

数学 1 及び演習 ノート 11

3.3 逆行列

定理 11-1 (教科書 P.52 定理 3.3)

n 次正方行列 A に対し, 次の 3 つは同値 .

(1) A は正則 (2) $\text{rank } A = n$ (3) A は基本行列の積で表せる

定理の証明 : (1) $\Rightarrow$ (2), (2) $\Rightarrow$ (3), (3) $\Rightarrow$ (1) の順に示す .

逆行列の求め方

n 次正方行列 A が正則ならば, ある基本行列の積 F によって $FA = E$, すなわち $F = A^{-1}$ となる (定理 11-1 の証明参照). ここで, 行列 $(A \ E)$ に対して同じ行変形をすると, $F(A \ E) = (FA \ F) = (E \ F)$ となる. よって $F = A^{-1}$ を求めるには, 行列 $(A \ E)$ に対して A の部分が E になるまで行基本変形をすればよいことが分かる.

例 11-1: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ -2 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ.

解答: