

前期期末試験

3 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} m & m & m \\ m & m^2 + m - 1 & m \\ m & m & 2m - 1 \end{pmatrix}$ に対して, 次の問に答えよ.

(1) $|A|$ を計算せよ. (15 点)

(2) $\text{rank} A$ を求めよ. (15 点)

(3) A が正則であるための必要十分条件を求めよ. (10 点)

(4) A が正則のとき, A の逆行列を求めよ. (20 点)

(5) 同次連立 1 次方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解を求めよ. (20 点)

(6) 連立 1 次方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m + 1 \end{pmatrix}$ の解を求めよ. (20 点)

2016 年度前期期末試験の略解

(1) $m(m+1)(m-1)^2$

(2) $m = -1$ のとき, $\text{rank } A = 2$,

$m = 0$ のとき, $\text{rank } A = 2$,

$m = 1$ のとき, $\text{rank } A = 1$,

$m \neq -1, 0, 1$ のとき, $\text{rank } A = 3$

(3) $m \neq -1, 0, 1$

(4) $A^{-1} = \frac{1}{m(m-1)(m+1)} \begin{pmatrix} 2m^2 + 2m - 1 & -m & -m^2 - m \\ -m & m & 0 \\ -m^2 - m & 0 & m^2 + m \end{pmatrix}$

(5) $m = -1$ の場合: $x = -t, y = t, z = 0$

$m = 0$ の場合: $x = t, y = 0, z = 0$

$m = 1$ の場合: $x = -t - s, y = t, z = s$

$m \neq -1, 0, 1$ の場合: $x = 0, y = 0, z = 0$

(6) $m = -1$ の場合: $x = 3/2 - t, y = t, z = -1/2$

$m = 0$ の場合: $x = t, y = 0, z = -1$

$m = 1$ の場合: 解なし

$m \neq -1, 0, 1$ の場合: $x = \frac{m-2}{m-1}, y = 0, z = \frac{1}{m-1}$