

Example 10.2

$$R = \sqrt{z^2 + s^2}$$

$I(t_r)$ は $t_r = t - \frac{R}{c} = t - \frac{\sqrt{z^2 + s^2}}{c} > 0$ のみで 0 でない $[I(t_r) = I_0]$.

$$ct > \sqrt{z^2 + s^2} \quad \sqrt{(ct)^2 - s^2} > |z| \quad (10.25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(s, t) &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \hat{\mathbf{z}} \int_{-\sqrt{(ct)^2 - s^2}}^{\sqrt{(ct)^2 - s^2}} \frac{dz}{R} = 2 \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \hat{\mathbf{z}} \int_0^{\sqrt{(ct)^2 - s^2}} \frac{dz}{\sqrt{z^2 + s^2}} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{\mathbf{z}} \left[\ln(\sqrt{z^2 + s^2} + z) \right]_0^{\sqrt{(ct)^2 - s^2}} \\ &= \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \ln \left(\frac{ct + \sqrt{(ct)^2 - s^2}}{s} \right) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(s, t) &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial t} \ln \left(\frac{ct + \sqrt{(ct)^2 - s^2}}{s} \right) = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{\mathbf{z}} \frac{\frac{1}{s} (c + \frac{ct \cdot c}{\sqrt{(ct)^2 - s^2}})}{ct + \sqrt{(ct)^2 - s^2}} \\ &= -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{\mathbf{z}} \frac{c(\sqrt{(ct)^2 - s^2} + ct)}{(ct + \sqrt{(ct)^2 - s^2})\sqrt{(ct)^2 - s^2}} = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{\mathbf{z}} \frac{c}{\sqrt{(ct)^2 - s^2}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}(s, t) = \nabla \times \mathbf{A} = -\frac{\partial A_z}{\partial s} \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad \text{円柱座標 p.44(1.81) より}$$

Prob.10.12 準静的、準定常電流 p.308 も参照

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{右辺第1項に対して第2項を無視できるという近似}$$

\mathbf{J} が時間変化するときも静磁場を求める式を使える ($\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}(t)$ の置き換えのみでよい)

その根拠

$$f(x) = f(x=a) + \frac{\partial f}{\partial x}(x=a)(x-a) + \dots$$

$$J(t_r) = J(t_r=t) + \frac{\partial J}{\partial t_r}(t_r=t)(t_r-t) + \dots \cong J(t) + \frac{\partial J(t)}{\partial t}(t_r-t) = J(t) + \dot{J}(t)(t_r-t) = J(t) - \dot{J}(t) \frac{R}{c} \quad \because t_r = t - \frac{R}{c}$$

$$\dot{J}(t_r) = \dot{J}(t) - \ddot{J}(t) \frac{R}{c} + \dots \cong \dot{J}(t) \quad (\text{第2項を無視})$$

$$(10.31) \quad \mathbf{B} \cong \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left\{ \frac{1}{R^2} \left[\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', t) \frac{R}{c} \right] + \frac{\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', t)}{cR} \right\} \times \hat{\mathbf{R}} d\tau' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} d\tau'$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

$$\text{導体内 } \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{変位電流 } \mathbf{J}_d = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\left| \frac{\mathbf{J}_d}{\mathbf{J}} \right| = \frac{\varepsilon \left| \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right|}{\sigma |\mathbf{E}|} = \frac{\varepsilon}{\sigma} \omega \quad \text{for } \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \approx 1 - 10 \quad \sigma \approx 10^8 / (\Omega \cdot \text{m}) = 10^8 \text{ C}^2 / (\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m}) \quad \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2) \approx 10^{-11} \quad \frac{\varepsilon}{\sigma} \approx 10^{-18} - 10^{-19} \text{ s}$$

$\omega \ll 10^{18} \text{ s}^{-1}$ で成り立つ 波長100nmの紫外線 $\omega \approx 1.9 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$

交流回路では非常によい近似

↓

p.393脚注も参照