2017.6.7

電磁気学3

時間に依存する電磁気学

電荷保存則をマックスウェル方程式から導く

電荷保存則はマックスウェル方程式と矛盾しない
マックスウェル方程式は電荷保存則を満たすように作られている

$$\begin{cases} \nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} & \text{Ampere} - \text{Maxwell}\text{の法則} \\ \nabla \cdot \boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} & \text{Gauss}\text{の法則} \end{cases}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{B}) = \nabla \cdot (\mu_0 \boldsymbol{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t})$$

$$0 = \nabla \cdot (\boldsymbol{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \nabla \cdot \boldsymbol{E}) = -\nabla \cdot \boldsymbol{J}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{J}$$

時間・空間の関数として物質中のMaxwell方程式を書く

$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \rho, \boldsymbol{J}$ があらわに t に依存するときも成りつか？

$$\begin{cases} \nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho / \varepsilon_0 \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = \mu_0 \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \rho(\boldsymbol{r}, t) / \varepsilon_0 \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = 0 \end{cases}$$

ガウスの法則は時間にあらわに依存しない（時間微分がない）

が、初期状態で電荷分布が与えられれば以後の時間ずっと成り立つ。
（電荷が保存するので、とも見なせる）

$$\boxed{\begin{array}{ll}\dfrac{\partial}{\partial t}\rho(\mathbf{r},t) = -\nabla\cdot\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t) & \\[2ex] \nabla\cdot\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t) = \dfrac{\rho(\mathbf{r},t)}{\varepsilon_0} & \nabla\cdot\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t) = 0 \\[2ex] \nabla\times\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t) = -\dfrac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t) & \nabla\times\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t) = \mu_0\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)\end{array}}$$

$$\begin{aligned}\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t)) &= \nabla\cdot(\mu_0\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)) \\ &= \mu_0\nabla\cdot\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t) \\ &= \mu_0(-\frac{\partial}{\partial t}\rho(\mathbf{r},t)) + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t) \\ &= \mu_0\frac{\partial}{\partial t}(-\rho(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)) = 0\end{aligned}$$

ある時刻$t = t_0$に$-\rho(\mathbf{r},t_0) + \varepsilon_0\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t_0) = 0$ならば(初期条件)

$-\rho(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0\nabla\cdot\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t) = 0$

$\nabla\cdot\boldsymbol{B}(\mathbf{r},t) = 0$についても同様

時間に依存するMaxwell方程式

$$(1)\ \nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \frac{\rho(\boldsymbol{r},t)}{\varepsilon_0}$$

$$(2)\ \nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = 0$$

$$(3)\ \nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$$

$$(4)\ \nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \mu_0 \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t) + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$

$\rho, \boldsymbol{J}$ を与えると各点、各時刻で8つの式

求めたいのは各点、各時刻の6変数$\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z), \boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$

(3)(4)の6式から6変数が定まるが　(1)(2)式で2自由度が減る

$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}$の独立な成分は4つ

もう少し詳しく

$t=0$で$\rho, \boldsymbol{J}$ の分布を与える

このとき, 4つの変数(ρ, J_x, J_y, J_z)は連続の方程式 $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{J}$

を満たさないといけないので独立な変数は3つ

$\boldsymbol{E}=(E_x, E_y, E_z), \boldsymbol{B}=(B_x, B_y, B_z)$の4つの(独立な)変数と

(ρ, J_x, J_y, J_z)の3つの(独立な)変数は

Maxwell方程式(6つ＋2つの拘束条件＝6ー2の独立な式)と

運動方程式 $\rho_m \dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \rho \boldsymbol{E} + \rho \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ (3つ)に従って発展

電磁ポテンシャルの導入pp.416-417

553-554

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{B} &= \nabla \times \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{E} &= -\nabla V - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \end{aligned}}$$

を満たす電磁ポテンシャル

$$V(\boldsymbol{r}, t)$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t) = (A_x(\boldsymbol{r}, t), A_y(\boldsymbol{r}, t), A_z(\boldsymbol{r}, t))$$

を導入(4成分)。$V, \boldsymbol{A}$は以下を満たす。

$$\nabla^2 V + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

$$\left(\nabla^2 \boldsymbol{A} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{A}\right) - \nabla\left(\nabla \cdot \boldsymbol{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} V\right) = -\mu_0 \boldsymbol{J}$$

ゲージ変換 pp.419-422 556-559

$\lambda(\boldsymbol{r},t)$を導入して

$$\boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} + \nabla\lambda$$

$$V' = V - \frac{\partial\lambda}{\partial t}$$

と変換してローレンツ条件：

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}' + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial V'}{\partial t} = 0$$

（$\boldsymbol{A}', V'$の4つの成分は独立ではない）

を満たすようにできる。すると

$$\boxed{\begin{aligned} &\left(\nabla^2 - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)V' = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ &\left(\nabla^2 - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\boldsymbol{A}' = -\mu_0\boldsymbol{J} \end{aligned}}$$

$\boldsymbol{A}', V'$の独立な成分は3つ

$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}$の独立な成分も3つ

自由空間$(\rho=0, \boldsymbol{J}=0)$の電磁波ではさらに自由度が減る

Problem 10.6

$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\lambda' = 0$を満たす$\lambda'$により

$\boldsymbol{A}'' = \boldsymbol{A}' + \nabla\lambda', \quad V'' = V' - \frac{\partial}{\partial t}\lambda'$とした$\boldsymbol{A}'', V''$も

$\nabla\cdot\boldsymbol{A}'' + \frac{1}{c^2}\frac{\partial V''}{\partial t} = 0$を満たす

λ'を$\frac{\partial}{\partial t}\lambda' = V'$となるように定めることができれば$V'' = 0$とできる

$\lambda' = \int_0^t V' dt' \quad \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)V' = 0$ならば$(\rho = 0)$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\lambda' = \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\int_0^t V' dt' = \int_0^t \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)V' dt' = 0$$

$V'' = 0$とローレンツ条件より$\nabla\cdot\boldsymbol{A}'' = 0$　独立な成分は2つ

横波電磁波の2つの偏光成分

時間・空間変動する波源があるとき波動方程式の解

$$\left(\nabla^2 - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)V(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\rho(\boldsymbol{r},t)}{\varepsilon_0}$$

pp.445-446 562-563

$$\left(\nabla^2 - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = -\mu_0 \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)$$

の解

$$\boxed{\begin{aligned} V(\boldsymbol{r},t) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\boldsymbol{r}',t_r)}{R}d\boldsymbol{r}' \\ \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t_r)}{R}d\boldsymbol{r}' \end{aligned}}$$

$$t_r = t - \frac{R}{c} \qquad \boldsymbol{R} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}' = (x - x', y - y', z - z')$$

この$V(\boldsymbol{r},t)$, $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)$はローレンツ条件を満たす（$\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{J}$より）

運動する点電荷のポテンシャル
Lienard-Wiechert potentials

pp.451-454

568-571

$$\rho(\boldsymbol{r},t) = q\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{w}(t)) \quad \boldsymbol{w}(t):\text{点電荷の運動の軌跡}$$

$$V(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\boldsymbol{r}',t_r)}{R} d\boldsymbol{r}'$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{w}(t_r)| - \frac{1}{c}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{w}(t_r))\cdot\boldsymbol{v}(t_r)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qc}{Rc-\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{v}}$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \frac{\boldsymbol{v}}{c^2}V(\boldsymbol{r},t)$$

運動する点電荷による電磁放射 pp.486-487 462-463

制動輻射、シンクロトロン輻射

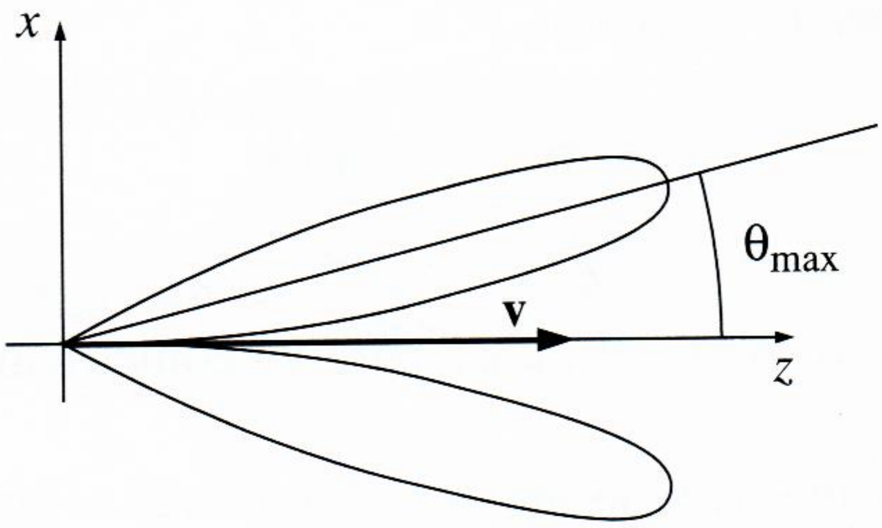


Figure 11.14

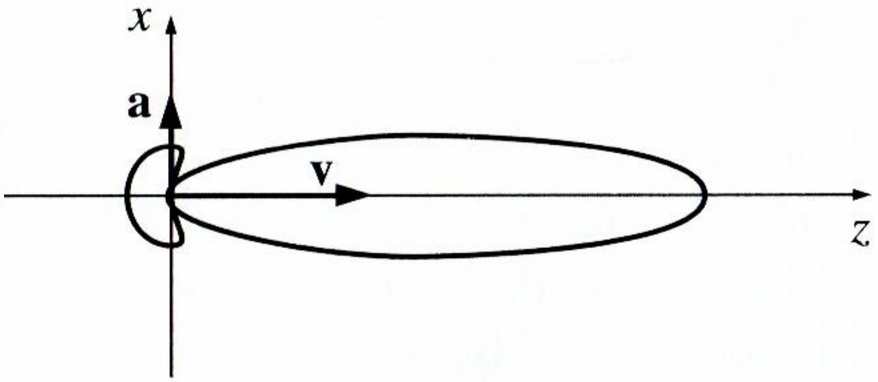


Figure 11.16

Griffiths Intro. ElectroDynamics

http://webphysics.davidson.edu/applets/sync/default.html

応用　軌道放射光　自由電子レーザー

電磁波の輻射の理論

任意の時間変化する電荷分布による電磁場(観測試料)

輻射場(伝搬光)　十分遠方で$\propto 1/r$　エネルギー$\propto 1/r^2$

近接場(非伝搬光)　$1/r^2$　$1/r^3$　など

高い空間周波数kを持つが
試料の近傍のみ

d: 波源の広がり

λ: 電磁波の波長

r: 波源から観測点までの距離

$\lambda << r$: 輻射場に比べて近接場が無視できる条件

$d << \lambda$: 電気双極子近似の条件

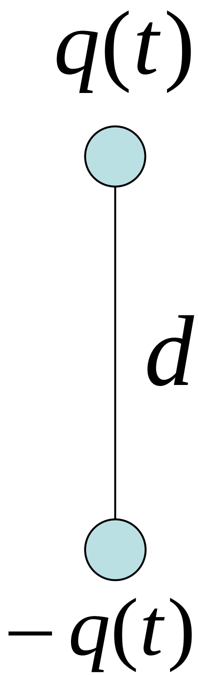
$d << r$: 点光源の条件(遠方で輻射場が$1/r$)

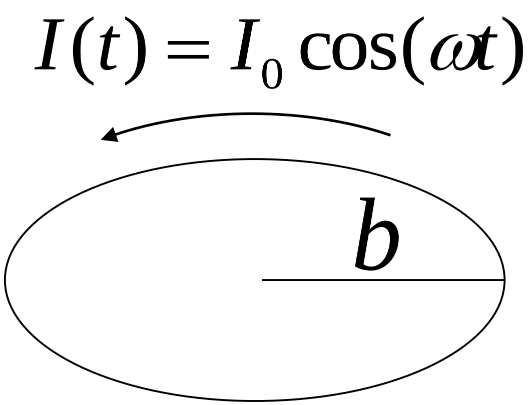
まとめると　$d << \lambda << r$　の条件で輻射場を求める

電気双極子放射、磁気双極子放射

pp.466-477

pp.442-453





$$\boldsymbol{m}(t) = \pi b^2 I(t)\,\hat{\boldsymbol{z}}$$

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t)$$

$$\boldsymbol{p}(t) = q(t) d\,\hat{\boldsymbol{z}}$$

任意の電荷･電流分布による電磁波放射

pp.477-480
453-456

$$\boldsymbol{p}(t) = \int \boldsymbol{r}'\rho(\boldsymbol{r}',t)d\boldsymbol{r}'$$

$$\text{ポテンシャル} \propto \frac{d\boldsymbol{p}(t)}{dt}$$

$$\text{放射電磁波} \propto \frac{d^2\boldsymbol{p}(t)}{dt^2}$$

電荷分布から遠く離れたところの場

$$V(\boldsymbol{r},t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(\boldsymbol{r}',t_r)}{R}d\boldsymbol{r}'$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t_r)}{R}d\boldsymbol{r}'$$

$$t_r=t-\frac{R}{c}\qquad \boldsymbol{R}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'=(x-x',y-y',z-z')$$

$r'<<r$のとき

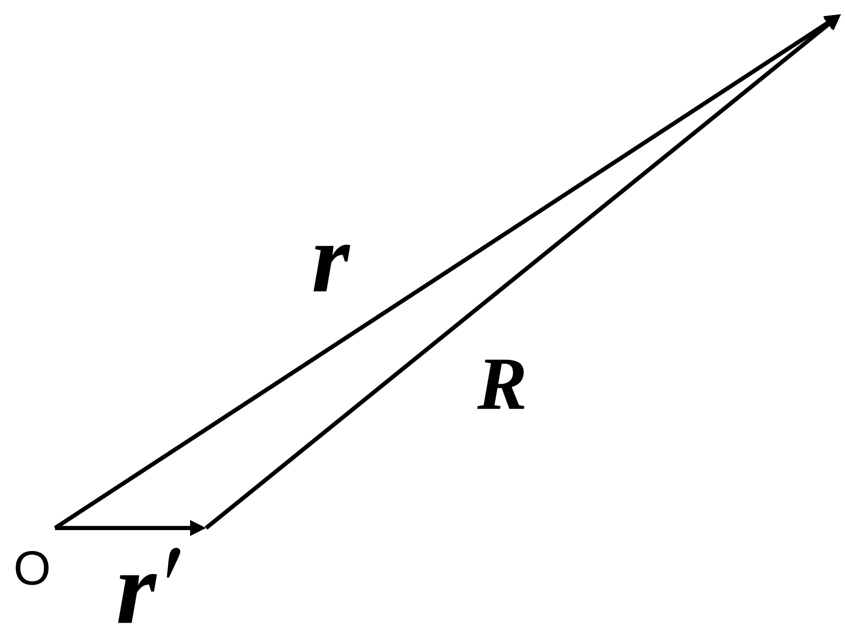
$$R=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\cong r-\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}}$$

$$\because R^2=r^2-2\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}'+r'^2$$

$$R\cong r(1-2\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r}/r^2)^{1/2}$$

$$\cong r(1-\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r}/r^2)$$

$$=r-\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}}$$



$$t_r = t - \frac{R}{c} \qquad \boldsymbol{R} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}' = (x - x', y - y', z - z')$$

$$V(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\boldsymbol{r}', t_r)}{R} d\boldsymbol{r}' \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\boldsymbol{r}', t - \frac{r - \boldsymbol{r}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}}{c})}{r - \boldsymbol{r} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}} d\boldsymbol{r}'$$

$$\cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \int \rho(\boldsymbol{r}', t - \frac{r}{c} + \frac{\boldsymbol{r}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}}{c}) d\boldsymbol{r}'$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}', t_r)}{R} d\boldsymbol{r}'$$

$$\cong \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}', t - \frac{r}{c} + \frac{\boldsymbol{r}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}}{c}) d\boldsymbol{r}'$$

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\nabla \frac{1}{r} \right) \times \int \boldsymbol{J}(\ ) d\boldsymbol{r}' + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \left(\nabla \times \int \boldsymbol{J}(\ , t - \frac{r}{c} + \frac{\boldsymbol{r}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}}{c}) d\boldsymbol{r}' \right)$$

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\nabla \frac{1}{r}\right) \times \int \boldsymbol{J}(\ )d\boldsymbol{r}' + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\left(\nabla \times \int \boldsymbol{J}(\ , t - \frac{r}{c} + \frac{\boldsymbol{r}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}}{c})d\boldsymbol{r}'\right)$$

第1項 $\propto \dfrac{1}{r^2}$

第2項 $\nabla \times \int \boldsymbol{J}(\ , t_r)d\boldsymbol{r}' = (\nabla t_r) \times \dfrac{\partial}{\partial t_r}\int \boldsymbol{J}(\ , t_r)d\boldsymbol{r}' = (\nabla t_r) \times \dfrac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{J}(\ , t_r)d\boldsymbol{r}'$

$\because$ 教科書p.458(10.62) $\dfrac{\partial}{\partial t} = \dfrac{\partial t_r}{\partial t}\dfrac{\partial}{\partial t_r} = \dfrac{\partial}{\partial t_r}$

p.575

$$\nabla t_r = -\frac{1}{c}\nabla(r - \boldsymbol{r}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}) = -\frac{1}{c}(\hat{\boldsymbol{r}} - \nabla \frac{\boldsymbol{r}' \cdot \boldsymbol{r}}{r}) = -\frac{1}{c}(\hat{\boldsymbol{r}} - \frac{\hat{\boldsymbol{r}}}{r^2}\boldsymbol{r}' \cdot \boldsymbol{r} - \frac{\boldsymbol{r}'}{r})$$

$$\boldsymbol{B} \cong \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\left[-\frac{1}{c}(\hat{\boldsymbol{r}} - \frac{\hat{\boldsymbol{r}}}{r^2}\boldsymbol{r}' \cdot \boldsymbol{r} - \frac{\boldsymbol{r}'}{r})\right] \times \frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{J}(\ , t_r)d\boldsymbol{r}' \cong \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\left(-\frac{1}{c}\hat{\boldsymbol{r}}\right) \times \frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{J}(\ , t_r)d\boldsymbol{r}'$$

$$= \left[\frac{1}{c}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{J}(\ , t_r)d\boldsymbol{r}'\right] \times \hat{\boldsymbol{r}} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{A}\right) \times \hat{\boldsymbol{r}}$$

電荷分布から十分遠方では、
空間のあまり大きくない領域の場を平面波とみなせる

$$\boldsymbol{E} = c\boldsymbol{B} \times \hat{\boldsymbol{r}} = \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{A} \right) \times \hat{\boldsymbol{r}} \right] \times \hat{\boldsymbol{r}}$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{A} \right) \times \hat{\boldsymbol{r}}$$

電気双極子放射

電荷の拡がりaとして、

$t_r \cong t - \dfrac{r}{c} + \dfrac{\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}}{c}$ で $\dfrac{r}{c} >> \dfrac{\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}}{c}$ となる条件は $\boxed{a << \lambda}$

$\because \dfrac{\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}}{c} \approx \dfrac{a}{c} << \dfrac{\lambda}{c} = \dfrac{1}{f} = T$（周期）

電荷分布が十分に変化する時間（電磁波の1周期程度）

に比べて $\dfrac{\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}}{c}$ が十分に小さい

この条件は、vを電荷の速度の大きさの程度とすると

$vT \approx a \quad cT \approx \lambda$　より　$v << c$　と等価

$$\boldsymbol{A}(\mathbf{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\boldsymbol{J}(\mathbf{r}',t_r)}{R} d\mathbf{r}'$$

r'について1次の項のみ残すと

$$\cong \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \int \boldsymbol{J}(\mathbf{r}', t - \frac{r}{c}) d\mathbf{r}'$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t_r)}{R}d\boldsymbol{r}'$$

$$\cong\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\int\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t-\frac{r}{c})d\boldsymbol{r}'$$

$$\boldsymbol{J}=\rho\boldsymbol{v}$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\sum e\boldsymbol{v}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial t}\sum e\boldsymbol{r}'=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{p}$$

r'について1次　電気双極子近似

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{A}\right)\times\hat{\boldsymbol{r}}=\frac{\mu_0}{4\pi c}\frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{p}\right)\times\hat{\boldsymbol{r}}\qquad(11.57)$$

$$\boldsymbol{E}=c\boldsymbol{B}\times\hat{\boldsymbol{r}}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{p}\right)\times\hat{\boldsymbol{r}}\right]\times\hat{\boldsymbol{r}}\qquad(11.56)$$

輻射の反作用　pp.488-495 464-471

加速電荷　電磁波の放射　電荷はエネルギーを失う
運動エネルギーの減少

放射にともなう反作用がある

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{rad}} = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c}\dot{\boldsymbol{a}}$$

電荷が自分自身へ及ぼす力

同じ質量の　荷電粒子　と　中性粒子　では
荷電粒子のほうが加速しにくい

自己場の衣を着た質量（繰り込まれた質量）

電磁気学と特殊相対論　p.502- 479-

4次元時空間の電磁気学

磁場とは何か？
磁場に関係する式が速度に依存するのはなぜか？

電磁波、電磁波放射のより深い理解

↓

電磁気学の深い理解