

前期期末試験

3 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} m & -m & m \\ -m & m^2 & -m \\ m & -m & m^3 \end{pmatrix}$ に対して, 次の問に答えよ.

(1) $|A|$ を計算せよ. (15 点)

(2) $\text{rank} A$ を求めよ. (15 点)

(3) A が正則であるための必要十分条件を求めよ. (10 点)

(4) A が正則のとき, A の逆行列を求めよ. (20 点)

(5) 同次連立 1 次方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解を求めよ. (20 点)

(6) 連立 1 次方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m \end{pmatrix}$ の解を求めよ. (20 点)

2015 年度前期期末試験の略解

(1) : $m^3(m-1)^2(m+1)$ □

(2) : $m = 0$ のとき, $\text{rank} A = 0$. $m = 1$ のとき, $\text{rank} A = 1$. $m = -1$ のとき, $\text{rank} A = 2$. □

(3) : $m \neq -1, 0, 1$ □

(4) : $A^{-1} = \frac{1}{m(m-1)(m+1)} \begin{pmatrix} m^2 + m + 1 & m + 1 & -1 \\ m + 1 & m + 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ □

(5) :

$m \neq -1, 0, 1$ のとき, $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

$m = -1$ のとき, $(x, y, z) = t(-1, 0, 1)$ (t は任意の実数)

$m = 0$ のとき, 任意の実数 x, y, z

$m = 1$ のとき, $(x, y, z) = s(1, 1, 0) + t(-1, 0, 1)$ □

(6) : $m \neq -1, 0, 1$ のとき, $(x, y, z) = \frac{1}{m-1}(m+1, 2, 0)$

$m = -1$ のとき, $(x, y, z) = (t+1, -1, t)$ (t は任意の実数)

$m = 0$ のとき, 任意の実数 x, y, z

$m = 1$ のとき, 解なし □