

2017 年度前期期末試験

3 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} m & -m & m^2 \\ m^2 & 2m+1 & m^3 \\ 2m+1 & -2m-1 & 3m^2+2m \end{pmatrix}$ に対して, 次の問に答えよ.

(1) $|A|$ を計算せよ. (15 点)

(2) $\text{rank} A$ を求めよ. (15 点)

(3) A が正則であるための必要十分条件を求めよ. (10 点)

(4) A が正則のとき, 行列 $B = |A|A^{-1}$ を求めよ. (20 点)

(5) 同次連立 1 次方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解を求めよ. (20 点)

(6) 連立 1 次方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m+1 \end{pmatrix}$ の解を求めよ. (20 点)

2017 年度前期期末試験の略解

(1) $m^2(m+1)^3$

(2) $m = -1$ のとき, $\text{rank } A = 1$,
 $m = 0$ のとき, $\text{rank } A = 2$,
 $m \neq -1, 0$ のとき, $\text{rank } A = 3$

(3) $m \neq -1, 0$

(4) $A^{-1} = \frac{1}{m^2(m+1)^2} \begin{pmatrix} m(2m+1)(m+2) & m^2 & -m^2(m+1) \\ -m^3 & m^2 & 0 \\ -(2m+1)(m+1) & 0 & m(m+1) \end{pmatrix}$

(5) $m = -1$ の場合: $x = s + t, y = s, z = t$

$m = 0$ の場合: $x = 0, y = 0, z = t$

$m \neq -1, 0$ の場合: $x = 0, y = 0, z = 0$

(6) $m = -1$ の場合: 解なし

$m = 0$ の場合: $x = 1, y = 0, z = t$

$m \neq -1, 0$ の場合: $x = \frac{m^2 + 4m + 1}{(m+1)^2}, y = \frac{m(1-m)}{(m+1)^2}, z = \frac{-1}{m+1}$