構面が斜めに交わる不整形立体架構における剛心・偏心率の計算方法に関する研究

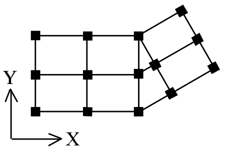
栗田研究室

4107109　吉村　佳祐

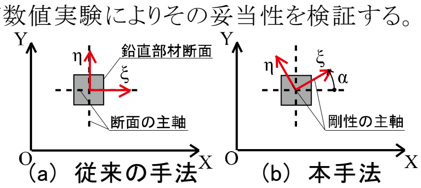
1. 研究背景・目的

構面が斜めに交わるような不整形立体架構(図－1)に対しては、せん断型建物モデルのねじれ理論 [1]に基づいた剛心・偏心率の計算方法が多用されている。この方法では、鉛直部材の水平剛性を応力解析結果から計算し、その水平剛性を用いて剛心・偏心率を計算している。このとき、鉛直部材の水平剛性を求める際には、「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致する」(図－2(a))という仮定を前提として計算が行われている [2]。しかし不整形立体架構に対して、この仮定が必ずしも成立するとは限らない。

そこで本研究では、不整形立体架構を対象として、「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致しない」(図－2(b))と仮定して鉛直部材の水平剛性を求め、剛心・偏心率を計算する手法について数値実験によりその妥当性を検証する。



図－1　不整形建物例



(a) 従来の手法　(b) 本手法

図－2　剛性の主軸と断面の主軸

2. 鉛直部材の水平剛性の計算方法の提案 [3]

2.1 鉛直部材のせん断力と水平変位の関係式

単層モデルの剛心・偏心率の計算方法には、建物の全体剛性マトリクスから計算する方法と、各鉛直部材の水平剛性で構成される剛性マトリクスから計算する方法がある。本節では、後者における鉛直部材の水平剛性の計算方法について述べる。

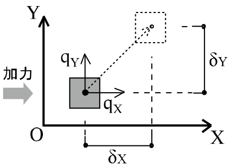
剛心・偏心率の計算では、建物をせん断系として扱う。鉛直部材の水平剛性 D は、応力解析結果から得たせん断力 q と水平変位 δ より計算する。「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致する」と仮定する従来の手法では、せん断力 q と水平変位 δ の関係は式(1)のように表わされ、加力方向と部材断面の主軸が一致する場合の鉛直部材の水平剛性 D は式(2)のように表わされる。ここで D_{XX}, D_{YY} は、鉛直部材に X, Y 方向単位変形を与えた場合に各方向に生じるせん断力である。式(2)の数字 1, 2 は、X, Y 方向加力時の応力解析結果を示す。

$$\begin{Bmatrix} q_X \\ q_Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{XX} & 0 \\ 0 & D_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \end{Bmatrix} \quad \cdots(1) \qquad \begin{Bmatrix} D_{XX} \\ D_{YY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {}_1q_X / {}_1\delta_X \\ {}_2q_Y / {}_2\delta_Y \end{Bmatrix} \quad \cdots(2)$$

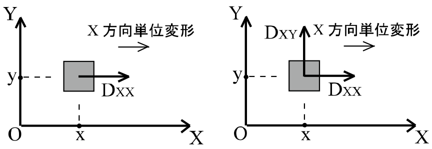
構面が斜めに交わるような不整形立体架構では、柱に斜めに交わる梁の材端曲げモーメントが柱の強軸，弱軸周りの両方に影響するため、本手法では「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致しない」と仮定する。本手法では、せん断力 q と水平変位 δ の関係は、式(3)の様に表わされる。ここで D_{XY} は、鉛直部材に単位変形を与えた場合に、その方向と直交する方向に生じるせん断力である。

$$\begin{Bmatrix} q_X \\ q_Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{XX} & D_{XY} \\ D_{XY} & D_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \end{Bmatrix} \quad \cdots(3)$$

図－3 にせん断力 q, 水平変位 δ の模式図を示し、図－4(a), 図－4(b)に従来の手法，本手法における鉛直部材の水平剛性 D の模式図を示す。



図－3　せん断力・変位



(a) 従来の手法　(b) 本手法

図－4　鉛直部材の剛性

2.2 本研究での鉛直部材の水平剛性の計算方法

本研究では、応力解析結果のせん断力 q と、応力解析結果の水平変位 δ を式(3)に代入して得られるせん断力の二乗誤差 J が最小となるように、鉛直部材の水平剛性 D を計算する。式(4)に二乗誤差 J を示す。式(4)の記号 j は応力解析における加力方向数で、任意の方向と、その方向と直交する方向を用いる。

$$J = \sum_{j=1}^{2} \left\{ \left(D_{XX} \cdot {}_j\delta_X + D_{XY} \cdot {}_j\delta_Y \right) - {}_jq_X \right\}^2 + \sum_{j=1}^{2} \left\{ \left(D_{XY} \cdot {}_j\delta_X + D_{YY} \cdot {}_j\delta_Y \right) - {}_jq_Y \right\}^2 \quad \cdots(4)$$

J が最小となるための必要条件は $\frac{\partial J}{\partial D_{XX}} = 0, \frac{\partial J}{\partial D_{XY}} = 0, \frac{\partial J}{\partial D_{YY}} = 0$ である。この条件に従い、式(5)より鉛直部材の水平剛性 D が求まる。

$$\begin{Bmatrix} D_{XX} \\ D_{XY} \\ D_{YY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{2} \left({}_j\delta_X \right)^2 & \sum_{j=1}^{2} {}_j\delta_X \cdot {}_j\delta_Y & 0 \\ \sum_{j=1}^{2} {}_j\delta_X \cdot {}_j\delta_Y & \sum_{j=1}^{2} \left\{ \left({}_j\delta_X \right)^2 + \left({}_j\delta_Y \right)^2 \right\} & \sum_{j=1}^{2} {}_j\delta_X \cdot {}_j\delta_Y \\ 0 & \sum_{j=1}^{2} {}_j\delta_X \cdot {}_j\delta_Y & \sum_{j=1}^{2} \left({}_j\delta_Y \right)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{2} {}_jq_X \cdot {}_j\delta_X \\ \sum_{j=1}^{2} \left({}_jq_X \cdot {}_j\delta_Y + {}_jq_Y \cdot {}_j\delta_X \right) \\ \sum_{j=1}^{2} {}_jq_Y \cdot {}_j\delta_Y \end{Bmatrix} \quad \cdots(5)$$

ここで、各鉛直部材の水平剛性 D_{XX}, D_{XY}, D_{YY} の総和をそれぞれ層剛性 K_{XX}, K_{XY}, K_{YY} とする。

$$K_{XX} = \sum D_{XX}, K_{XY} = \sum D_{XY}, K_{YY} = \sum D_{YY} \quad \cdots(6)$$

3. 検証方法

単層モデルでは、建物のモデル化のみで得られる建物の全体剛性マトリクスから、剛心・偏心率の理論値が得られる。この理論値と、本手法で計算した剛心・偏心率を比較検証する。

また、「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致しない」という本手法の仮定に基づき、図－2(b)に示す鉛直部材の水平剛性の主軸の傾き α と、層剛性の主軸の傾き β の関係性を検証する。

剛性の主軸の傾き α, β の計算方法を以下に示す。式(3)に示した XY 座標系のせん断力 q と水平変位 δ の関係を、ξη 座標系の関係に座標変換すると式(7)が得られる。

$$\begin{Bmatrix} q_\xi \\ q_\eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{XX} & D_{XY} \\ D_{XY} & D_{YY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \delta_\xi \\ \delta_\eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{\xi\xi} & D_{\xi\eta} \\ D_{\xi\eta} & D_{\eta\eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_\xi \\ \delta_\eta \end{Bmatrix} \qquad \cdots(7)$$

式(7)において、せん断力 q_ξ, q_η と水平変位 δ_ξ, δ_η は鉛直部材の水平剛性の主軸方向の値であるので、$D_{\xi\eta}=0$ となる。この条件から、式(8)より鉛直部材の水平剛性の主軸の傾き α が求まる。式(8)において、鉛直部材の水平剛性 D_{XX}, D_{XY}, D_{YY} の代わりに層剛性 K_{XX}, K_{XY}, K_{YY} を代入すると、式(9)より層剛性の主軸の傾き β が求まる [1]。

$$\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2D_{XY}}{D_{XX}-D_{YY}}\right) \qquad \cdots(8) \qquad \beta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2K_{XY}}{K_{XX}-K_{YY}}\right) \qquad \cdots(9)$$

なお、層剛性の主軸の傾き β の理論値は、建物の全体剛性マトリクスから得られる。

4. 解析モデル・解析条件

図－5 に本研究で対象とする単層純ラーメン RC 造建物の平面図を示し、表－1 に建物の諸元を示す。柱 C4 の X 座標を 0mm から 5,000mm まで 500mm 刻みで変化させ、梁 G3 を含む構面の傾き θ を変化させることで、構面が斜めに交わる不整形立体架構を想定する。応力解析結果は、部材断面の主軸方向と同じ X 方向加力, Y 方向加力によるものを用いる。

5. 解析結果

5.1 剛性の主軸の傾き

本節では、梁 G3 が斜めに交わる柱 C1 を鉛直部材の代表例として挙げる。本手法では図－6(a)に示すように、柱 C1 の水平剛性 D_{XY} は構面の傾き θ に比例して増加する。また、図－6(b)に示すように柱 C1 の水平剛性の主軸の傾き α は構面の傾き θ が増加するに従って減少する。一方、従来の手法では鉛直部材の水平剛性 $D_{XY}=0$ であり、「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致する」という仮定通り鉛直部材の水平剛性の主軸 α は傾いていない。

層剛性についても同様に、本手法では図－7(a)に示すように層剛性 K_{XY} は構面の傾き θ に比例して増加し、図－7(d)に示すように層剛性の主軸の傾き β は構面の傾き θ が増加するに従って減少する。本手法で計算した層剛性 K_{XY}, 層剛性の主軸の傾き β は、理論値とほぼ等しい値を得た。

また、梁 G3 が斜めに交わる柱 C1 の水平剛性の主軸の傾き α と、層剛性の主軸の傾き β は同様の傾向を示している。したがって、層剛性の主軸の傾き β に対しては、斜めに交わる構面の影響が強いと考えられる。

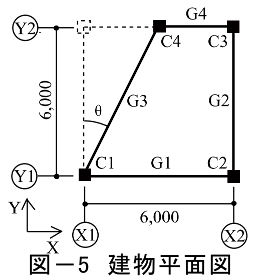
5.2 剛心・偏心率

本節では、従来の手法において理論値との差が顕著に表れた剛心の Y 座標 Y_S, 剛心 Y_S が影響する偏心率 R_{eX} を挙げる。

図－7(b), (c)より従来の手法では、層剛性 K_{XX}, K_{YY} は構面の傾き θ が約 10°より大きくなるまで理論値との差はほぼ生じていない。しかし剛心 Y_S, 偏心率 R_{eX} は共に、図－8(a), 図－8(b)にそれぞれ示すように構面の傾き θ=0°付近から従来の手法で計算した値と理論値に差が生じている。従って図－7(a)より、構面の傾き θ=0°付近から従来の手法で計算した値に理論値との差が生じている層剛性 K_{XY} の影響で、従来の手法で計算した剛心 Y_S, 偏心率 R_{eX} は共に理論値と大きな差が生じたと考えられる。本手法では、従来の手法よりも理論値に近い剛心 Y_S, 偏心率 R_{eX} が得られる。

6. 結論

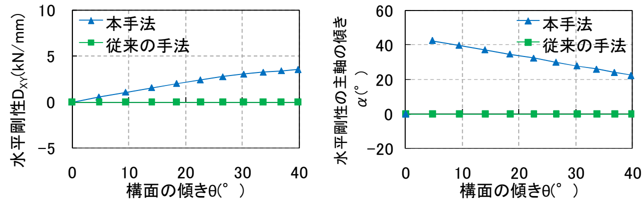
構面が斜めに交わるような不整形立体架構では、「鉛直部材の水平剛性の主軸が部材断面の主軸と一致しない」という仮定に基づいて鉛直部材の水平剛性を計算した本手法の方が、従来の手法よりも精度の良い剛心・偏心率を得ることができる。



図－5 建物平面図

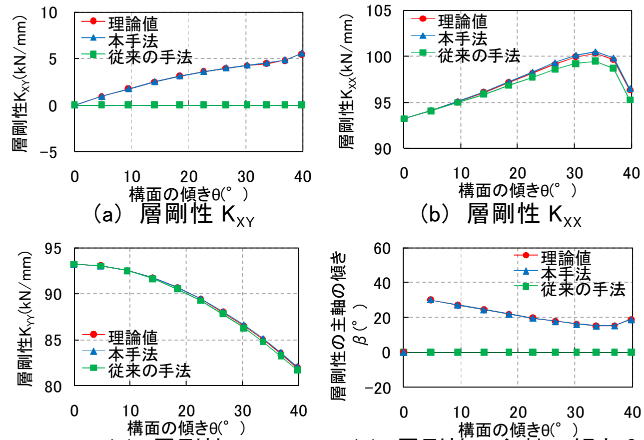
表－1 建物諸元

建物寸法(mm)	柱	500×500
	梁	350×700
	スラブ厚	150
	構造階高	3,400
モデル化条件	剛床	
	柱, 梁剛域	考慮しない
	柱脚支持条件	固定支持



(a) 水平剛性 D_{XY}　(b) 水平剛性の主軸の傾き α

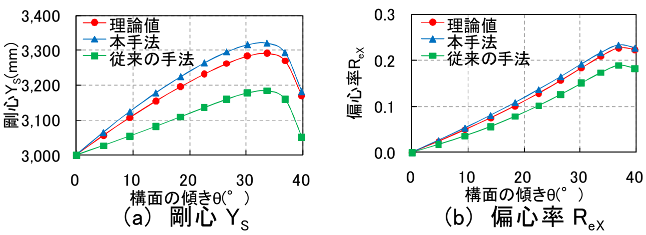
図－6 構面の傾き θ の変化に対する柱 C1 の水平剛性・水平剛性の主軸の傾きの変化



(a) 層剛性 K_{XY}　(b) 層剛性 K_{XX}

(c) 層剛性 K_{YY}　(d) 層剛性の主軸の傾き β

図－7 構面の傾き θ の変化に対する層剛性・層剛性の主軸の傾きの変化



(a) 剛心 Y_S　(b) 偏心率 R_{eX}

図－8 構面の傾き θ の変化に対する剛心・偏心率の変化

参考文献

1) 志賀敏男:構造物の振動,共立出版株式会社,1976
2) 山澤正和等:斜め構面を有する建物の剛心・偏心率の評価方法に関する研究,2010
3) 栗田哲等:不整形立体架構の剛心と偏心率の計算方法の提案 その 1～その 2,日本建築学会大会講演梗概集,2010