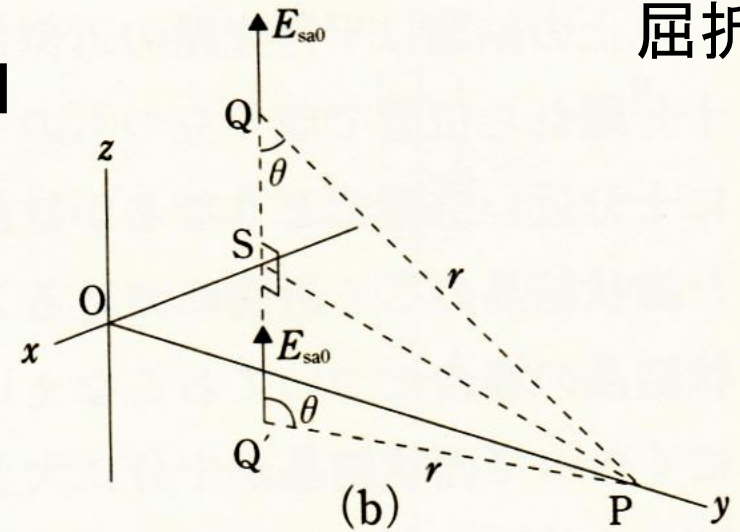
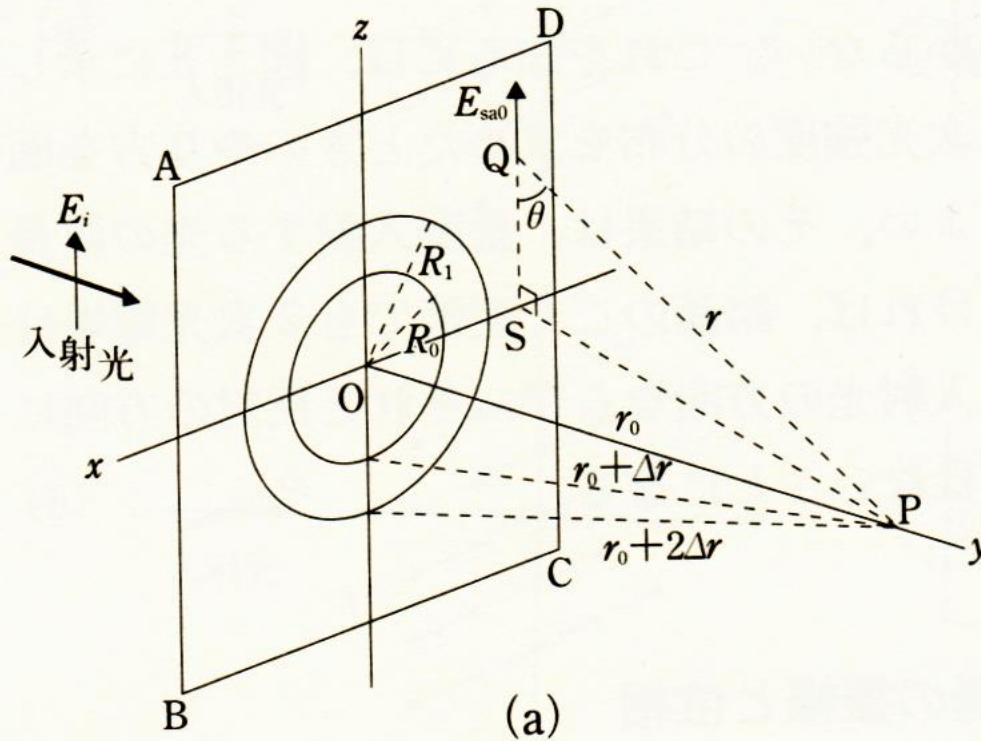


$$L = 600\lambda$$



面状結晶

屈折率

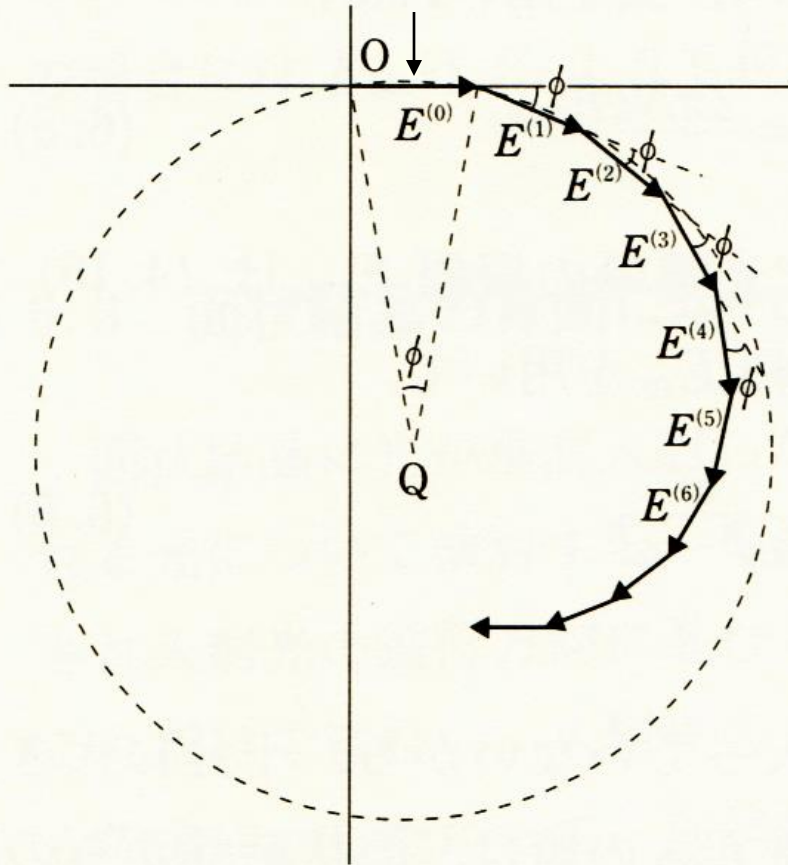


$$\Delta\sigma_n = \pi[\{(r_0 + (n+1)\Delta r)^2 - r_0^2\} - \{(r_0 + n\Delta r)^2 - r_0^2\}] = \pi[2r_0\Delta r + (2n+1)\Delta r^2]$$

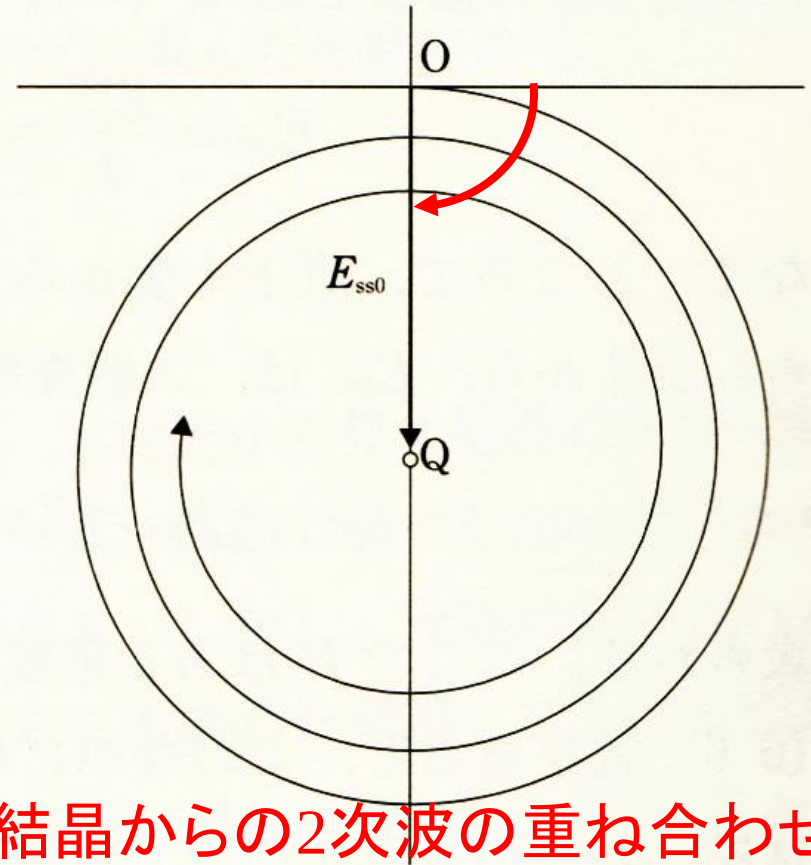
$$E^{(n)} = N\Delta\sigma_n \frac{1}{r_0 + n\Delta r} E_s \sin^2 \theta \quad n\text{とともに減少}$$

3年後期前半の物性論2Cで詳しく扱う

入射波と同じ位相



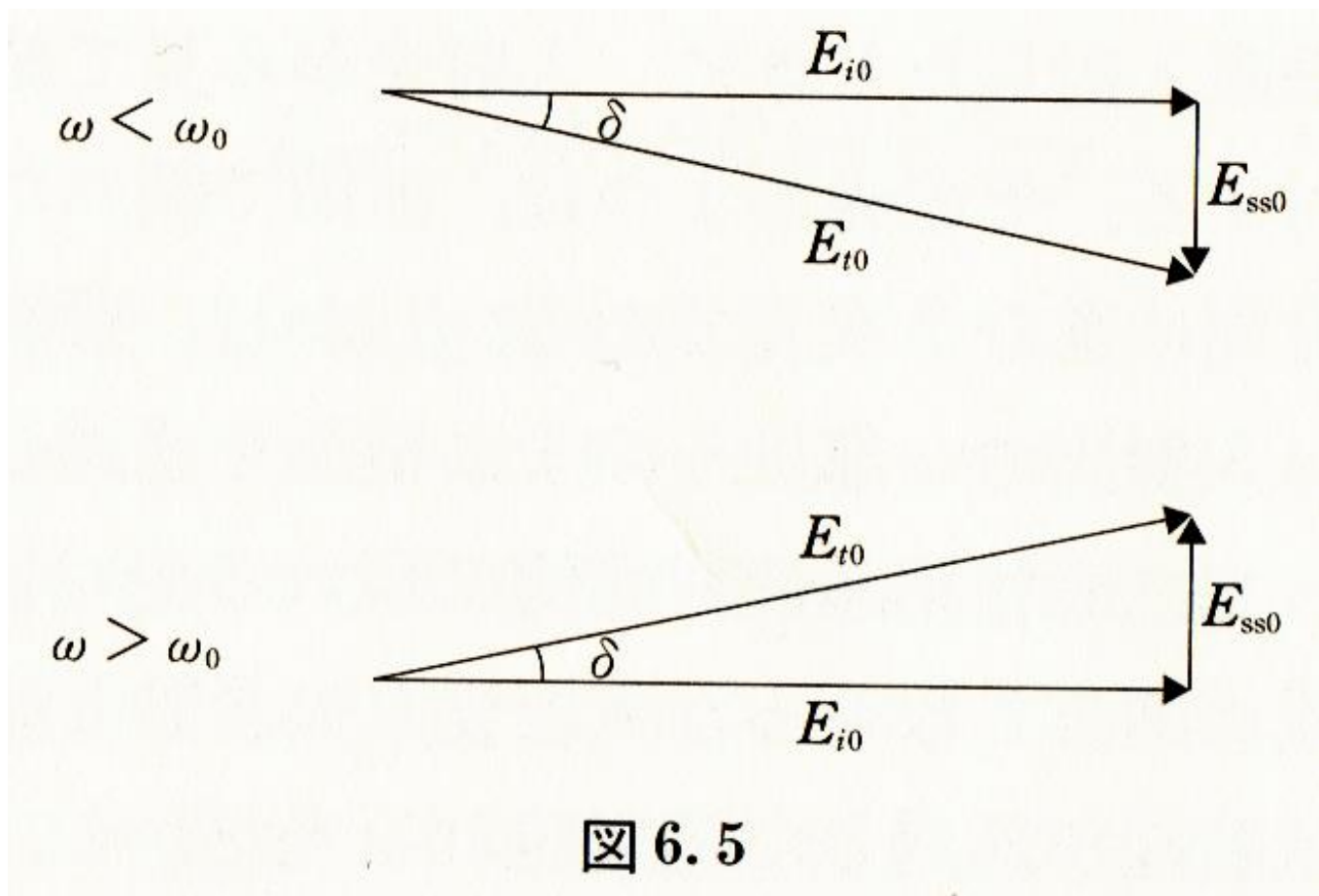
(a)



(b)

面状結晶からの2次波の重ね合わせ
= 入射波から $\pi/2$ 位相が遅れる

$$\phi = \omega \left(\frac{r_n}{c} - \frac{r_n + \Delta r}{c} \right) = -\frac{\omega \Delta r}{c} = -\frac{2\pi \Delta r}{\lambda}$$



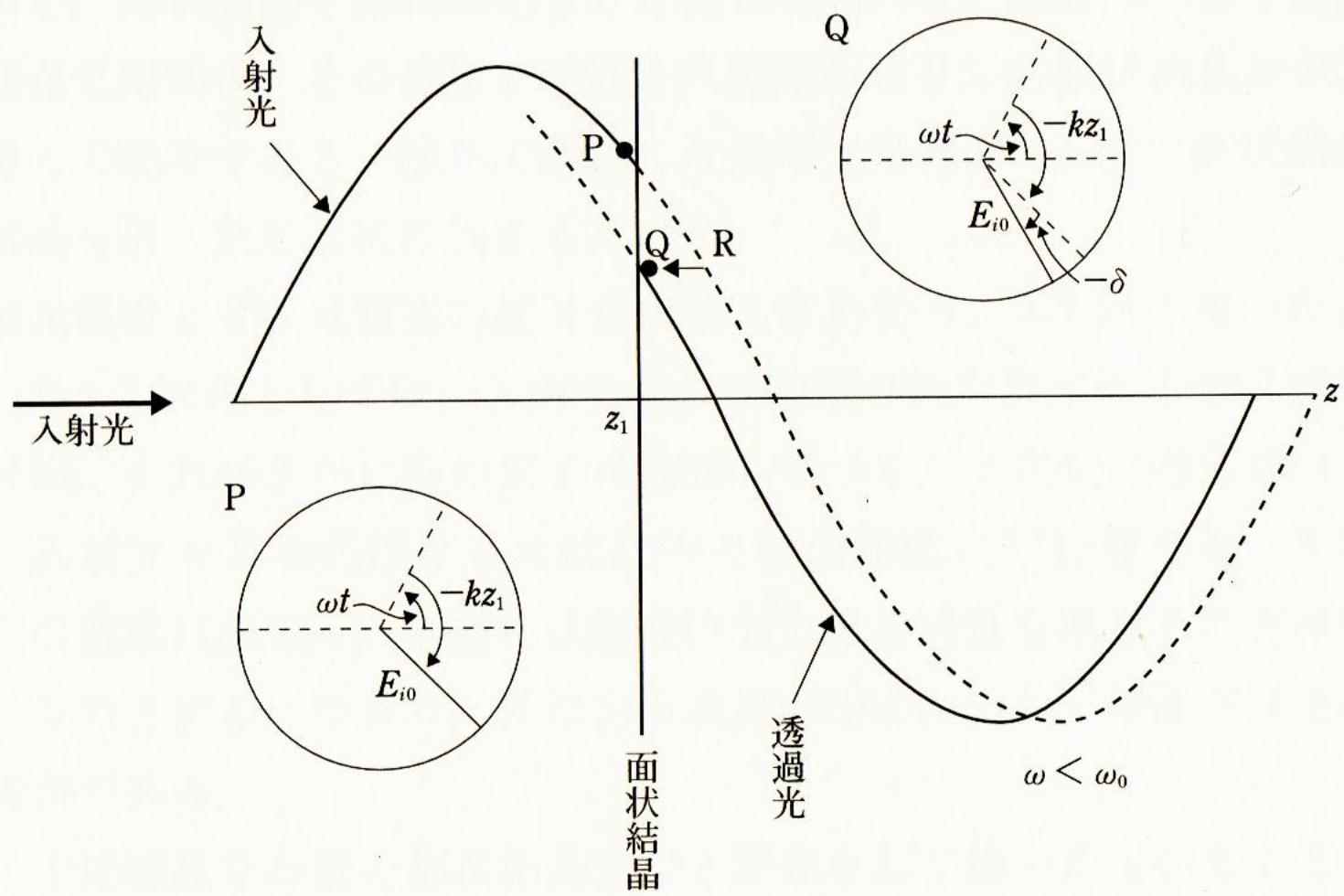


圖 6. 6

3次元結晶

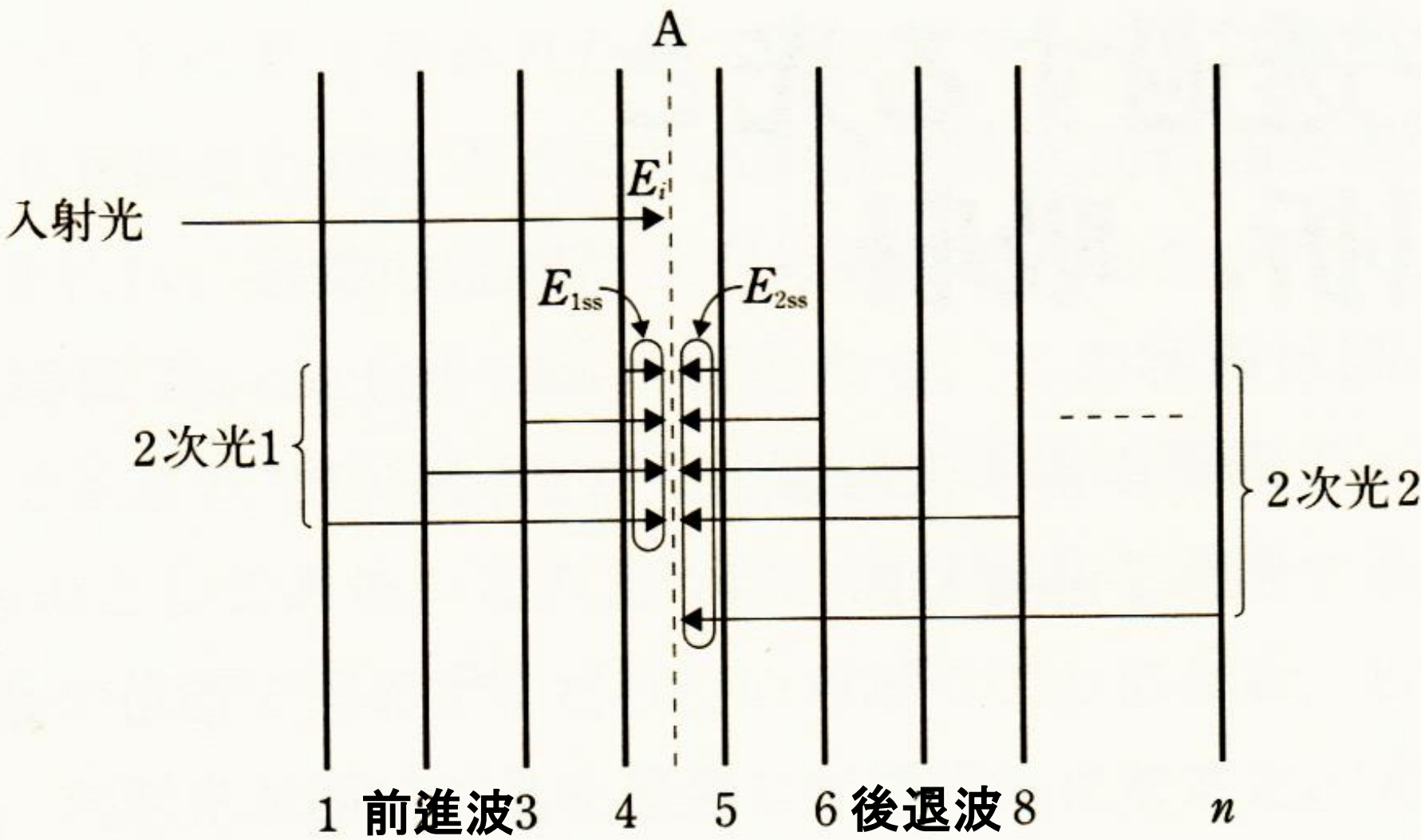


図 7. 1

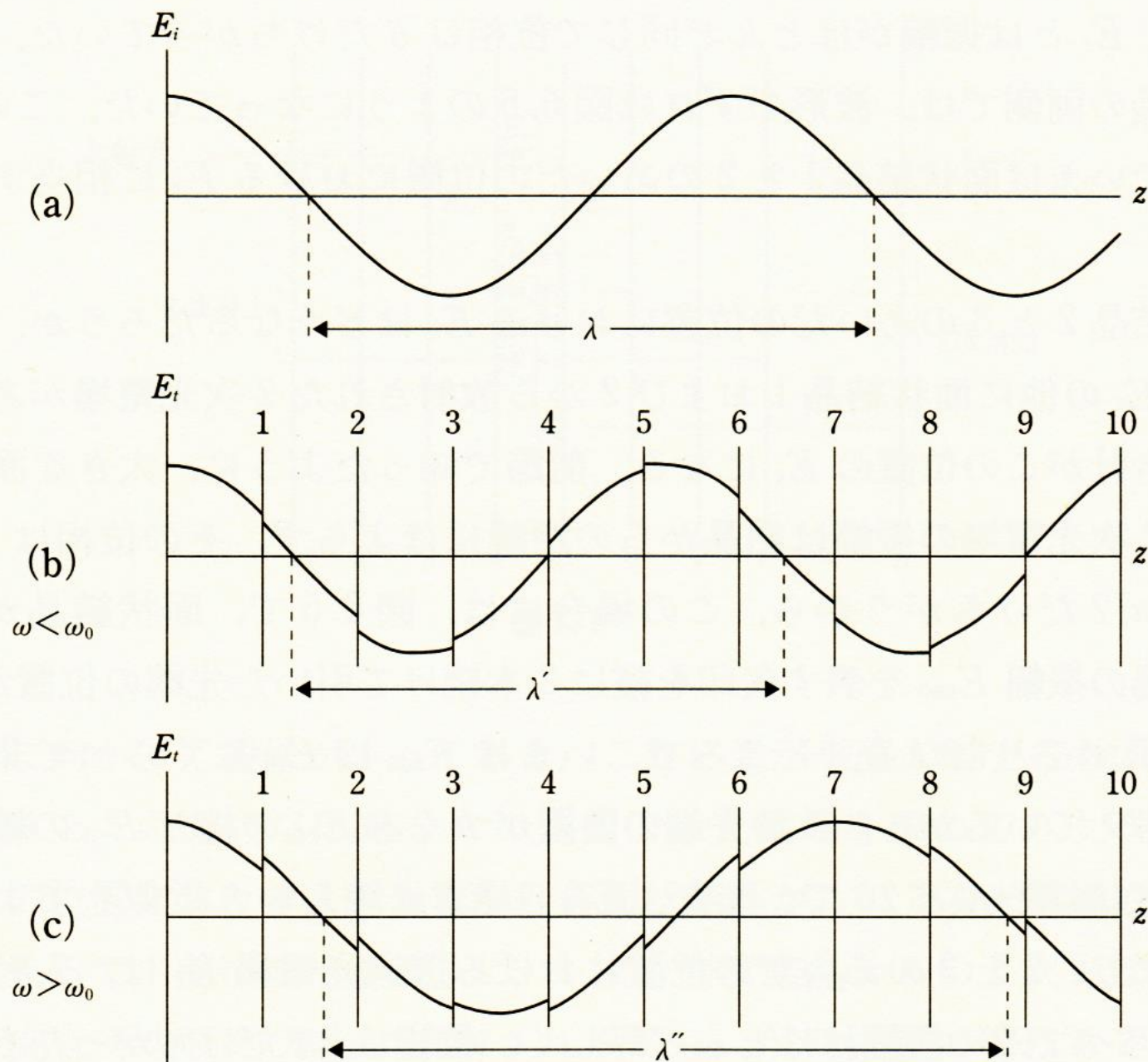


图 7.2

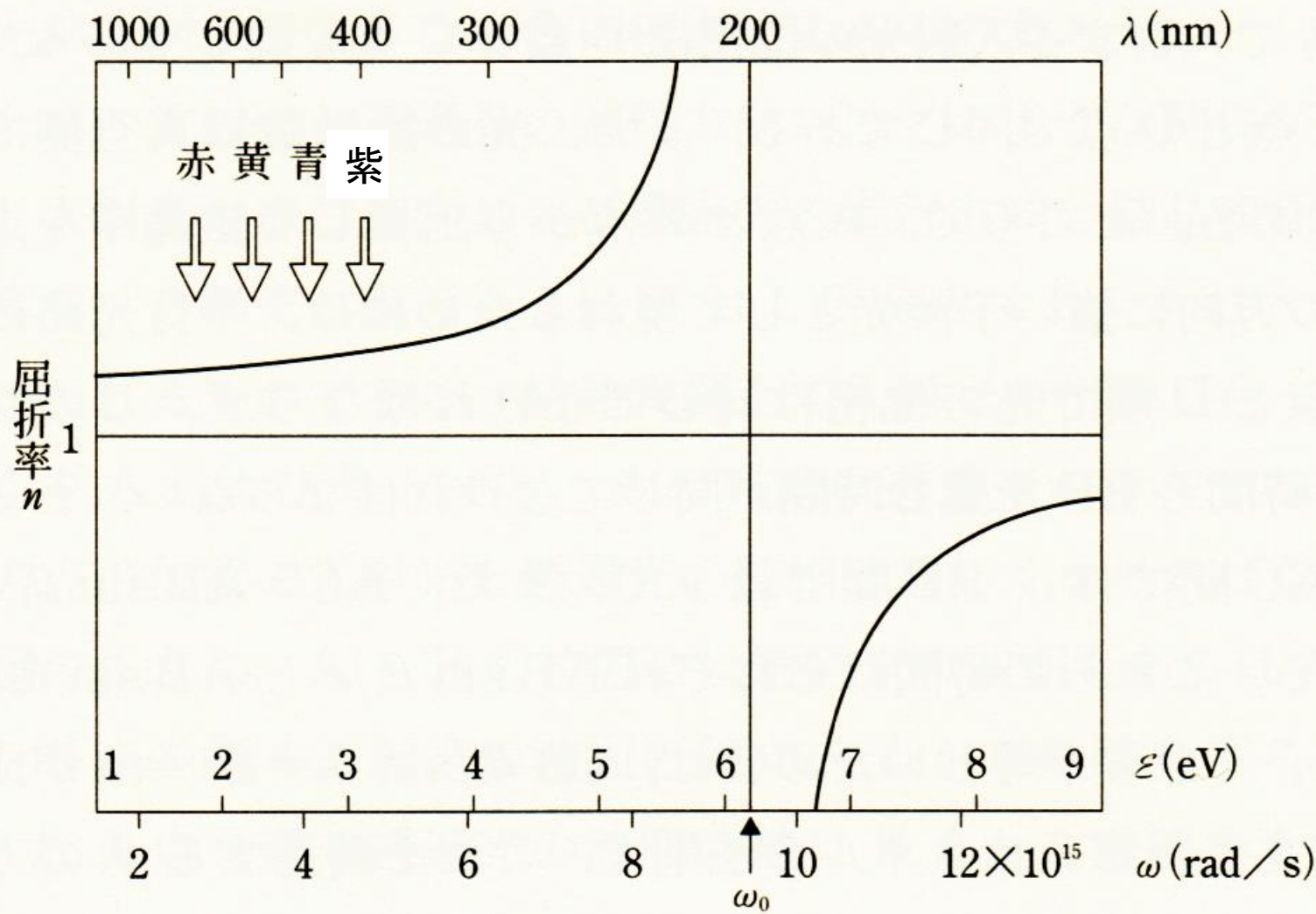
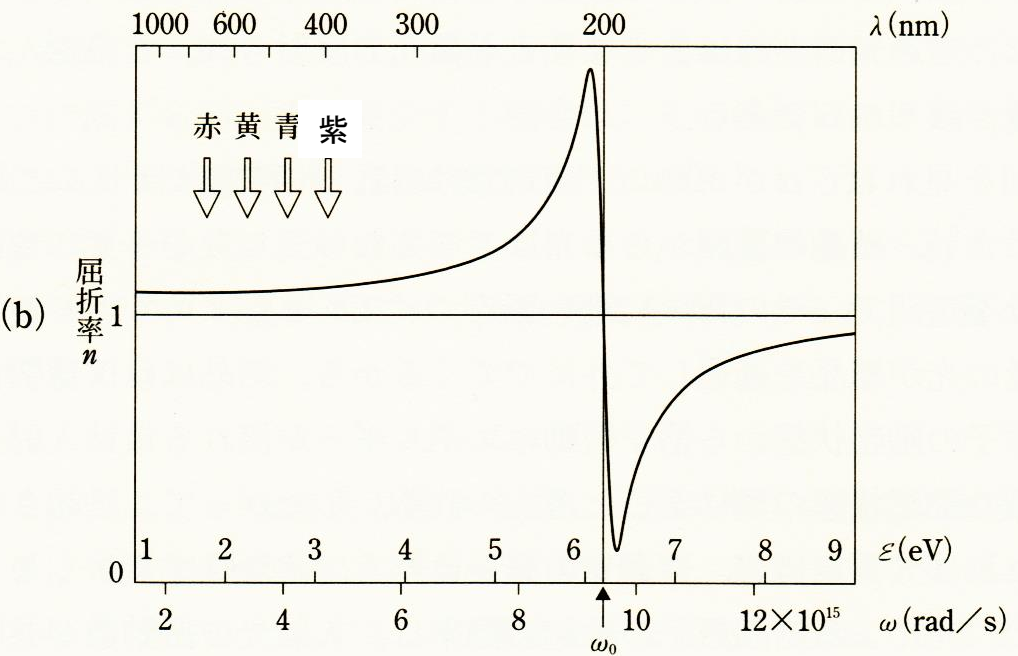
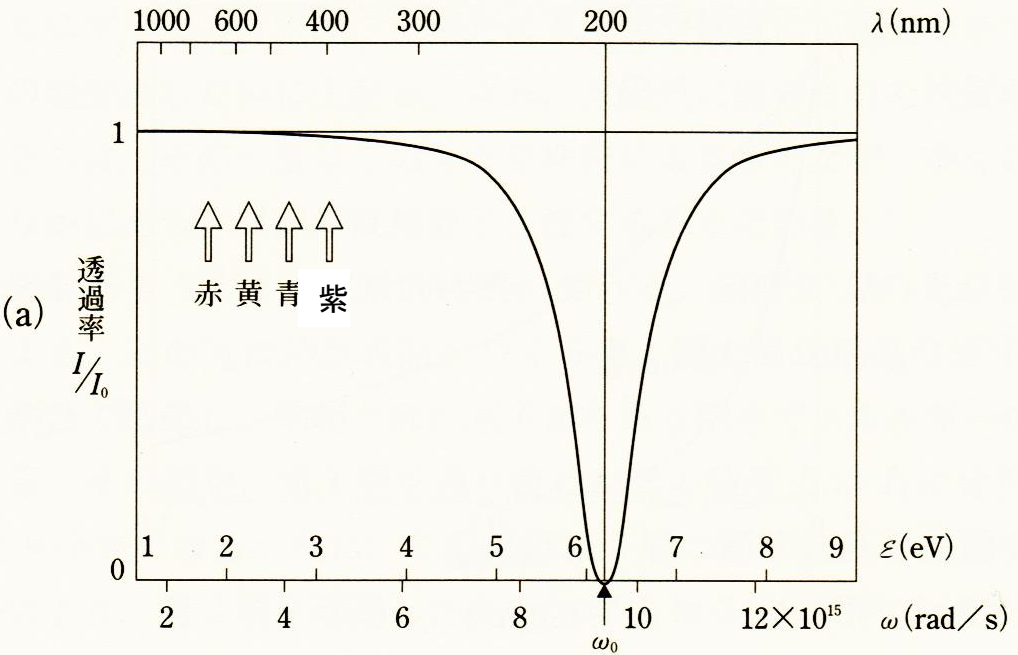


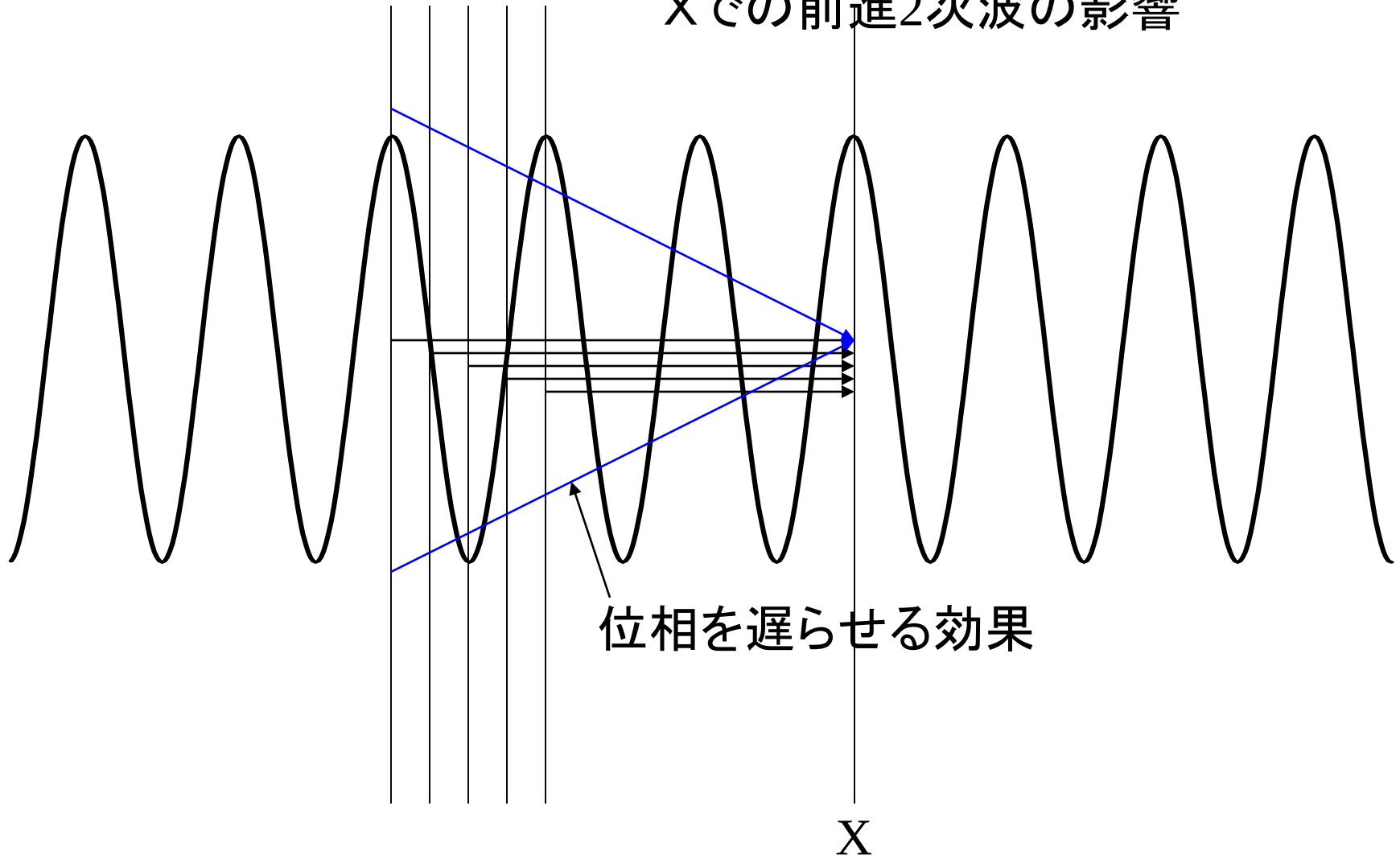
図 7.5



前進波

すべての層からの前進2次波は
Xで等位相で重なる(Xでの位相より $\pi/2$ 遅れる)

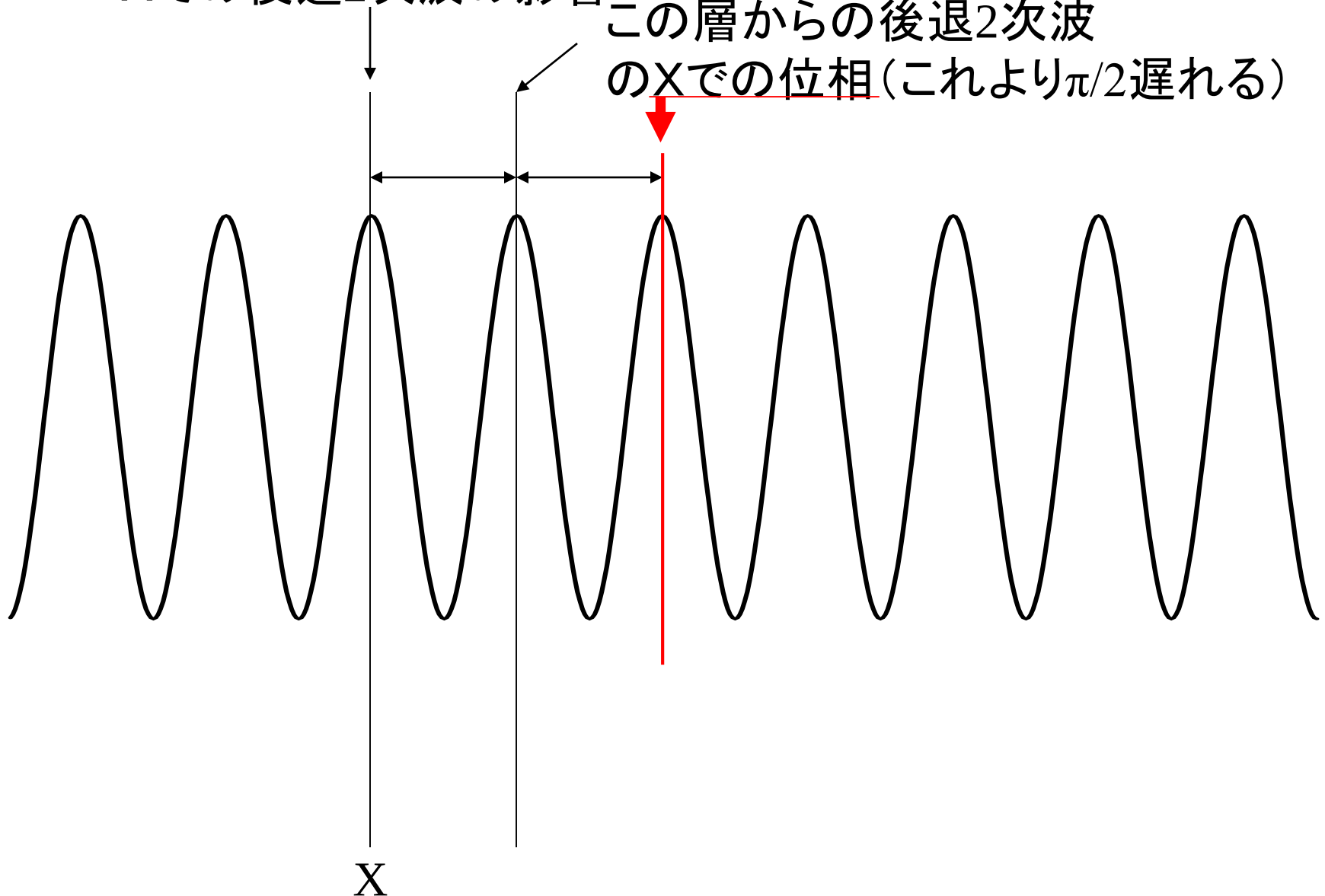
Xでの前進2次波の影響



後退波

Xでの後退2次波の影響

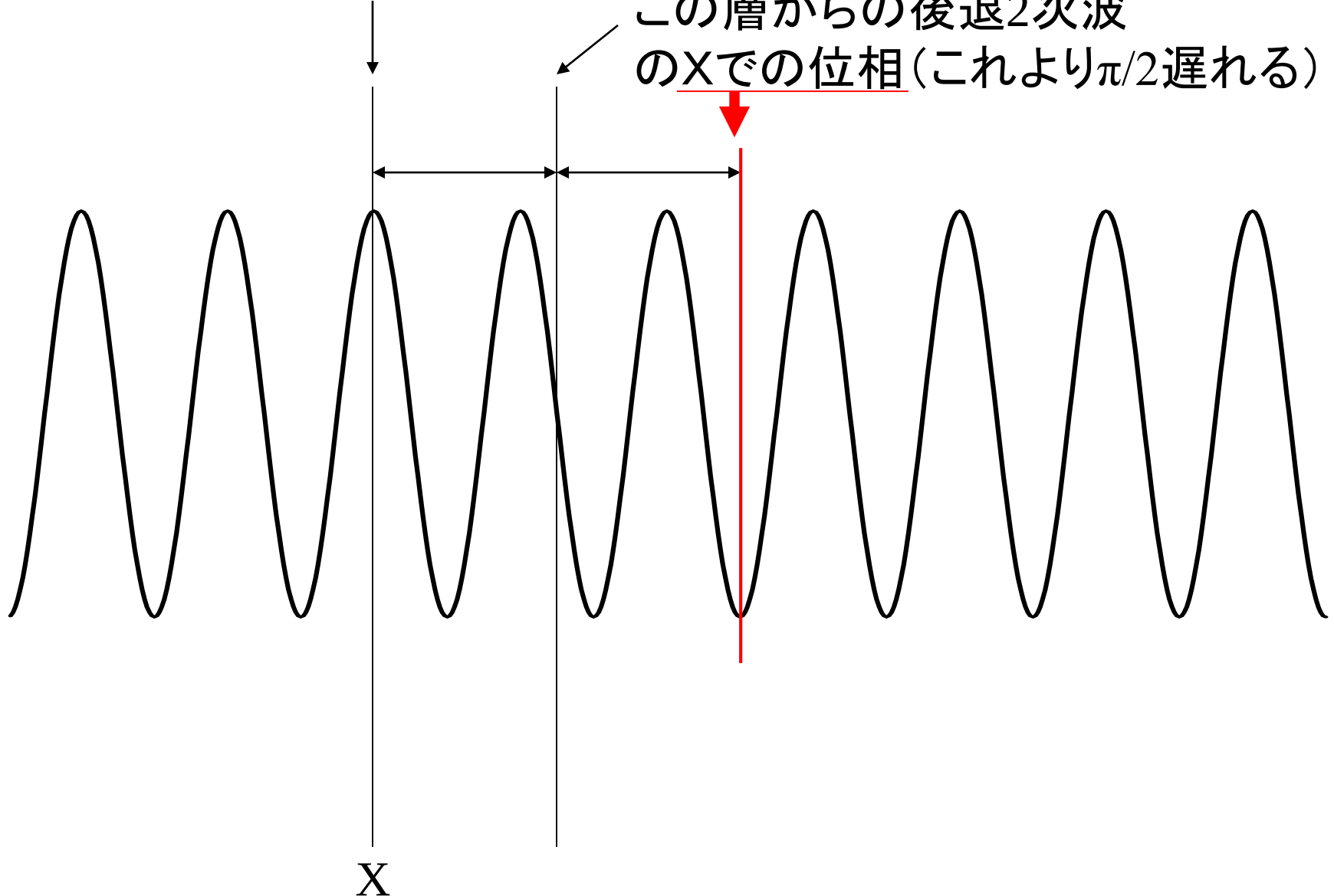
この層からの後退2次波
のXでの位相(これより $\pi/2$ 遅れる)



後退波

Xでの後退2次波の影響

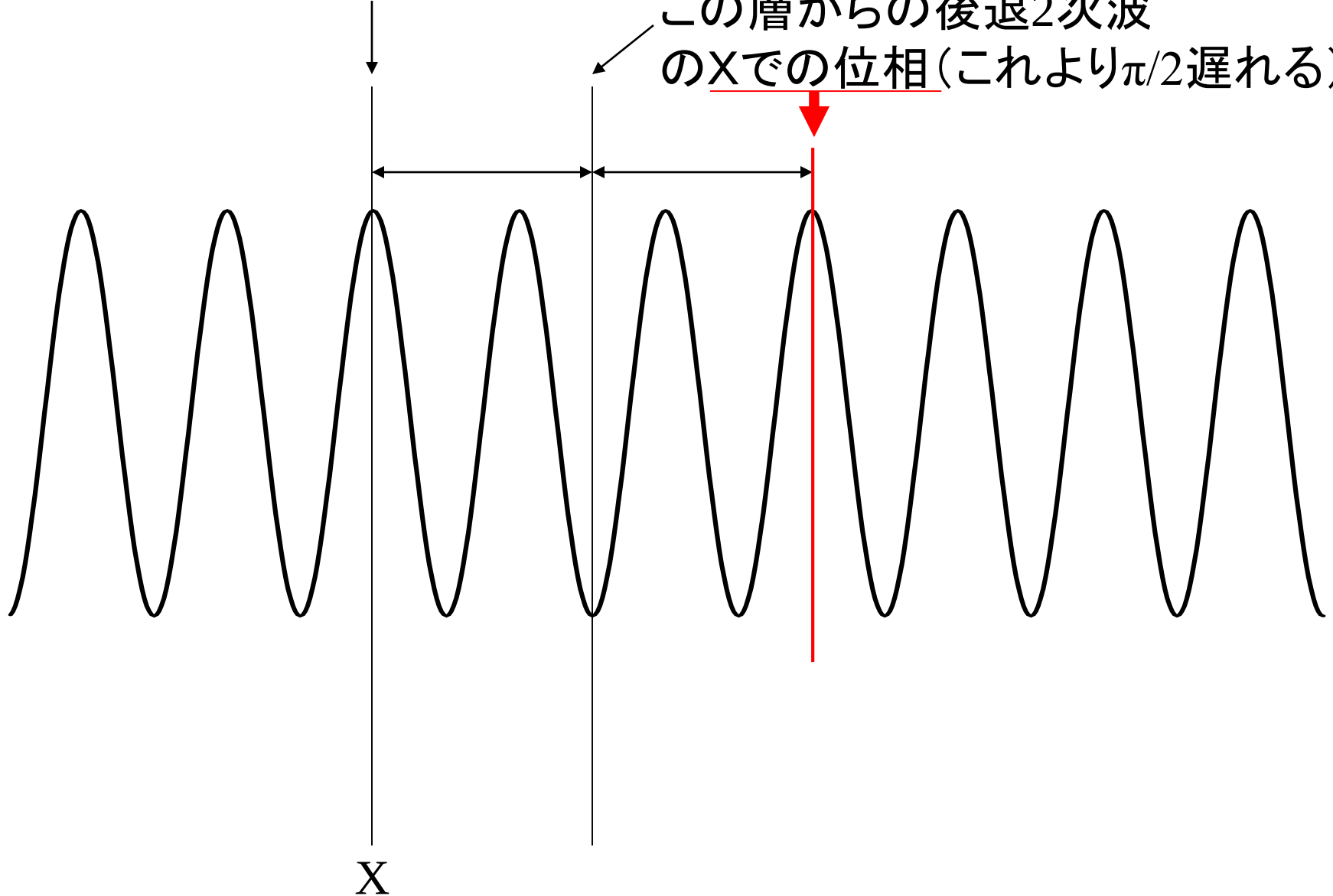
この層からの後退2次波
のXでの位相(これより $\pi/2$ 遅れる)



後退波

Xでの後退2次波の影響

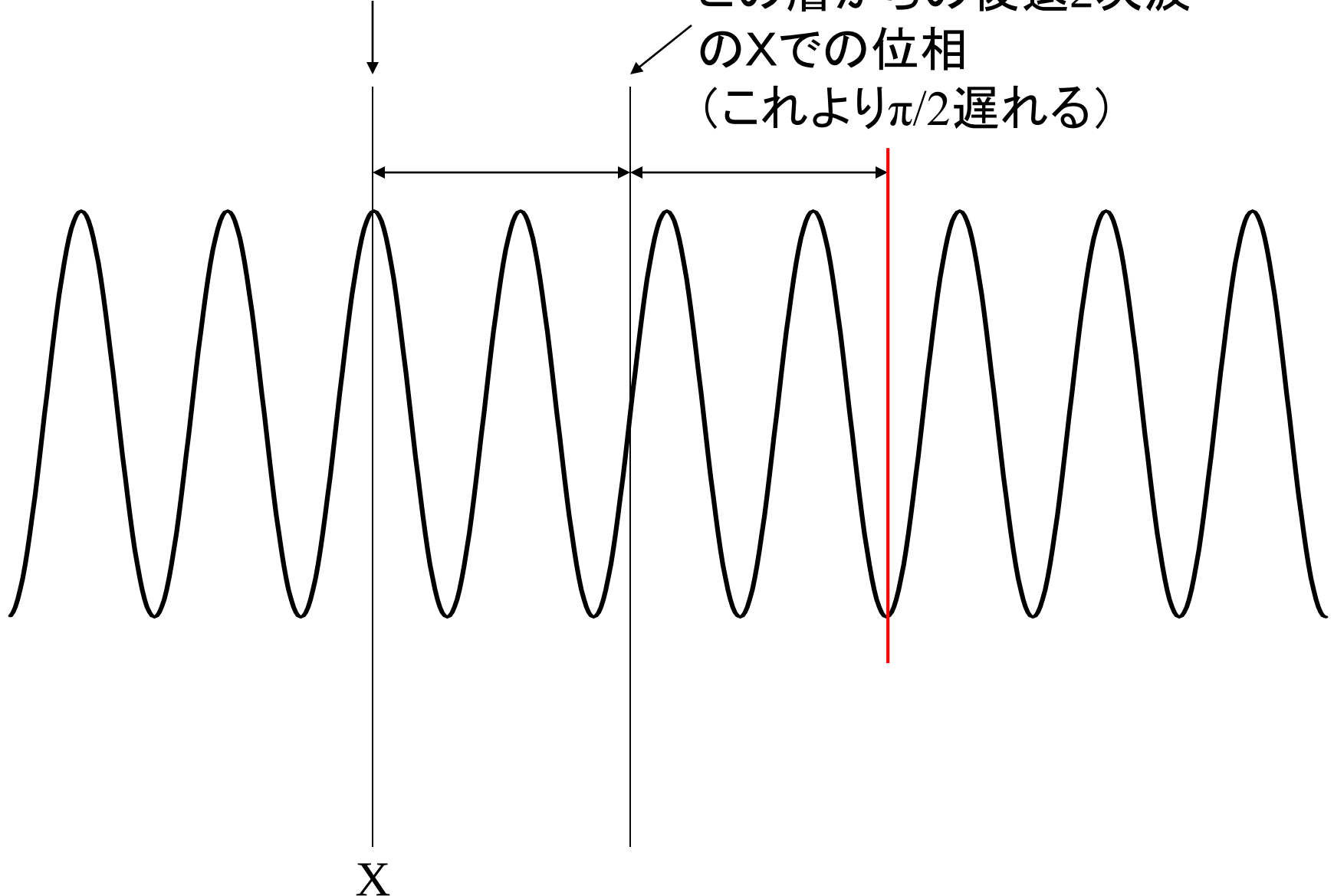
この層からの後退2次波
のXでの位相(これより $\pi/2$ 遅れる)



後退波

Xでの後退2次波の影響

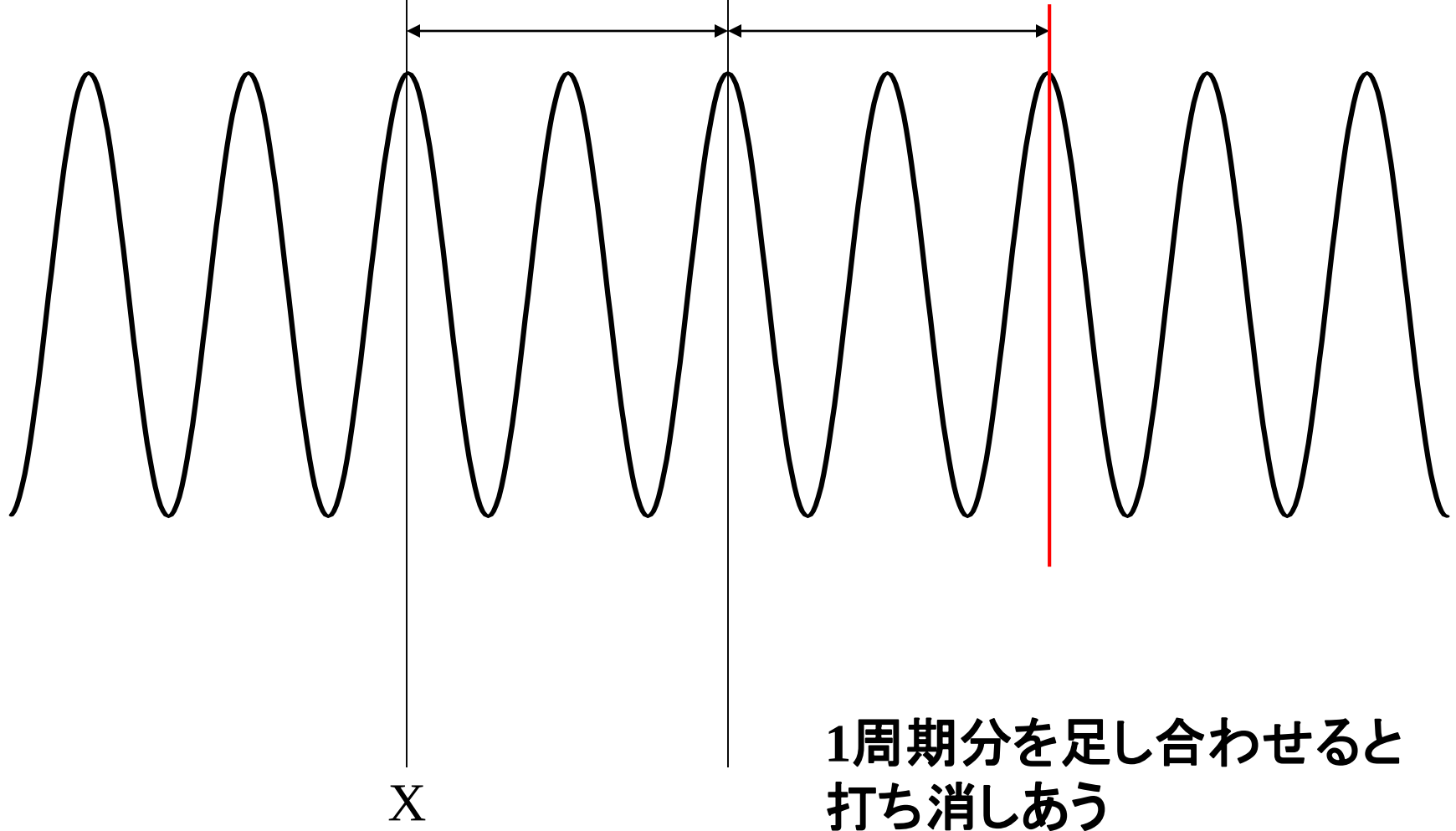
この層からの後退2次波
のXでの位相
(これより $\pi/2$ 遅れる)



後退波

Xでの後退2次波の影響

この層からの後退2次波
のXでの位相
(これより $\pi/2$ 遅れる)



質問

なぜ電磁波の放射に電荷の
加速度運動が必要？

物質と光でなぜ以下の違いがあるのか？

$$\text{物質} \left\{ \begin{array}{l} p = mV \\ E = \frac{1}{2} mV^2 \end{array} \right\} E = \frac{1}{2} pV$$

$$\text{光子} \left\{ \begin{array}{l} p = \hbar k \\ E = \hbar \omega \end{array} \right\} E = pc \quad \omega = kc \quad 2\pi\nu = \frac{2\pi}{\lambda} c \quad \nu\lambda = c$$

電磁気学と相対論

Gauss's law for $\mathbf{E}$ $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Gauss's law for $\mathbf{B}$ $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

Ampere's law $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

Faraday's law $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

Equation of motion $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

相対性原理

すべての物理法則は、相対速度が一定であるすべての観測者にとって、同じ形に書かれなければならない



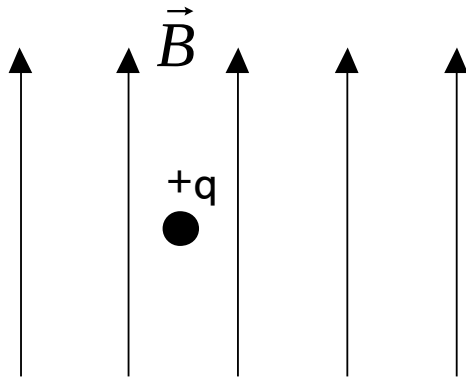
特殊相対性理論

一般相対性理論

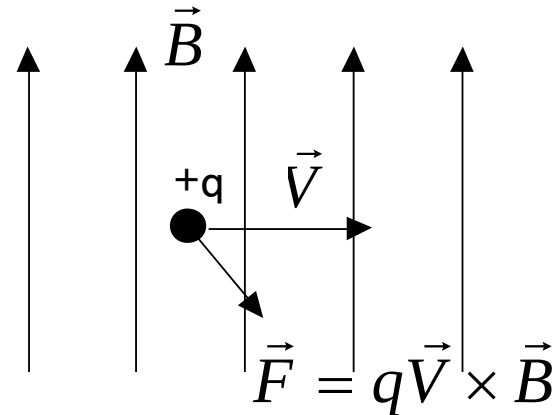
加速度運動をしている座標系に拡張

質問

一様な磁場の中の静止している荷電粒子



速度 $-V$ で動いている観測者



観測者の速度によって、電荷の運動が異なる？

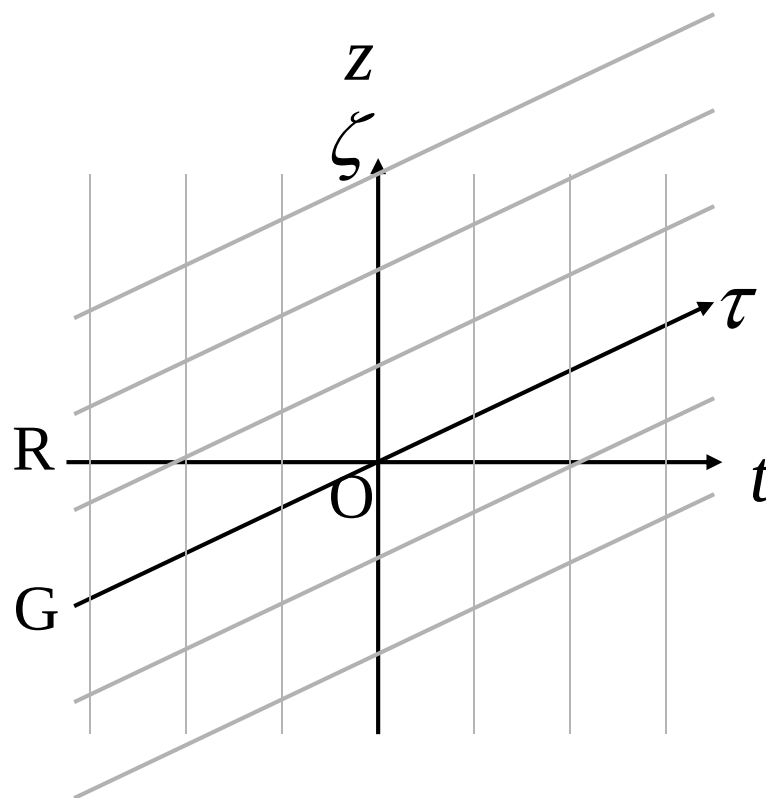
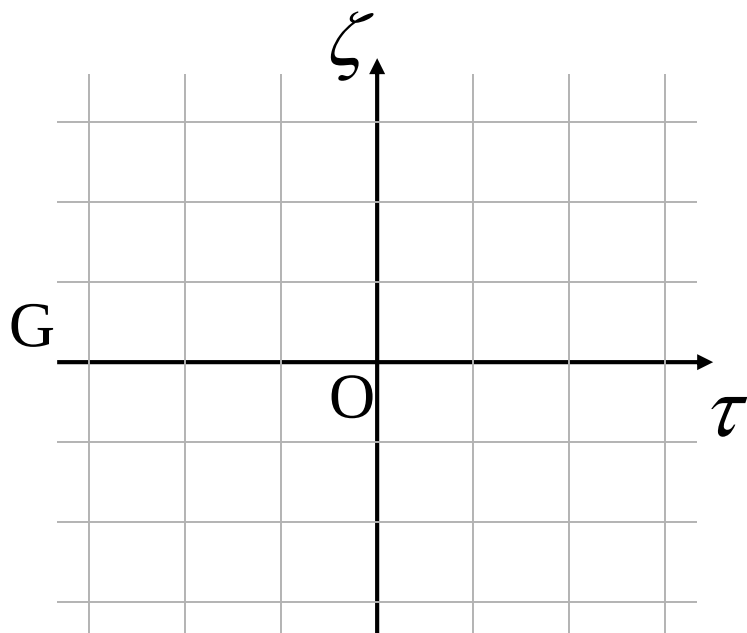
ガリレイ変換

$$t = \tau$$

$$z = \zeta + v\tau$$

$$\begin{pmatrix} t \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \zeta \end{pmatrix}$$

観測者 G は 観測者 R の z 軸上を正の向きに(速度 v)で移動



ガリレイ変換はニュートンの運動方程式を不変に保つが、
マックスウェルの方程式は異なる形になる

計量テンソル

4次元時空間の1点 事象

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

計量テンソル G で内積を定義

$$Q = \mathbf{x}^T G \mathbf{x} = \begin{pmatrix} ct & x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

ローレンツ変換不変量

時空間での2点(2事象)間の間隔

4次元時空の事象 $P = (ct, x, y, z)$ のノルム

$$S(P) = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$\|P\| = \begin{cases} \sqrt{S} & \text{for } S > 0 \\ \sqrt{-S} & \text{for } S < 0 \end{cases}$$

ローレンツ変換はこの間隔を不変に保つ

計量テンソルが決まれば、それによって決まる内積を不変にする座標変換が定まる

ユークリッド空間での回転による座標変換で2点間の距離
 $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ が不変 であることと対応

エネルギーと運動量

静止質量 m はローレンツ変換で不変

$$(mc^2)^2 = E^2 - (pc)^2$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^2} + \dots$$

相対論的エネルギー

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

相対論的運動量

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{P} = 0 & E = mc^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{エネルギーと質量は等価} \\ \text{原子力} \\ \text{太陽} \end{array}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} m = 0 \quad (\text{光子}) \\ E = pc \quad (E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{より} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}) \end{array} \right.$$

電場・磁場のローレンツ変換

速度 $-V$ で動いている観測者から見て

$$\mathbf{B}'_{\perp} = \frac{(\mathbf{B} + \mathbf{V} / c^2 \times \mathbf{E})_{\perp}}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} \quad \mathbf{E}'_{\perp} = \frac{(\mathbf{E} - \mathbf{V} \times \mathbf{B})_{\perp}}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}$$

マックスウェル方程式はローレンツ変換で不変

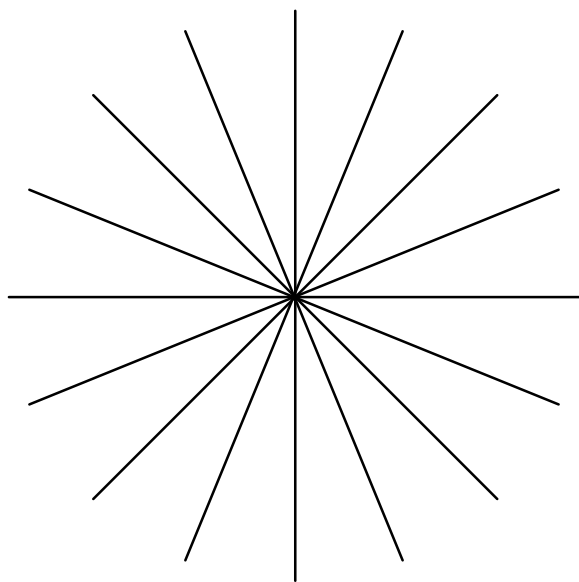
静止系で $\mathbf{E} = 0$ の場合

$$\mathbf{B}'_{\perp} = \frac{\mathbf{B}_{\perp}}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} \quad \mathbf{E}'_{\perp} = \frac{-\mathbf{V} \times \mathbf{B}_{\perp}}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}$$

$\perp$: $\mathbf{V}$ に垂直

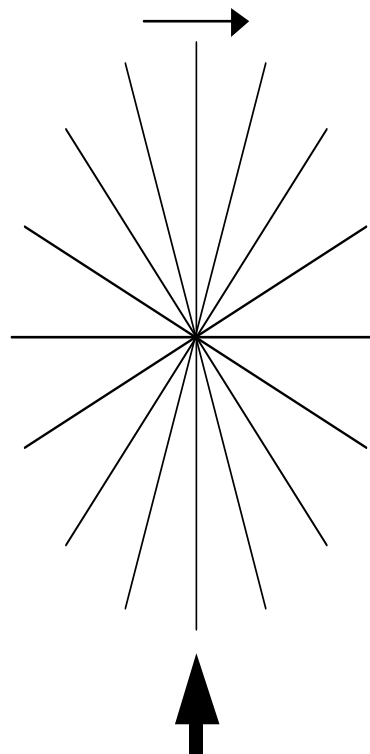
等速直線運動する荷電粒子の作る電場

$$v = 0$$



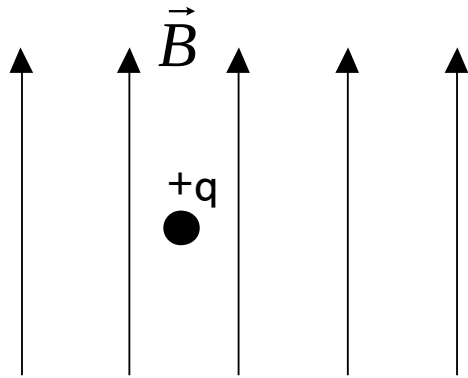
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

$$v = V$$

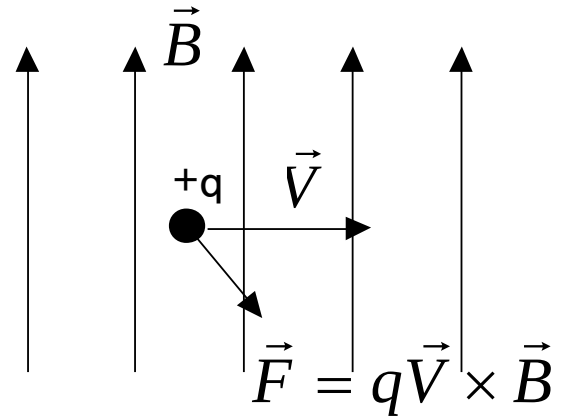


$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}$$

一様な磁場の中の静止している荷電粒子



速度 $-V$ で動いている観測者



速度 $-V$ の観測者には電場 E' も存在し、ローレンツ力と釣り合う

静止系 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_\perp$ $\mathbf{E} = 0$ $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$ 荷電粒子は静止

— V で動く観測者から見て

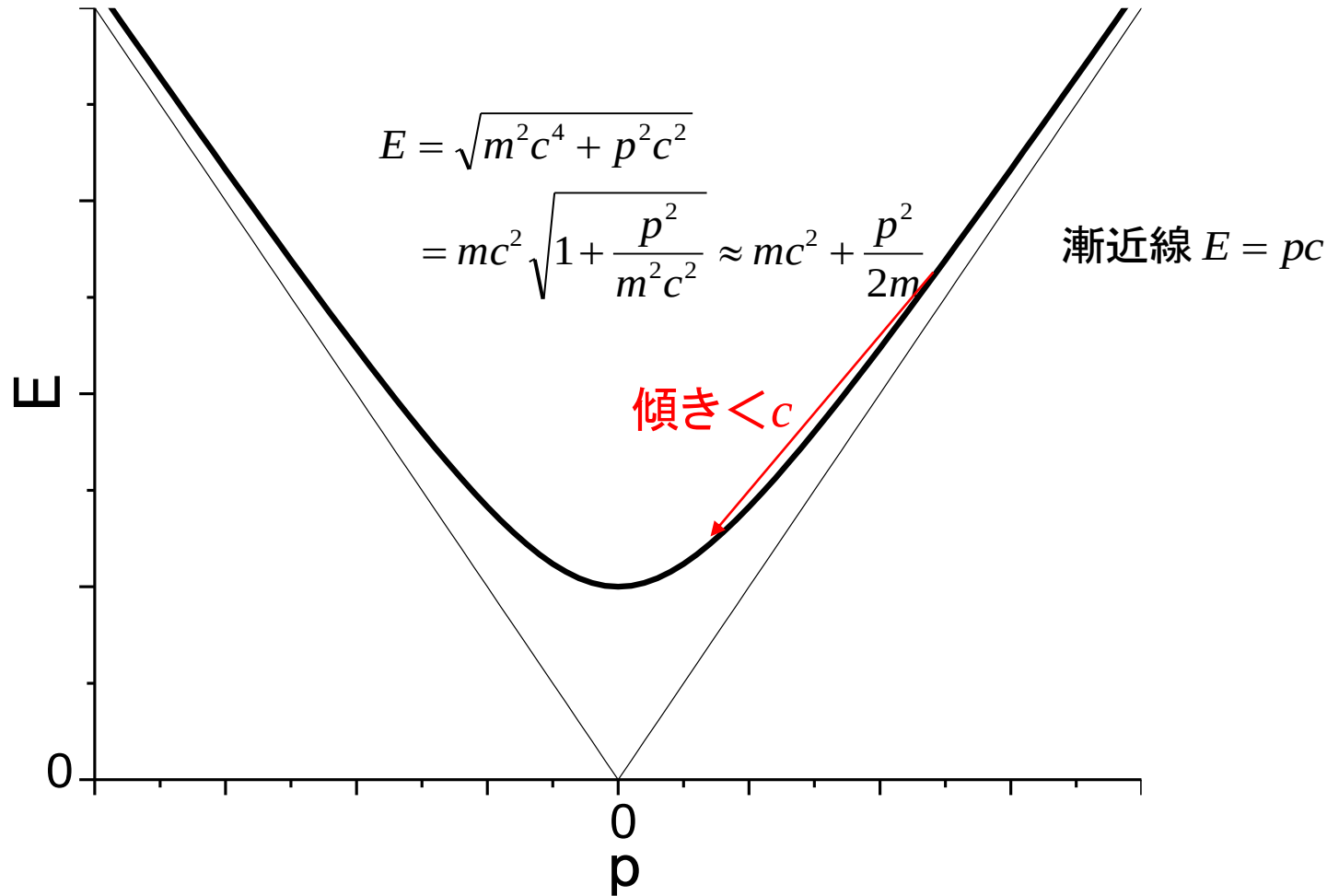
荷電粒子の速度 V

$$\mathbf{B}'_\perp = \frac{\mathbf{B}_\perp}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} \quad \mathbf{E}'_\perp = \frac{-\mathbf{V} \times \mathbf{B}_\perp}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}$$

$$\mathbf{F}' = q\mathbf{E}'_\perp + q\mathbf{V} \times \mathbf{B}'_\perp = q \frac{-\mathbf{V} \times \mathbf{B}_\perp}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} + q \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{B}_\perp}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} = 0$$

荷電粒子は等速度 V で運動 横方向には変位しない

電子からの光の放出の理解 エネルギー・運動量の保存



$$\text{自由粒子のエネルギー } E_i = \sqrt{m^2 c^4 + p_i^2 c^2}$$

$$\text{光子のエネルギー } E = pc$$

$$\text{エネルギー保存: } E_1 = E_2 + E$$

$$\text{運動量保存: } \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}$$

$$\sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2} = \sqrt{m^2 c^4 + p_2^2 c^2} + pc$$

$$p_1^2 = p_2^2 + 2 p_2 p \cos \theta + p^2$$

$$m^2 c^4 + p_1^2 c^2 = m^2 c^4 + p_2^2 c^2 + 2 pc \sqrt{m^2 c^4 + p_2^2 c^2} + p^2 c^2$$

$$p_1^2 = p_2^2 + 2 p \sqrt{m^2 c^2 + p_2^2} + p^2$$

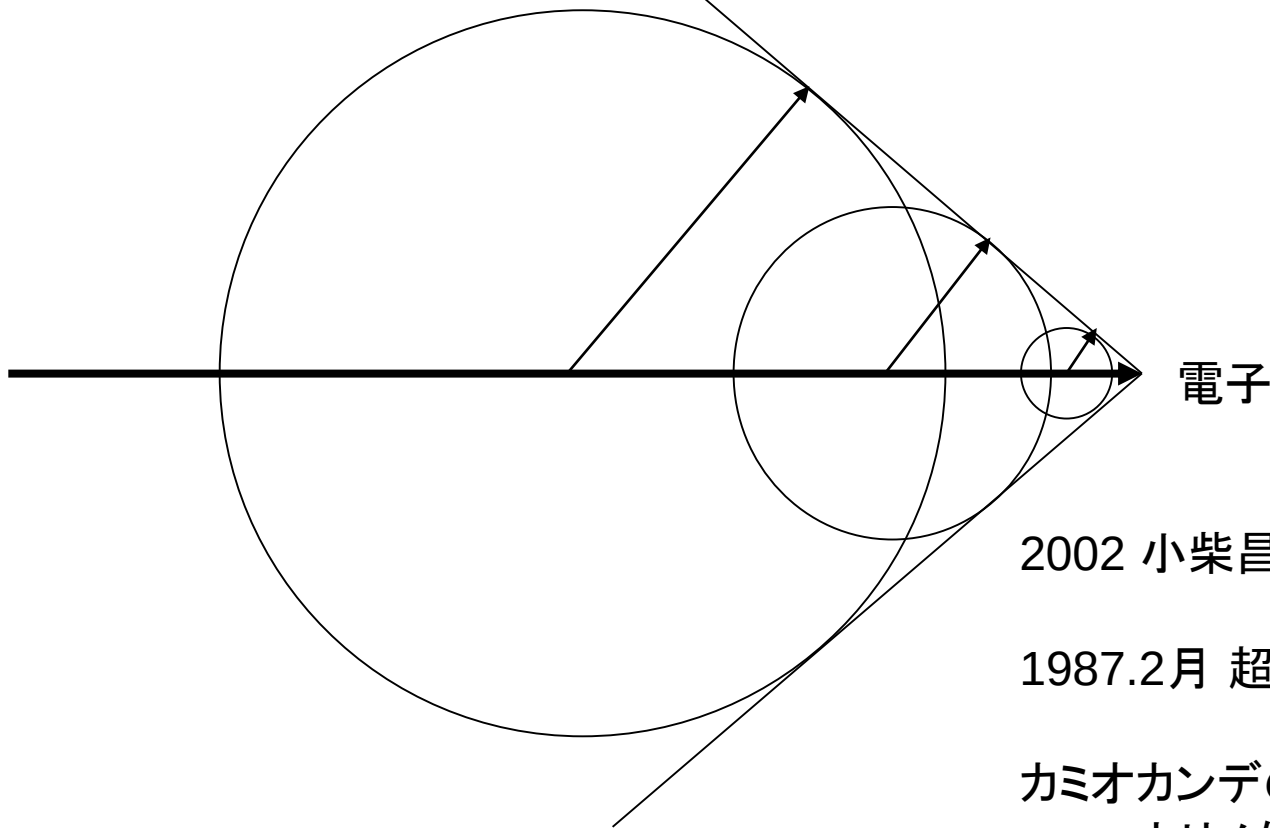
$$p_2^2 + 2 p_2 p \cos \theta + p^2 = p_2^2 + 2 p \sqrt{m^2 c^2 + p_2^2} + p^2$$

$$p_2 \cos \theta = \sqrt{m^2 c^2 + p_2^2} \text{ 成り立たない}$$

等速運動する電子は電磁波を放射しない(電子の速さ<光速 のとき)
電磁放射するにはポテンシャル下での加速度運動が必要

チェレンコフ放射

電子の速さ > 媒質中の光速 のとき



2002 小柴昌俊のノーベル物理学賞

1987.2月 超新星爆発のニュートリノ検出

カミオカンデの巨大な水のタンク
ニュートリノが水中の電子と衝突
電子が光速に近い速度でたたき出される
水中の光速 $c/1.33$
光電子増倍管でチェレンコフ光を検出

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{time dilation})$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma} \quad (\text{length contraction})$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma(t - ux/c^2)$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

(Lorentz coordinate transformation)

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + uv'_x/c^2}$$

(Lorentz velocity transformation)

$$f = \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} f_0 \quad (\text{Doppler effect, electromagnetic waves})$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (\text{relativistic momentum}) \quad \vec{p} = \gamma m\vec{v}$$

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2 \quad (\text{relativistic kinetic energy})$$

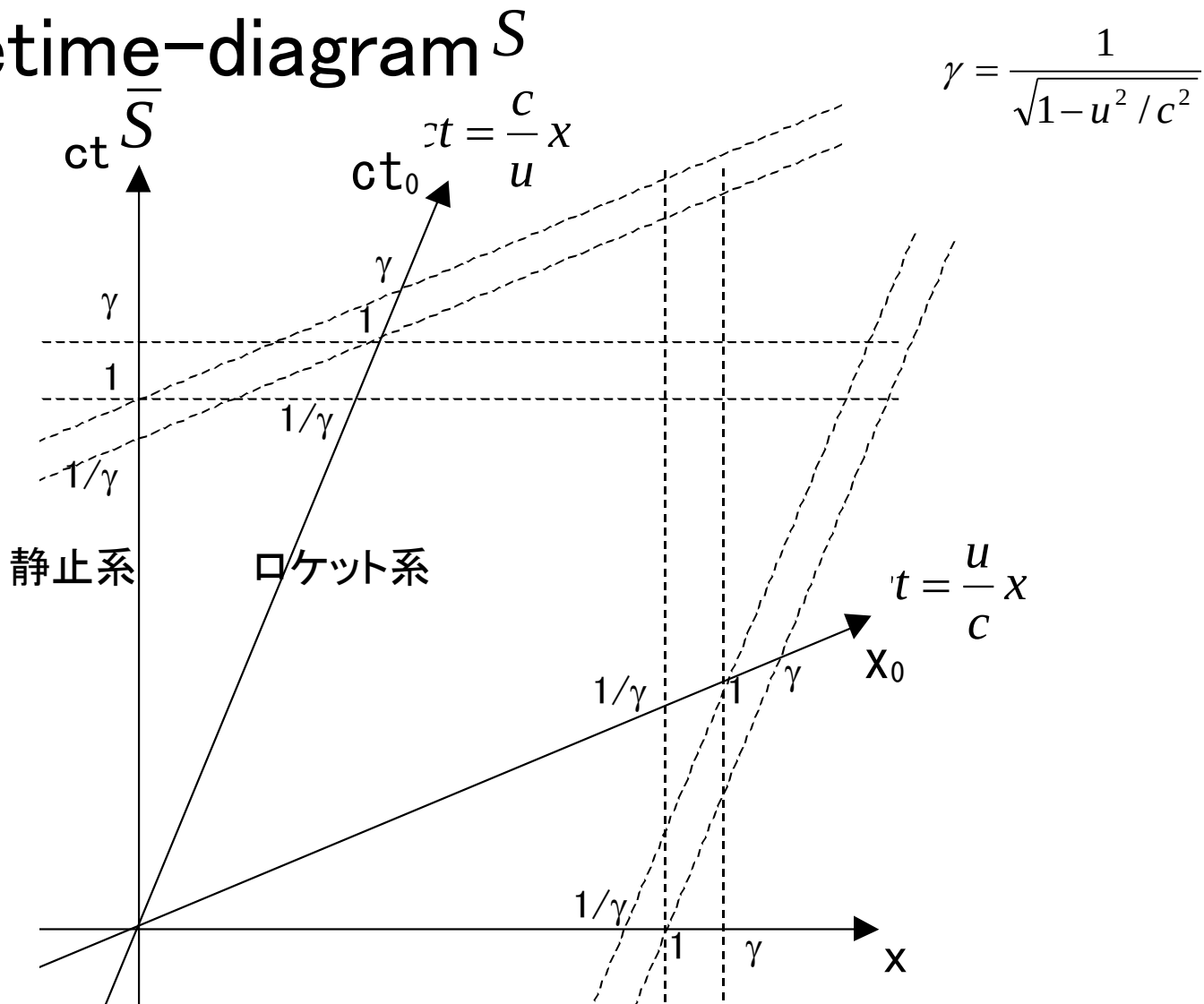
$$E = K + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma mc^2 \quad (\text{total energy of a particle})$$

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2 \quad (\text{total energy, rest energy, and momentum})$$

- 時間の膨張 time dilation (日本語教科書 時間の遅れ)
- 長さの収縮 length contraction

この非対称性はどこから？

Spacetime-diagram S

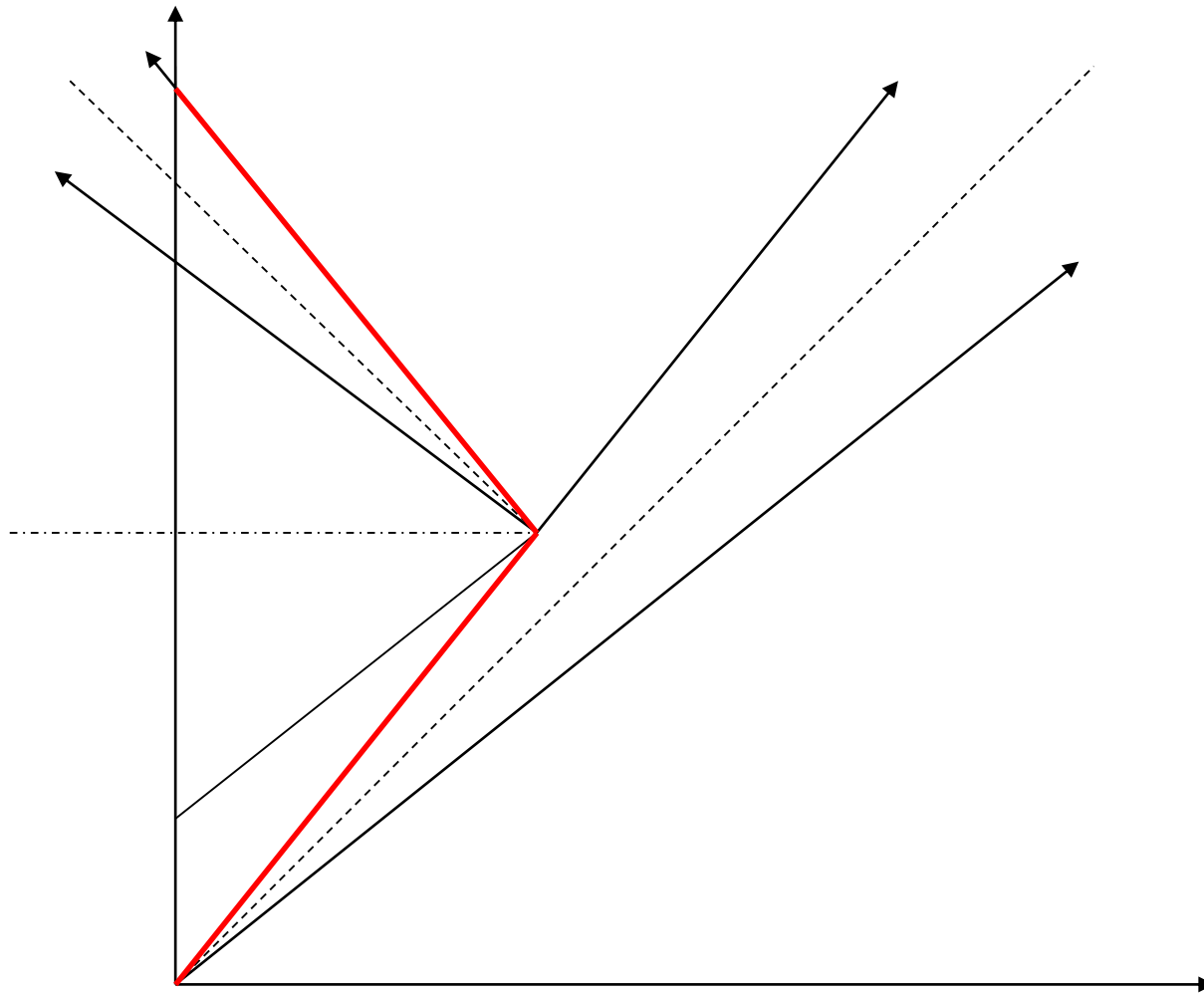


$ct = 1$ 静止系と同時刻で(ロケット系の同位置で) $ct_0 = 1/\gamma$ $t = \gamma t_0$ time dilation

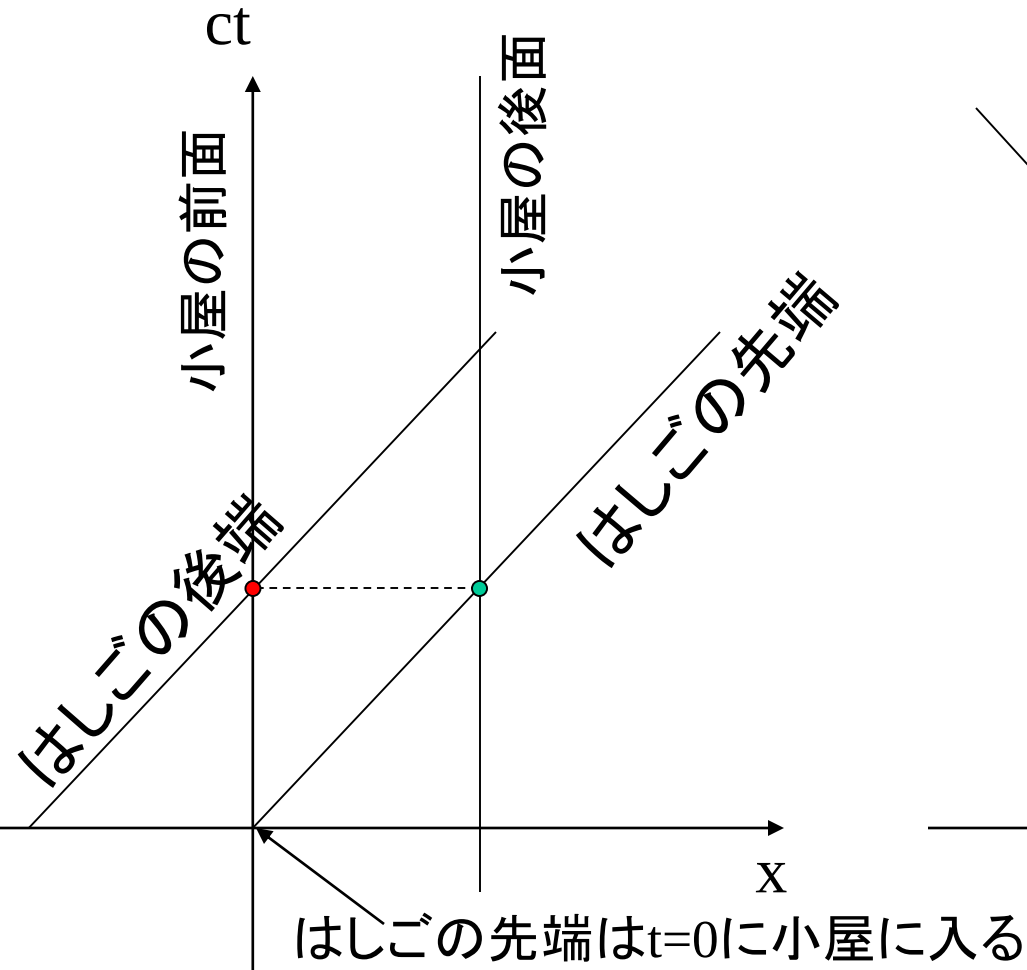
$x_0 = 1$ 静止系の同時刻で(ロケット系の同位置で) $x = 1/\gamma$ $x = x_0 / \gamma$ length contraction

[$x = 1$ 静止系と同位置で(ロケット系の同時刻で) $x_0 = 1/\gamma$ $x = \gamma x_0$]

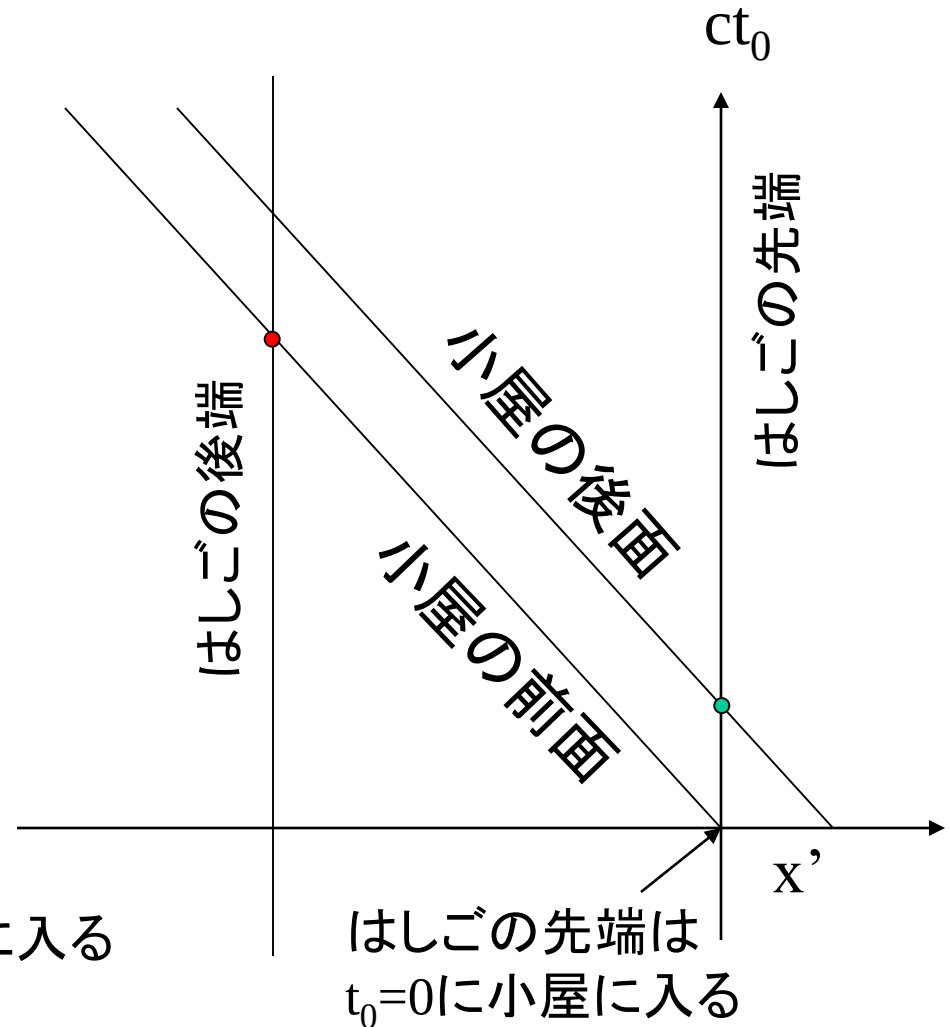
双子のパラドックス (Ex.12.2)



小屋とはしごのパラドックス (Ex.12.3)



小屋系の時空図



走者系の時空図

双曲線関数

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = \frac{(e^x + e^{-x})^2}{4} - \frac{(e^x - e^{-x})^2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$1 - \tanh^2 x = 1 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right)^2 = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{1}{\cosh^2 x}$$

$$\cosh x = \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2 x}}$$

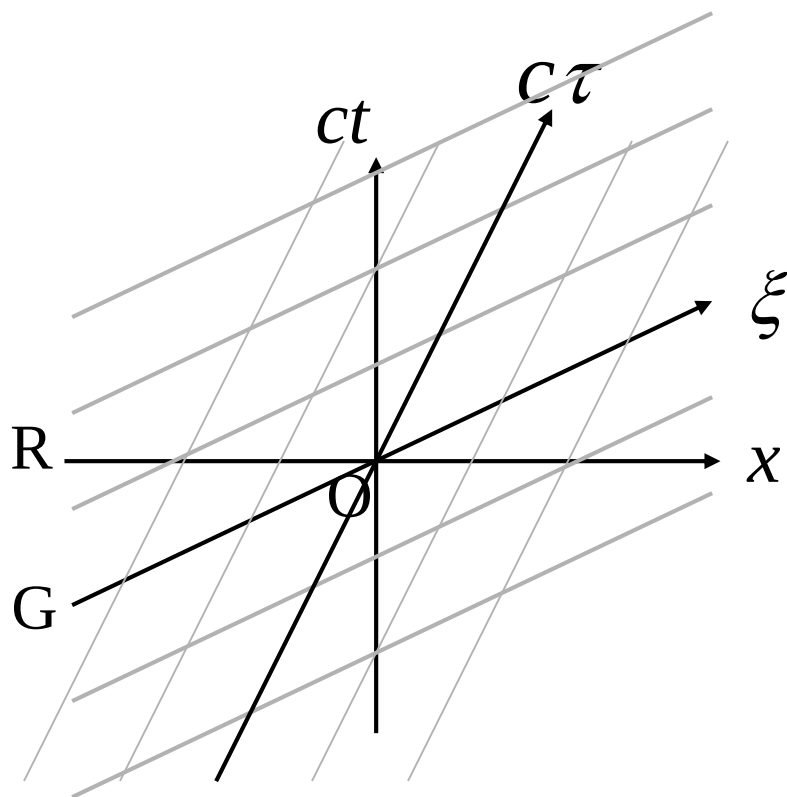
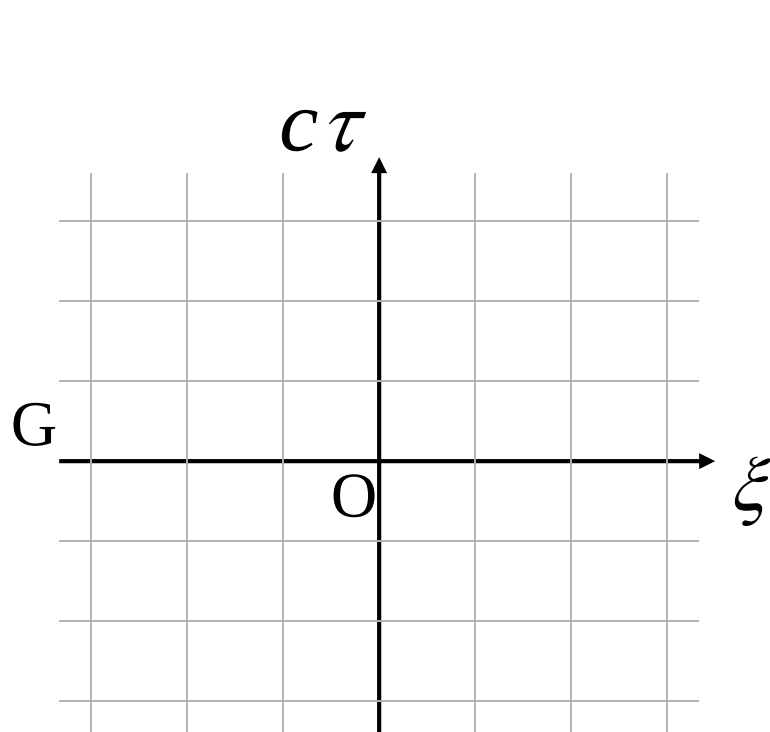
$$\sinh x = \cosh x \tanh x = \frac{\tanh x}{\sqrt{1 - \tanh^2 x}}$$

ローレンツ変換

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta \\ \sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix}$$

観測者 G は 観測者 R の x 軸上を正の向きに(速度 v)で移動

$$v/c = \tanh \theta \quad \cosh \theta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \sinh \theta = \frac{v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$



$$ct = c\tau \cosh \theta + \xi \sinh \theta$$

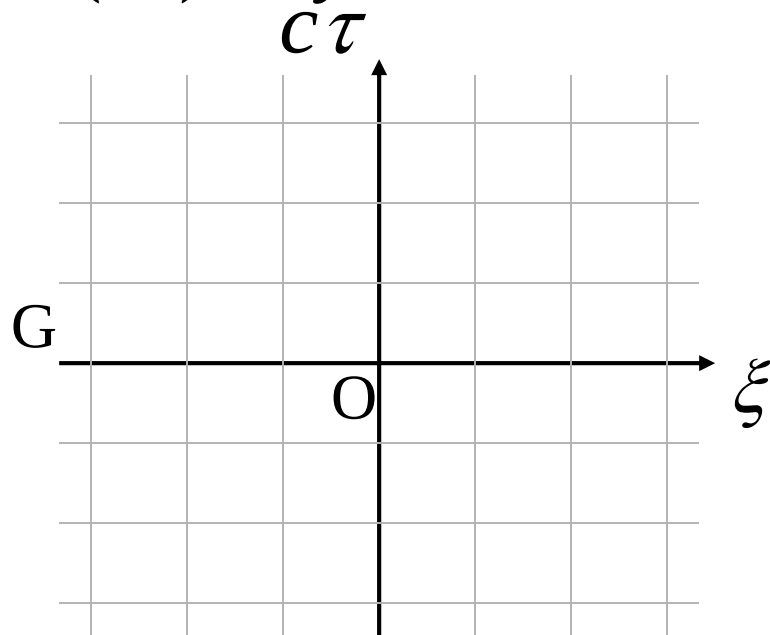
$$x = c\tau \sinh \theta + \xi \cosh \theta$$

$$S = (ct)^2 - x^2$$

$$= (c\tau \cosh \theta + \xi \sinh \theta)^2 - (c\tau \sinh \theta + \xi \cosh \theta)^2$$

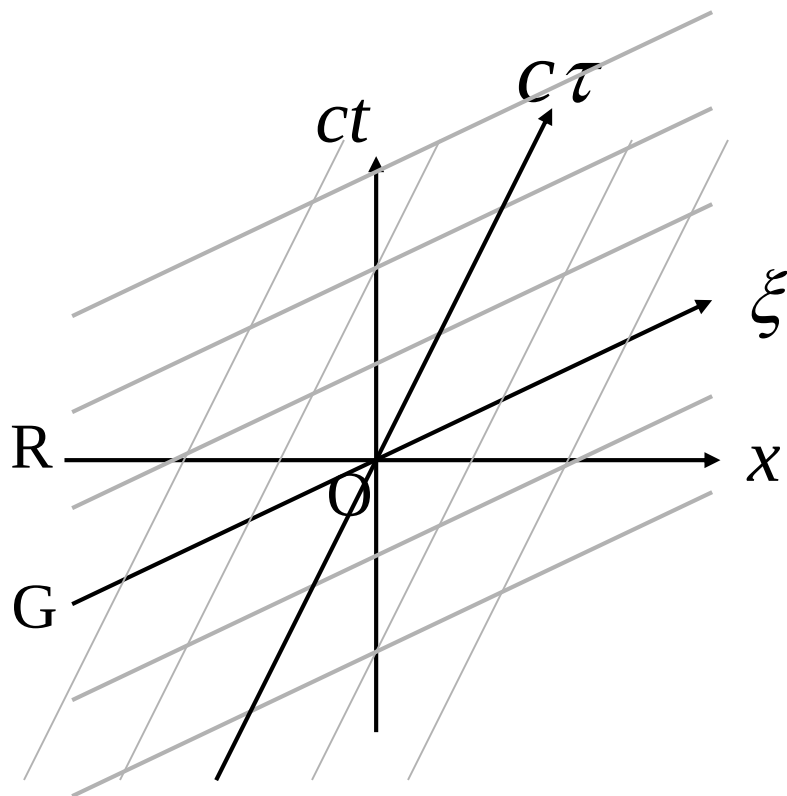
$$= \{(c\tau)^2 - \xi^2\}(\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta)$$

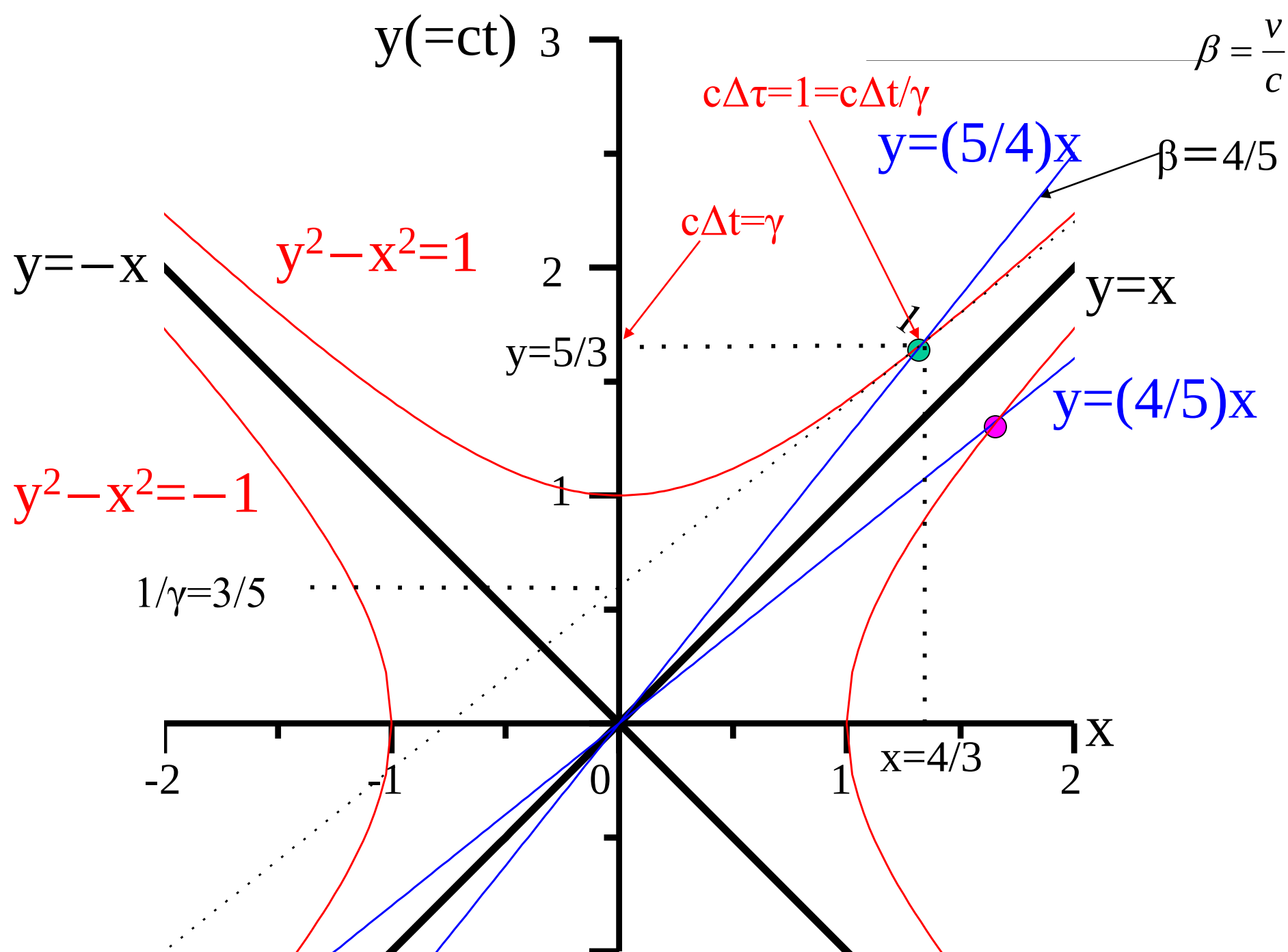
$$= (c\tau)^2 - \xi^2$$



ローレンツ変換不変量

観測者 G は 観測者 R の x 軸上を正の向きに(速度 v)で移動





● 点の座標

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta \\ \sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & 4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{proper time}$$

$$4/5 = \tanh \theta \quad \cosh \theta = \frac{1}{\sqrt{1 - (4/5)^2}} \quad \sinh \theta = \frac{4/5}{\sqrt{1 - (4/5)^2}}$$

● 点の座標

$$\begin{pmatrix} 4/3 \\ 5/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & 4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{proper length} \\ \text{(distance)} \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & -\sinh \theta \\ -\sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

$$v/c = \tanh \theta \quad \cosh \theta = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad \sinh \theta = \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$x = vt$$

$$c\tau = ct \cosh \theta - vt \sinh \theta = \frac{ct - v^2 t / c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = ct \sqrt{1-(v/c)^2}$$

$$\xi = -ct \sinh \theta + vt \cosh \theta = 0$$

$$\begin{aligned} S &= (ct)^2 - x^2 \\ &= (ct)^2 - (vt)^2 \\ &= (ct)^2 \{1 - (v/c)^2\} \\ &= (c\tau)^2 \quad \tau = \frac{t}{\gamma} \end{aligned}$$

相対論的エネルギー・運動量ベクトルの不変量

$$p^\mu = (E/c, p) = \left(\frac{mc}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \right) = mc(\cosh \theta, \sinh \theta)$$

$$v/c = \tanh \theta \quad \cosh \theta = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad \sinh \theta = \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$p^\mu p_\mu = m^2 c^2 (\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta) = m^2 c^2: \text{proper energy} = \text{質量}$$

これは以下と同じ構造

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta \\ \sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\tau \\ 0 \end{pmatrix} \text{のとき}$$

$$x^\mu = (ct, x) = c\tau(\cosh \theta, \sinh \theta)$$

$$x^\mu x_\mu = c^2 \tau^2 (\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta) = c^2 \tau^2: \text{proper time}$$

4元速度ベクトルの不変量

$$\eta^\mu = \left(\frac{c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \frac{v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right) = c(\cosh \theta, \sinh \theta)$$

$$v/c = \tanh \theta \quad \cosh \theta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \sinh \theta = \frac{v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\eta^\mu \eta_\mu = c^2 (\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta) = c^2: \text{proper velocity} = \text{光速}$$

これは以下と同じ構造

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta \\ \sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c\tau \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\tau \\ 0 \end{pmatrix} \text{のとき}$$

$$x^\mu = (ct, x) = c\tau(\cosh \theta, \sinh \theta)$$

$$x^\mu x_\mu = c^2 \tau^2 (\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta) = c^2 \tau^2: \text{proper time}$$

相対論的運動量 (Prob. 12.29)

運動量の定義が $p = mu$ のとき

$$m_A u_A + m_B u_B = m_C u_C + m_D u_D$$

$$u_i = \frac{\bar{u}_i + v}{1 + \bar{u}_i v / c^2} \quad \left[\bar{u}_i = \frac{u_i - v}{1 - u_i v / c^2} \right]$$

$$m_A \frac{\bar{u}_A + v}{1 + \bar{u}_A v / c^2} + m_B \frac{\bar{u}_B + v}{1 + \bar{u}_B v / c^2} = m_C \frac{\bar{u}_C + v}{1 + \bar{u}_C v / c^2} + m_D \frac{\bar{u}_D + v}{1 + \bar{u}_D v / c^2}$$

一般に $m_A \bar{u}_A + m_B \bar{u}_B \neq m_C \bar{u}_C + m_D \bar{u}_D$ 運動量は保存しない

特別な場合

S系, $m_A = m_B = m_C = m_D = m$, $u_A = -u_B = v$, $u_C = u_D = 0$ (完全非弾性衝突)

$$\bar{u}_i = \frac{u_i - v}{1 - u_i v / c^2}, \quad \bar{u}_A = 0, \quad \bar{u}_B = \frac{-2v}{1 + v^2 / c^2}, \quad \bar{u}_C = \bar{u}_D = -v$$

$$\bar{S}\text{系}, \quad m \frac{-2v}{1 + v^2 / c^2} \neq -2mv$$

相対論的運動量 (Prob. 12.29)

運動量の定義が $p = m\eta$ のとき

$$m_A\eta_A + m_B\eta_B = m_C\eta_C + m_D\eta_D$$

$$\eta_i = \gamma(\bar{\eta}_i + \beta\bar{\eta}_i^0)$$

$$m_A\gamma(\bar{\eta}_A + \beta\bar{\eta}_A^0) + m_B\gamma(\bar{\eta}_B + \beta\bar{\eta}_B^0) = m_C\gamma(\bar{\eta}_C + \beta\bar{\eta}_C^0) + m_D\gamma(\bar{\eta}_D + \beta\bar{\eta}_D^0)$$

$$m_A\bar{\eta}_A + m_B\bar{\eta}_B + \beta(m_A\bar{\eta}_A^0 + m_B\bar{\eta}_B^0) = m_C\bar{\eta}_C + m_D\bar{\eta}_D + \beta(m_C\bar{\eta}_C^0 + m_D\bar{\eta}_D^0)$$

$m_i\eta_i^0 = p^0 = E_i / c$ なので、エネルギー保存が

$\bar{S}$ で成り立てば $(\bar{E}_A + \bar{E}_B = \bar{E}_C + \bar{E}_D)$ 、

$m_A\bar{\eta}_A + m_B\bar{\eta}_B = m_C\bar{\eta}_C + m_D\bar{\eta}_D$ 運動量も保存する

4元ベクトル (x^μ と同じ変換をする)

位置 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \mathbf{r})$
(事象の座標)

速度 $\eta^\mu = (\gamma c, \boldsymbol{\eta}) \quad \boldsymbol{\eta} = \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \quad d\tau = \frac{dt}{\gamma} \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \boldsymbol{\eta} = \gamma \mathbf{v}$

運動量 $p^\mu = (\frac{E}{c}, \mathbf{p}) \quad \mathbf{p} = m\boldsymbol{\eta} \quad E = \gamma mc^2$

波数 $k^\mu = (\frac{\omega}{c}, \mathbf{k}) \quad p^\mu = \hbar k^\mu$

力 $K^\mu = \frac{dp^\mu}{d\tau} = (\frac{1}{c} \frac{dE}{d\tau}, \mathbf{K}) \quad \mathbf{K} = \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

電流密度 $J^\mu = \rho_0 \eta^\mu = (c\gamma\rho_0, \mathbf{J}) = (c\rho, \mathbf{J}) \quad \mathbf{J} = \rho_0 \boldsymbol{\eta} = \rho \mathbf{v}$

ポテンシャル $A^\mu = (\frac{\phi}{c}, \mathbf{A})$

ローレンツ変換不変量

4元ベクトル $A^\mu = (A^0, \mathbf{A})$ のローレンツ変換

$$\bar{A}^0 = \gamma(A^0 - \frac{\mathbf{v}}{c} A_{\parallel}) \quad \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_{\perp} + \gamma(\mathbf{A}_{\parallel} - \frac{\mathbf{v}}{c} A^0) \quad B^\mu = (B^0, \mathbf{B})$$

$$g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = A^\mu g_{\mu\nu} B^\nu = A^\mu B_\mu = -A^0 B^0 + \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

$$\bar{A}^\mu \bar{B}_\mu = -\bar{A}^0 \bar{B}^0 + \bar{\mathbf{A}} \cdot \bar{\mathbf{B}}$$

$$= -\gamma(A^0 - \frac{\mathbf{v}}{c} A_{\parallel}) \gamma(B^0 - \frac{\mathbf{v}}{c} B_{\parallel}) + \{\mathbf{A}_{\perp} + \gamma(\mathbf{A}_{\parallel} - \frac{\mathbf{v}}{c} A^0)\} \cdot \{\mathbf{B}_{\perp} + \gamma(\mathbf{B}_{\parallel} - \frac{\mathbf{v}}{c} B^0)\}$$

$$= -\gamma^2(A^0 B^0 + \beta^2 A_{\parallel} B_{\parallel} - \beta A^0 B_{\parallel} - \beta B^0 A_{\parallel}) + A_{\perp} B_{\perp} \\ + \gamma^2(A_{\parallel} B_{\parallel} + \beta^2 A^0 B^0 - \beta A^0 B_{\parallel} - \beta B^0 A_{\parallel})$$

$$= -\gamma^2(A^0 B^0 + \beta^2 A_{\parallel} B_{\parallel} - A_{\parallel} B_{\parallel} - \beta^2 A^0 B^0) + A_{\perp} B_{\perp}$$

$$= -A^0 B^0 + A_{\parallel} B_{\parallel} + A_{\perp} B_{\perp}$$

$$= A^\mu B_\mu$$

4元ベクトルの不変量

位置 $x^\mu = (ct, x, y, z) = (ct, \mathbf{r})$ 固有時間 $c\tau = \frac{ct}{\gamma}$

速度 $\eta^\mu = (\gamma c, \boldsymbol{\eta})$ $\boldsymbol{\eta} = \frac{d\mathbf{r}}{d\tau}$ $d\tau = \frac{dt}{\gamma}$ 固有速度 c

運動量 $p^\mu = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$ $\mathbf{p} = m\boldsymbol{\eta}$, $E = \gamma mc^2$ 固有エネルギー mc^2

波数 $k^\mu = (\frac{\omega}{c}, \mathbf{k})$ $p^\mu = \hbar k^\mu$ 位相 $k^\mu x_\mu = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$

力 $K^\mu = \frac{dp^\mu}{d\tau} = (\frac{1}{c} \frac{dE}{d\tau}, \mathbf{K})$ $\mathbf{K} = \frac{d\mathbf{p}}{d\tau}$ $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

電流密度 $J^\mu = \rho_0 \eta^\mu = (c\rho, \mathbf{J}) = (c\gamma\rho_0, \rho_0 \boldsymbol{\eta})$ 静止電流密度 $c\rho_0$

ポテンシャル $A^\mu = (\frac{\phi}{c}, \mathbf{A})$ $J^\mu A_\mu = \rho\phi - \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}$

微分演算子のローレンツ変換

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) \quad t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct) \quad x' = \gamma(x - c\beta t)$$

$$\frac{\partial t'}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \quad \frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{-c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\gamma c\beta$$

$$\frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{-\beta/c}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\gamma \frac{\beta}{c} \quad \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma$$

$$f' = f'(t', x') \quad t' = t'(t, x) \quad x' = x'(t, x)$$

$$\frac{\partial f'(t', x')}{\partial t} = \frac{\partial f'(t'(t, x), x'(t, x))}{\partial t} = \frac{\partial t'}{\partial t} \frac{\partial f'(t', x')}{\partial t'} + \frac{\partial x'}{\partial t} \frac{\partial f'(t', x')}{\partial x'} = \gamma \frac{\partial f'(t', x')}{\partial t'} - \gamma c\beta \frac{\partial f'(t', x')}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial f'(t', x')}{\partial x} = \frac{\partial f'(t'(t, x), x'(t, x))}{\partial x} = \frac{\partial t'}{\partial x} \frac{\partial f'(t', x')}{\partial t'} + \frac{\partial x'}{\partial x} \frac{\partial f'(t', x')}{\partial x'} = -\gamma \frac{\beta}{c} \frac{\partial f'(t', x')}{\partial t'} + \gamma \frac{\partial f'(t', x')}{\partial x'}$$

これを逆に解いて

$$\frac{\partial f'(t', x')}{\partial t'} = \gamma \left(\frac{\partial f'(t', x')}{\partial t} + c\beta \frac{\partial f'(t', x')}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial f'(t', x')}{\partial x'} = \gamma \left(\frac{\beta}{c} \frac{\partial f'(t', x')}{\partial t} + \frac{\partial f'(t', x')}{\partial x} \right)$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \text{は4元ベクトル}$$

4元ポテンシャルから電磁場テンソル

$$\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(-\frac{\partial}{c\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \text{ も4元ベクトル}$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{\partial}{c\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\phi}{c} & A_x & A_y & A_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{\partial}{c\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\phi}{c} & A_x & A_y & A_z \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} & -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} & -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} & -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial A_x}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial x} & \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial y} & \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_y}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial z} & \frac{\partial A_x}{\partial z} & \frac{\partial A_y}{\partial z} & \frac{\partial A_z}{\partial z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} & \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial y} & \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} & \frac{\partial A_x}{\partial x} & \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_x}{\partial z} \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} & \frac{\partial A_y}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial y} & \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} & \frac{\partial A_z}{\partial x} & \frac{\partial A_z}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

4元ポテンシャルから電磁場テンソル

$$= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial x} & -\frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial y} & -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} & 0 & \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{1}{c} \frac{\partial A_y}{\partial t} & \frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} & 0 & \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} & \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y} & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \frac{E_x}{c} & \frac{E_y}{c} & \frac{E_z}{c} \\ -\frac{E_x}{c} & 0 & B_z & -B_y \\ -\frac{E_y}{c} & -B_z & 0 & B_x \\ -\frac{E_z}{c} & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}$$

電磁場テンソルのローレンツ変換

$$T'_{rs} = a_{ri} a_{sj} T_{ij} = a_{ri} T_{ij} a_{js}^T = A T A^T$$

$$F^{ij} = \begin{pmatrix} 0 & E_x / c & E_y / c & E_z / c \\ -E_x / c & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y / c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z / c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{F}^{rs} = \Lambda_i^r \Lambda_j^s F^{ij} = \Lambda F \Lambda^T$$

$$= \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & E_x / c & E_y / c & E_z / c \\ -E_x / c & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y / c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z / c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \gamma\beta E_x / c & \gamma E_x / c & \gamma E_y / c - \gamma\beta B_z & \gamma E_z / c + \gamma\beta B_y \\ -\gamma E_x / c & -\gamma\beta E_x / c & -\gamma\beta E_y / c + \gamma B_z & -\gamma\beta E_z / c - \gamma B_y \\ -E_y / c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z / c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} \gamma\beta E_x / c & \gamma E_x / c & \gamma E_y / c - \gamma\beta B_z & \gamma E_z / c + \gamma\beta B_y \\ -\gamma E_x / c & -\gamma\beta E_x / c & -\gamma\beta E_y / c + \gamma B_z & -\gamma\beta E_z / c - \gamma B_y \\ -E_y / c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z / c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \gamma^2\beta E_x / c - \gamma^2\beta E_x / c & -\gamma^2\beta^2 E_x / c + \gamma^2 E_x / c & \gamma E_y / c - \gamma\beta B_z & \gamma E_z / c + \gamma\beta B_y \\ -\gamma^2 E_x / c + \gamma^2\beta^2 E_x / c & \gamma^2\beta E_x / c - \gamma^2\beta E_x / c & -\gamma\beta E_y / c + \gamma B_z & -\gamma\beta E_z / c - \gamma B_y \\ -\gamma E_y / c + \gamma\beta B_z & \gamma\beta E_y / c - \gamma B_z & 0 & B_x \\ -\gamma E_z / c - \gamma\beta B_y & \gamma\beta E_z / c + \gamma B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & \gamma^2(1-\beta^2)E_x / c & \gamma(E_y / c - \beta B_z) & \gamma(E_z / c + \beta B_y) \\ -\gamma^2(1-\beta^2)E_x / c & 0 & -\gamma(\beta E_y / c - B_z) & -\gamma(\beta E_z / c + B_y) \\ -\gamma(E_y / c - \beta B_z) & \gamma(\beta E_y / c - B_z) & 0 & B_x \\ -\gamma(E_z / c + \beta B_y) & \gamma(\beta E_z / c + B_y) & -B_x & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & E_x / c & \gamma(E_y - vB_z) / c & \gamma(E_z + vB_y) / c \\ -E_x / c & 0 & \gamma(B_z - vE_y / c^2) & -\gamma(B_y + vE_z / c^2) \\ -\gamma(E_y - vB_z) / c & -\gamma(B_z - vE_y / c^2) & 0 & B_x \\ -\gamma(E_z + vB_y) / c & \gamma(B_y + vE_z / c^2) & -B_x & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

場の不変量 (Prob.12.47)

$$\mathbf{E}' \cdot \mathbf{B}' = \mathbf{E}_{//} \cdot \mathbf{B}_{//} + \gamma^2(1 - \beta^2) \mathbf{E}_{\perp} \cdot \mathbf{B}_{\perp} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$$

$$E'^2 - c^2 B'^2 = E_{//}^2 - c^2 B_{//}^2 + \gamma^2(1 - \beta^2)(E_{\perp}^2 - c^2 B_{\perp}^2) = E^2 - c^2 B^2$$

ある慣性系で電場と磁場が垂直ならば、他のすべての慣性系で垂直

ある慣性系で $E = cB$ ならば、他のすべての慣性系で $E' = cB'$

例：電磁波

ある慣性系で $E > cB$ ならば、すべての慣性系で $E' > cB'$

$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ ならば、 $\mathbf{E} = 0$ あるいは $\mathbf{B} = 0$ となる慣性系が必ずある

ある慣性系で $\mathbf{E} = 0$ あるいは $\mathbf{B} = 0$ ならば、他のすべての慣性系で垂直

解析力学

電荷密度 ρ 、電流密度 J が分布するとき

$$L' = -\rho_m c^2 + J^\mu A_\mu + \frac{1}{2} \varepsilon_0 (E^2 - c^2 B^2) \quad (\text{ラグランジアン密度、} \rho_m : \text{固有密度})$$

$$J^\mu A_\mu = -\rho \phi + \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \quad F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2(B^2 - E^2 / c^2)$$

これを4次元体積 $d\Omega = dt dx dy dz = dt dV$ (ローレンツ

変換不変)で積分したものが作用

荷電粒子の質量 m 、電荷 q 、速度 $\mathbf{v}$

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - v^2 / c^2} - q\phi + q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int (E^2 - c^2 B^2) dV$$

$$S = \int L dt$$

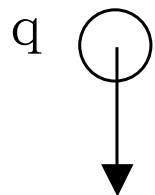
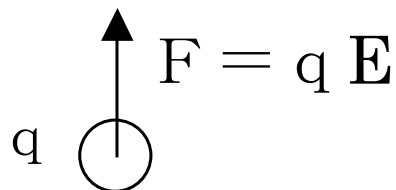
$$= \int (-mc^2 \sqrt{1 - v^2 / c^2}) dt + \int (-q\phi + q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) dt + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int (E^2 - c^2 B^2) d\Omega$$

$$= \int (-mc^2) dt / \gamma + \int (-q\gamma c \frac{\phi}{c} + q\gamma \mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) dt / \gamma + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int (E^2 - c^2 B^2) d\Omega$$

$$= \int (-mc^2) d\tau + \int (q\eta^\mu A_\mu) d\tau + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int (E^2 - c^2 B^2) d\Omega$$

一対の静止している正の荷電粒子

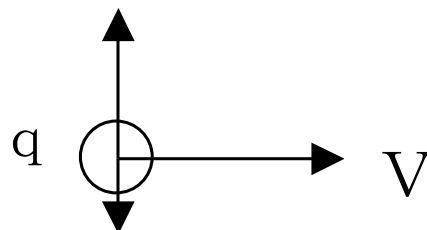
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$



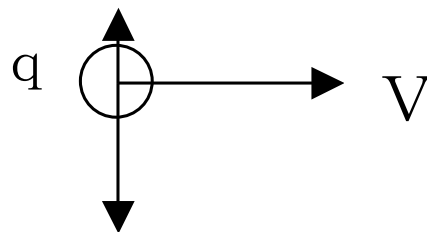
S 荷電粒子の静止系

速度 $-V$ の観測者

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qV}{r^2}$$



$$F' = qVB$$



荷電粒子: ロケット系

$\bar{S}$ 観測者の静止系(観測者から見て)

$$\text{静止電荷に働く力} \quad \vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad \vec{B}_0 = 0$$

S 荷電粒子の静止系
(ロケット内)

$$F_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \Delta P_0 = F_0 \Delta t_0$$

一様な速度 V で動いている電荷の作る電場と磁場

$\bar{S}$ 観測者が静止
荷電粒子を載せた
ロケットが V で動く

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{\vec{V} \times \vec{r}}{r^3} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{1}{c^2} \vec{V} \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\vec{V} \times \vec{E}_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

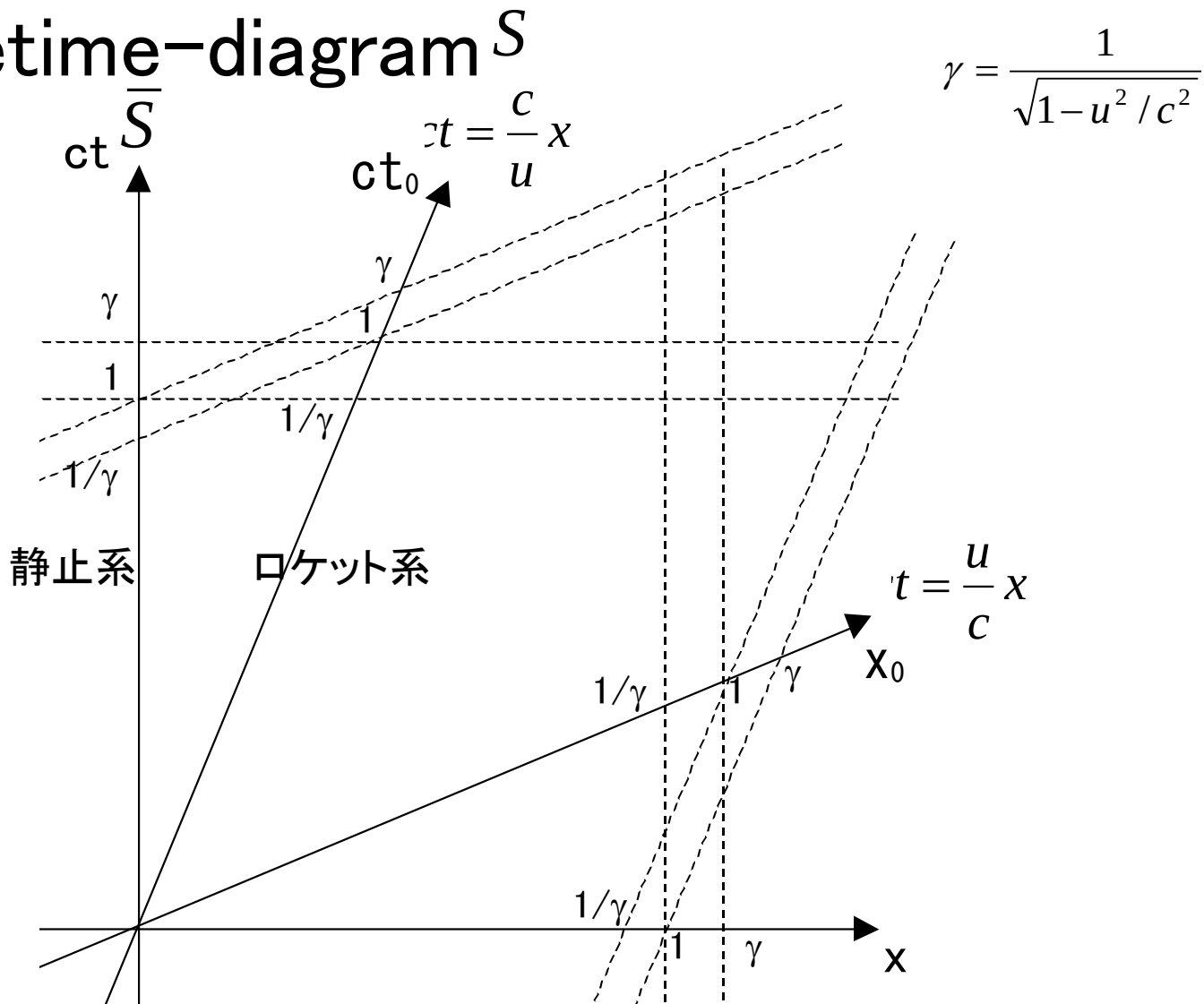
$$F = |q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B}|$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{V^2}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1-V^2/c^2}$$

$$\Delta P = F \Delta t = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1-V^2/c^2} \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = F_0 \Delta t_0 = \Delta P_0$$

$$t = \gamma t_0 \quad \Delta t (\text{観測者の静止系}) = \gamma \Delta t_0 (\text{電荷と同じ速度で動くロケット系})$$

Spacetime-diagram S

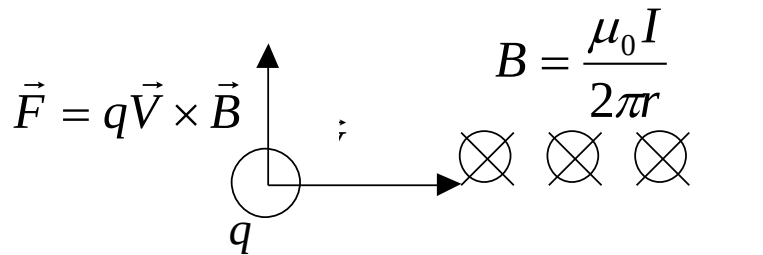


$ct = 1$ 静止系と同時刻で(ロケット系の同位置で) $ct_0 = 1/\gamma$ $t = \gamma t_0$ time dilation

$x_0 = 1$ 静止系の同時刻で(ロケット系の同位置で) $x = 1/\gamma$ $x = x_0 / \gamma$ length contraction

[$x = 1$ 静止系の同位置で(ロケット系の同時刻で) $x_0 = 1/\gamma$ $x = \gamma x_0$]

直線電流の作る磁場中の 速度 V の荷電粒子



$$\rho^+ = +\rho \quad v^+ = 0 \quad \rho^- = -\rho \quad v^- = V$$

S $\leftarrow I$

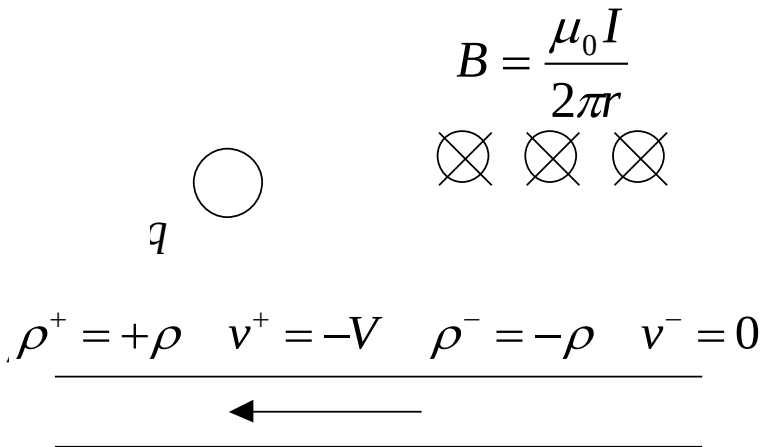
電流 $I = (\rho^+ v^+ + \rho^- v^-) S = -\rho V S$

電荷密度 $\rho_{tot} = \rho^+ + \rho^- = 0$

荷電粒子: ロケット系

$\bar{S}$ 観測者の静止系(観測者から見て)

速度 V で動いている観測者



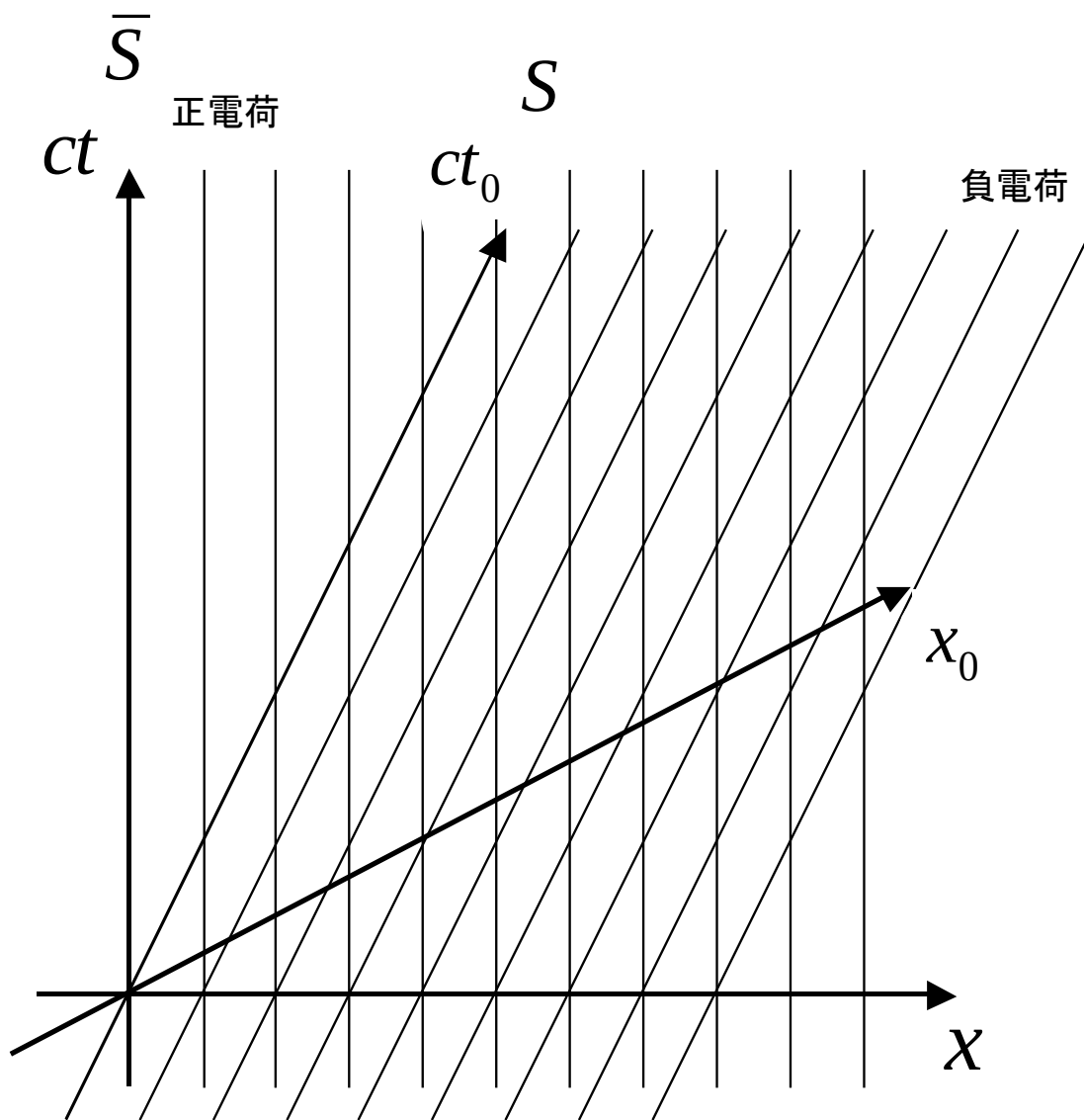
$$\rho^+ = +\rho \quad v^+ = -V \quad \rho^- = -\rho \quad v^- = 0$$

$\leftarrow$

$I = -\rho V S$

$\rho_{tot} = 0$

S 荷電粒子の静止系



直線電流の作る磁場中の速度Vの荷電粒子 ρ^+ の静止系(ρ^- がV)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad F = |q\vec{V} \times \vec{B}| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{qVI}{r} \right| = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q\rho S}{r} \frac{V^2}{c^2} \quad \bar{S} \text{ 観測者が静止荷電粒子を乗せたロケットがVで動く}$$

$$I = -\rho VS \quad \rho^+ = +\rho \quad v^+ = 0 \quad \rho^- = -\rho \quad v^- = V \quad Q^+ = \rho^+ LS \quad Q^- = \rho^- LS$$

速度Vの観測者(荷電粒子の静止系, ρ_0^- の静止系, ρ_0^+ が-V)

$$Q^+ = \frac{\rho^+}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \cdot L\sqrt{1-V^2/c^2} \cdot S = \rho_0^+ L_0 S$$

$$\rho_0^+ = \frac{\rho^+}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \quad \rho_0^- = \frac{\rho^-}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \quad S \text{ 荷電粒子の静止系 (ロケット内)}$$

$$\rho_0 = \rho_0^+ + \rho_0^- = \frac{\rho^+}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \rho^- \sqrt{1-V^2/c^2} = \frac{\rho \cdot V^2/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

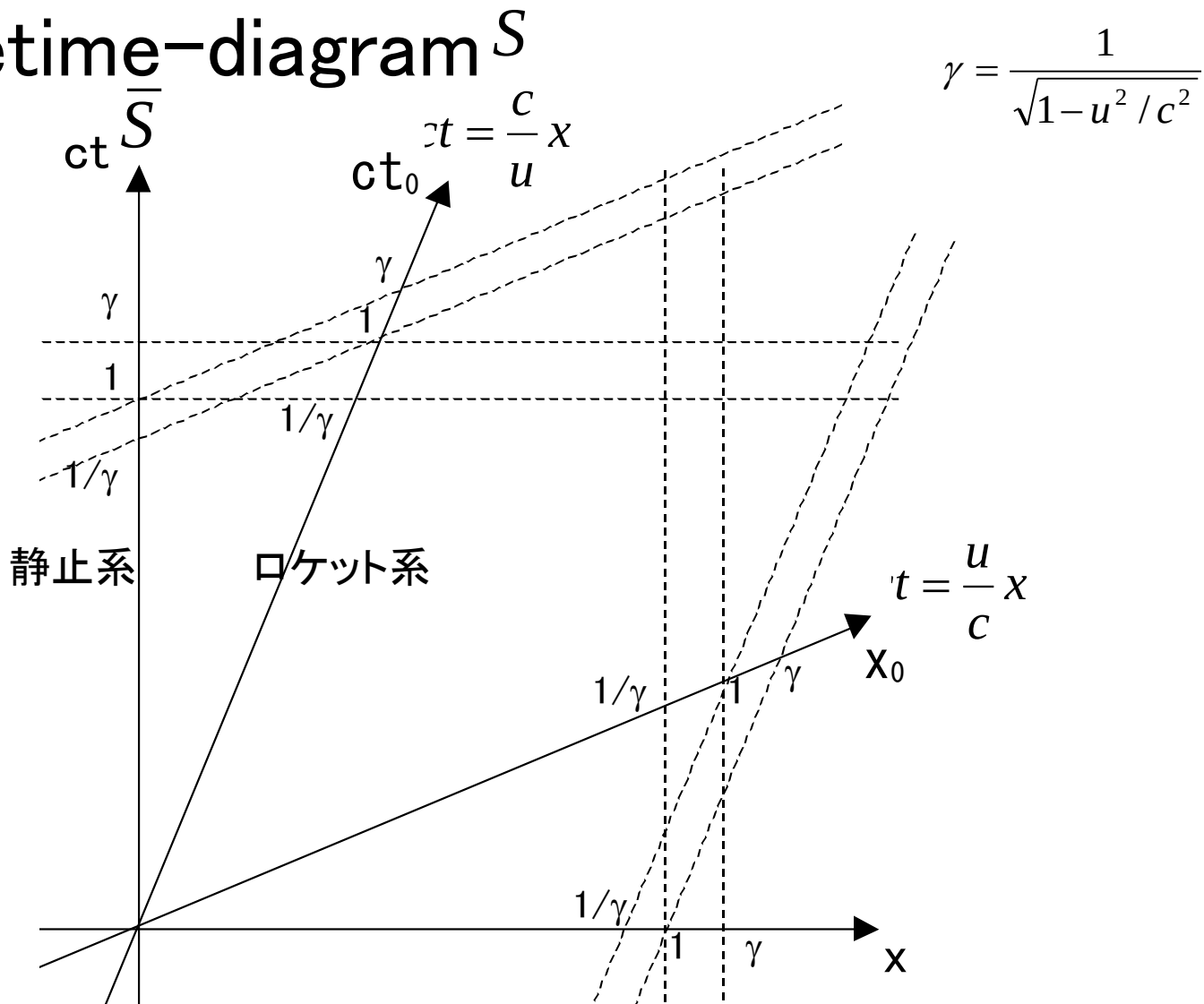
$$\oint E_0 dS_0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad 2\pi r L_0 E_0 = \frac{\rho_0 L_0 S}{\epsilon_0} \quad E_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\rho_0 S}{r}$$

$$F_0 = qE_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q\rho S}{r} \frac{V^2}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{F}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \quad \Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1-V^2/c^2}$$

$$\Delta P_0 = F_0 \Delta t_0 = F \Delta t = \Delta P$$

$$t_0 = \frac{1}{\gamma} t \quad \Delta t_0 (\text{電荷を乗せたロケット系}) = \frac{1}{\gamma} \Delta t (\text{観測者の静止系})$$

Spacetime-diagram S



$ct = 1$ 静止系と同時刻で(ロケット系の同位置で) $ct_0 = \gamma$ $t = \gamma t_0$ time dilation

$x_0 = 1$ 静止系の同時刻で(ロケット系の同位置で) $x = 1/\gamma$ $x = x_0 / \gamma$ length contraction

[$x = 1$ 静止系の同位置で(ロケット系の同時刻で) $x_0 = \gamma$ $x = \gamma x_0$]

電流回路の帯電

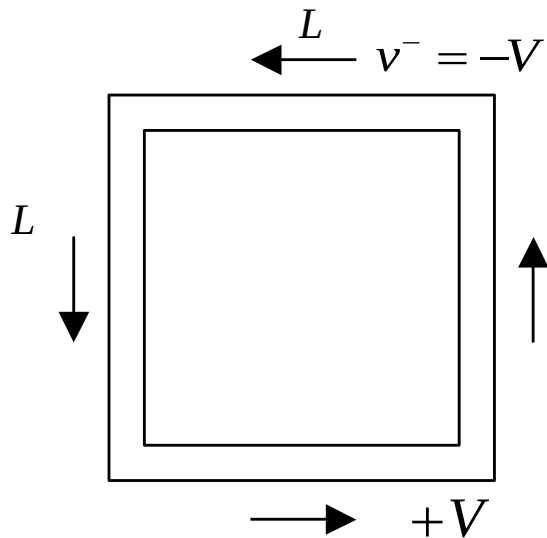
静止している観測者

$-V$ で運動している観測者

$c = 1$

$$v^+ = 0 \quad \rho^+ = +\rho$$

$$v^- = -V \quad \rho^- = -\rho$$



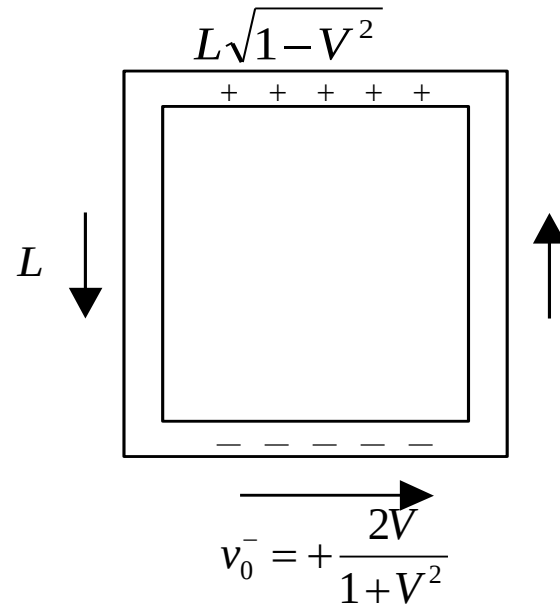
$$v^+ = 0 \quad \rho^+ = +\rho$$

$$v^- = +V \quad \rho^- = -\rho$$

$$v_0^+ = +V \quad \rho_0^+ = \frac{+\rho}{\sqrt{1-V^2}}$$

$$v_0^- = 0 \quad \rho_0^- = -\rho\sqrt{1-V^2}$$

$$\rho_0^+ + \rho_0^- = +\frac{V^2}{\sqrt{1-V^2}}\rho$$



$$v_0^+ = +V \quad \rho_0^+ = \frac{+\rho}{\sqrt{1-V^2}}$$

$$v_0^- = +\frac{2V}{1+V^2} \quad \rho_0^- = -\rho \frac{\sqrt{1-V^2}}{\sqrt{1-v_0^{-2}}}$$

$$\rho_0^+ + \rho_0^- = -\frac{V^2}{\sqrt{1-V^2}}\rho$$

磁場の効果の大きさ

$$\text{点電荷 } q[\text{C}] \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad \text{点磁荷 } q_m[\text{A} \cdot \text{m}] \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_m}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E} \quad \epsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{v} \times \left(\frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E} \right) = \frac{q}{c^2} [\vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{E}) - \vec{E}(\vec{v} \cdot \vec{v})] = -\frac{v^2}{c^2} q\vec{E}$$

$$\text{電流要素 } Id\vec{l}[\text{A} \cdot \text{m}] \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\text{線電荷 } \lambda[\text{C/m}] \quad E_\rho = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{\rho}$$

$$\text{直線電流 } I[\text{A}] \quad B_\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\lambda v}{\rho}, \quad qvB = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{\rho} \frac{v^2}{c^2} = qE \frac{v^2}{c^2}$$

質問

電磁場が物質に与える力の磁場成分の寄与は小さい

$$F = q(E + v \times B) \qquad B = E/c$$

$$\text{第1項 } qE \quad \text{第2項 } q \frac{v}{c} E$$

電場に対して磁場は相対論を満たすための副次的なもの？

磁気単極子(点磁荷)が存在すれば、電場と磁場は等価になるだろうか？

あるいは、等価になるための点磁荷の条件とは？

点磁荷が存在するときのMaxwell方程式、
点磁荷に対する運動方程式は？

点磁荷による磁場（クーロンの法則）

(*EB*対応)

点磁荷 q_m [A · m] [C · m/s]

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_m}{r^2} \left[\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right] \quad F = q_m B$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

(*EH*対応)

$$\text{点磁荷 } \tilde{q}_m = \mu_0 q_m \left[(\text{N/A}^2)(\text{A} \cdot \text{m}) \right] = \mu_0 q_m [\text{N} \cdot \text{m/A}] = \mu_0 q_m [\text{Wb}]$$

$$B = \mu_0 H \quad H [\text{A/m}] = H [\text{N/Wb}]$$

$$H_r = \frac{1}{4\pi \mu_0} \frac{\tilde{q}_m}{r^2} [\text{A/m}] \quad F = \tilde{q}_m H$$

磁場の単位

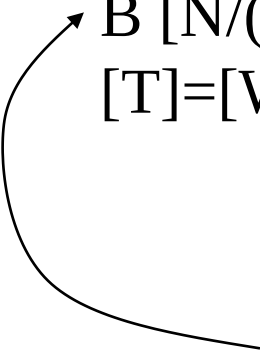
$$1 \text{ T} = 10000 \text{ G}$$

$$1 \text{ Oe} = (1/4\pi) 1000 \text{ A/m} = 10^{-4} \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m}) = 1 \text{ G}$$

$$H [\text{A/m}]$$

$$B [\text{N}/(\text{A} \cdot \text{m})] = \mu_0 H = (4\pi \times 10^{-7}) H \quad [(\text{N}/\text{A}^2)(\text{A/m})]$$

$$[\text{T}] = [\text{Wb}/\text{m}^2] = [\text{N}/(\text{A} \cdot \text{m})]$$


$$\text{電場} [\text{N/C}] \div \text{速度} [\text{m/s}] = \frac{\text{N}}{\text{C}} \frac{\text{s}}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

真空のインピーダンス

$$\frac{E[\text{V/m}]}{H[\text{A/m}]} = \frac{cB}{B / \mu_0} = \mu_0 c = \mu_0 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376.7 \, \Omega$$

電磁波の振動磁場が変位電流に由来し、それと電場との比を表す

媒質の特性インピーダンスが
波(電磁波)の境界面での反射・透過を支配する
電気回路におけるインピーダンス整合と同じ

マックスウェル方程式

Gauss's law for $\vec{E}$ $\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Gauss's law for $\vec{B}$ $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

Ampere's law $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}}$ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Faraday's law $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Equation of motion $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

マックスウェル方程式(点磁荷が存在)

Gauss's law for $\vec{E}$ $\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Gauss's law for $\vec{B}$ $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 Q_m$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \mu_0 \rho_m$

Ampere's law $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}}$ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Faraday's law $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I_m - \frac{d\Phi_B}{dt}$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \vec{j}_m - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Equation of motion $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q_m \left(\vec{B} - \frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E} \right)$$

マックスウェル方程式 (点磁荷が存在)

Gauss's law for $\vec{E}$ $\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$

Gauss's law for $\vec{B}$ $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 Q_m$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = \rho_m$

Ampere's law $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}}$ $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faraday's law $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I_m - \frac{d\Phi_B}{dt}$ $\vec{\nabla} \times \vec{D} = -\frac{1}{c^2} \vec{j}_m - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

Equation of motion $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q_m \left(\vec{B} - \frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E} \right)$$

点磁荷 磁場

(*EB*対応)

点磁荷 $q_m [\text{A} \cdot \text{m}] \quad [\text{C} \cdot \text{m/s}]$

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_m}{r^2} \left[\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right] \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right] \quad F = q_m B$$

$$q_m = qc \text{ だったので } q'_m = \frac{q_m}{c} = q \text{ としている}$$



の定義を変えると

(*EB*対応)

点磁荷 $q_m [\text{A} \cdot \text{m}]$

$$B'_r = cB_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_m}{r^2} \left[\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{s}} \right]$$

$$F = q_m B = q'_m B'$$

$$\vec{B}' = c\vec{B}$$

$$q'_m = \frac{q_m}{c} [\text{A} \cdot \text{s}] = \frac{q_m}{c} [\text{C}]$$

$$j'_m = q'_m v = \frac{j_m}{c}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

マックスウェル方程式 (点磁荷が存在)

(EB対応)

点磁荷 $q_m [\text{A} \cdot \text{s}]$

$$B'_r = cB_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_m}{r^2} \left[\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{s}} \right]$$

$$F = q_m B = q'_m B'$$

$$\vec{B}' = c\vec{B}$$

$$q'_m = \frac{q_m}{c} [\text{A} \cdot \text{s}] = \frac{q_m}{c} [\text{C}]$$

$$j'_m = q'_m v = \frac{j_m}{c}$$

$$\text{Gauss's law for } \vec{E} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{Gauss's law for } \vec{B} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}' = \frac{\rho'_m}{\epsilon_0}$$

$$\text{Ampere's law} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}' = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{Faraday's law} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{j}'_m - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}'}{\partial t}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}' \right)$$

Equation of motion

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q'_m \left(\vec{B}' - \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{E} \right)$$

Ampere's law $\vec{\nabla} \times \vec{B}' = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\vec{j} \quad \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right] = \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right] \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \left[\frac{\text{s}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}} \right] = \left[\frac{\text{V}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad [\Omega]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &\equiv \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{E} \times \frac{\mathbf{B}'}{c} \right) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}') \quad \left[\frac{1}{\text{R}} \frac{\text{V}}{\text{m}} \frac{\text{V}}{\text{m}} \right] \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\epsilon_0 \mathbf{E} \times \frac{\mathbf{B}'}{\mu_0}) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (\mathbf{D} \times \mathbf{H}') \end{aligned}$$

もっと簡単にならないか？ ガウス単位系

(例えば ランダウ・リフシッツ 場の古典論)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad F = \frac{Q'_1 Q'_2}{r^2} \quad Q' = \frac{Q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}}$$

$$F = QE \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad F = Q'E' \quad E' = \sqrt{4\pi\epsilon_0} E \quad E' = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \frac{Q}{r^2} = \frac{Q'}{r^2}$$

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 v_1 Q_2 v_2}{r^2} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \quad F = \frac{\alpha\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \Delta s_1 I_2 \Delta s_2}{r^2}$$

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_{m1} Q_{m2}}{r^2} \quad Q_m = Qc \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_m}{r^2} \quad F = Q_m B$$

$$F = \frac{Q'_{m1} Q'_{m2}}{r^2} \quad Q'_m = \sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} Qc \quad F = Q'_m B' \quad B' = \sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} \frac{Q_m}{r^2} = \frac{Q'_m}{r^2}$$

$$B' = \sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}} B \quad F = QvB = \sqrt{4\pi\epsilon_0} Q'v \sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} B' = Q' \frac{v}{c} B' \quad E' = D' \quad H' = B'$$

ガウス単位系

$$E' = \frac{Q'}{r^2} \quad \int_V (\nabla \cdot \mathbf{E}') dV = \int_S E' dS = \frac{Q'}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi Q' = 4\pi \int_V \rho' dV$$

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}} \quad \nabla \cdot \frac{\mathbf{E}'}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} = \frac{\sqrt{4\pi\epsilon_0}\rho'}{\epsilon_0} \quad \boxed{\nabla \cdot \mathbf{E}' = 4\pi\rho'}$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}} \quad \text{SI単位系}$$

ガウス単位系

$$\nabla \times \left(\sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} \mathbf{B}' \right) = \mu_0 \sqrt{4\pi\epsilon_0} \mathbf{j}' + \mu_0 \epsilon_0 \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B}' = 4\pi \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \mathbf{j}' + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{B}' = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}}$$

$$\boxed{\mathbf{F} = Q' \left(\mathbf{E}' + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}' \right)}$$

ガウス単位系での電磁波

$$E = cB \quad \frac{E'}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} = c\sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}}B' \quad E' = B'$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mathbf{E}'}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \times \sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} \mathbf{B}' = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E}' \times \mathbf{B}'$$

$$\frac{E'}{H'} = \frac{E'}{B'} = 1$$

ヘビサイド-ローレンツ単位系

ガウス単位系

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad F = \frac{1}{4\pi} \frac{Q'_1 Q'_2}{r^2} \quad Q' = \frac{Q}{\sqrt{\epsilon_0}}$$

$$F = \frac{Q'_1 Q'_2}{r^2} \quad Q' = \frac{Q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}}$$

$$F = QE \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad F = Q'E' \quad E' = \sqrt{\epsilon_0} E \quad E' = \frac{1}{4\pi\sqrt{\epsilon_0}} \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q'}{r^2}$$

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 v_1 Q_2 v_2}{r^2} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \quad F = \frac{\alpha\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \Delta s_1 I_2 \Delta s_2}{r^2}$$

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_{m1} Q_{m2}}{r^2} \quad Q_m = Qc \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_m}{r^2} \quad F = Q_m B$$

$$F = \frac{1}{4\pi} \frac{Q'_{m1} Q'_{m2}}{r^2} \quad Q'_m = \sqrt{\mu_0} Qc \quad F = Q'_m B' \quad B' = \frac{\sqrt{\mu_0}}{4\pi} \frac{Q_m}{r^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q'_m}{r^2}$$

$$B' = \frac{1}{\sqrt{\mu_0}} B \quad F = QvB = \sqrt{\epsilon_0} Q'v\sqrt{\mu_0} B' = Q' \frac{v}{c} B' \quad E' = D' \quad H' = B'$$

ヘビサイド-ローレンツ単位系

$$E' = \frac{1}{4\pi} \frac{Q'}{r^2} \quad \int_V (\nabla \cdot \mathbf{E}') dV = \int_S E' dS = \frac{1}{4\pi} \frac{Q'}{r^2} 4\pi r^2 = Q' = \int_V \rho' dV$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \nabla \cdot \frac{\mathbf{E}'}{\sqrt{\varepsilon_0}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} \rho'}{\varepsilon_0} \quad \nabla \cdot \mathbf{E}' = \rho'$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{SI単位系}$$

$$\nabla \times (\sqrt{\mu_0} \mathbf{B}') = \mu_0 \sqrt{\varepsilon_0} \mathbf{j}' + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}' = 0 [= \rho'_m]$$

$$\nabla \times \mathbf{B}' = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \mathbf{j}' + \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B}' = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \frac{1}{c} \mathbf{j}'$$

$$\nabla \times \mathbf{E}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} \left[-\frac{1}{c} \mathbf{j}'_m \right]$$

ヘビサイド・ローレンツ単位系

$$\mathbf{F} = Q' \left(\mathbf{E}' + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}' \right)$$

$$[\mathbf{F} = Q'_m \left(\mathbf{B}' - \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E}' \right)]$$

ヘビサイド-ローレンツ単位系での電磁波

$$E = cB \quad \frac{E'}{\sqrt{\epsilon_0}} = c\sqrt{\mu_0}B' \quad E' = B'$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mathbf{E}'}{\sqrt{\epsilon_0}} \times \sqrt{\mu_0} \mathbf{B}' = c \mathbf{E}' \times \mathbf{B}'$$

$$\frac{E'}{H'} = \frac{E'}{B'} = 1$$

教科書、参考書、引用文献

D.J. Griffiths Introduction to Electrodynamics

Young&Freedman University Physics 11th edition

ファインマン物理学		岩波書店
ランダウ・リフシッツ	場の古典論	東京図書
砂川重信	理論電磁気学	紀伊国屋書店

阿部英太郎	マイクロ波技術	
高橋秀俊	電磁気学	
後藤尚久	図説・アンテナ	
パーセル	電磁気	丸善
小林浩一	光の物理	

光電場の複素表示

直線偏光

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - kz + \phi)} = \mathbf{E}_0 e^{-i\phi} e^{-i(\omega t - kz)} = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-i(\omega t - kz)}$$

$$\mathbf{E} = \text{Re} \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-i(\omega t - kz)} = E_0 \cos(\omega t - kz + \phi)$$

ただし E に関する線形方程式のみ

$$\text{非線形方程式} \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} E - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_{\text{NL}} \quad (P_{\text{NL}} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2)$$

$$\text{正: } E^2 = E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) = \frac{1}{2} E_0^2 [1 + \cos 2(\omega t - kz)]$$

$$\text{誤: } E^2 = E_0^2 e^{-i2(\omega t - kz)} \quad \text{Re} = E_0^2 \cos 2(\omega t - kz)$$

光強度

光検出器 光のエネルギーを検出

光の振動数で変化する速い変化に追従できない

サイクル平均が測定される

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz) \quad \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$I \equiv |\bar{\mathbf{S}}|$ サイクル平均光強度

$$|\mathbf{S}| = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kz) = E_0 H_0 \frac{1 + \cos 2(\omega t - kz)}{2}$$

$$(\text{サイクル平均強度}) = \frac{E_0 H_0}{2} = \frac{E_0}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 |E_0|^2 c [\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})] \propto |E_0|^2$$

したがって複素表示 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t - kz)}$ で表して $I \propto \mathbf{E} \mathbf{E}^*$ でよい

干渉縞の計算

$$E_1 = E_0 \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - \omega t)$$

$$E_2 = E_0 \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi)$$

$$\begin{aligned} (E_1 + E_2)^2 &= E_0^2 \frac{1 + \cos 2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - \omega t)}{2} + E_0^2 \frac{1 + \cos 2(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi)}{2} \\ &\quad + E_0^2 \{ \cos[(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{x} - 2\omega t + \phi] + \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{x} - \phi] \} \end{aligned}$$

$$(\text{サイクル平均}) = E_0^2 + E_0^2 \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{x} - \phi]$$

複素表示を使う方法

$$E_1 = E_0 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \quad E_2 = E_0 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi)}$$

$$\begin{aligned} |E_1 + E_2|^2 &= (E_0 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - \omega t)} + E_0 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi)})(E_0 e^{-i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - \omega t)} + E_0 e^{-i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - \omega t + \phi)}) \\ &= E_0^2 + E_0^2 + E_0^2 e^{i[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{x} - \phi]} + E_0^2 e^{-i[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{x} - \phi]} \\ &= 2E_0^2 \{1 + \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{x} - \phi]\} \end{aligned}$$

終わり