数学 1 及び演習　ノート 02

転置行列

$m \times n$ 行列 $A = (a_{ij})$ に対し，A の (j, i) 成分を (i, j) 成分とする $n \times m$ 行列を A の転置行列といい，${}^tA$ で表す.（言い換えると，${}^tA$ は A の行と列を入れ替えた行列.）

例：$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の転置行列をそれぞれ求めよ.

解答：

- 転置行列に関し，教科書 P11 定理 1.3 が成立.

例：教科書 P11 定理 1.3：${}^t(AB) = {}^tB\,{}^tA$ の証明：

行列の分割

例：教科書 P13 問 1.12：AB を求める：
普通に計算をすると大変．うまく分割すれば，分割して計算することができることが知られている.

解答：

- 対応する小行列同士の計算が可能なときにこの計算法が使える.

1.3　正方行列

$A = (a_{ij})$：n 次正方行列とする．

- $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ を対角成分という．
- 対角成分以外が全て 0 のとき，A を対角行列という．
- A が対角行列で，対角成分が全て 1 のとき，A を単位行列といい，E または E_n で表す．
- クロネッカーのデルタ：次の記号をクロネッカーのデルタという．

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

例：$E = (\delta_{ij})$ と書ける．

例：教科書 P15 問 1.13：n 次正方行列 A に対し，$AE_n = A$ となることの証明：

- $a_{ij} = 0\ (i > j)$ のとき，A を上三角行列という．
- $a_{ij} = 0\ (i < j)$ のとき，A を下三角行列という．

例：上三角行列，下三角行列の例：

- ${}^tA = A$ のとき，A を対称行列という．${}^tA = -A$ のとき，A を交代行列という．

例：対称行列，交代行列の例：

例：任意の正方行列は対称行列と交代行列の和として一意に表されることを示せ．

解答：