

2021 年度前期期末レポート

n 次正方行列 $A_n = (a^{|i-j|})$ に対して以下の問に答えよ.

注意：(1) と (2) は説明も書くこと. (3) と (4) は答えのみを書くこと.

(1) A_n の階数を求めよ.

(2) A_n が正則であるとき, A_n の逆行列を求めよ.

(3) 同次連立 1 次方程式 $A_3 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解を求めよ.

(4) 連立 1 次方程式 $A_3 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ の解を求めよ.

2021 年度前期期末レポートの略解

(1) $a \neq -1, 1$ のとき, $\text{rank } A = n$ $a = -1, 1$ のとき, $\text{rank } A = 1$

$$(2) A_n^{-1} = \frac{1}{1-a^2} \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -a & 1+a^2 & -a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 1+a^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1+a^2 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a & 1+a^2 & -a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a & 1 \end{pmatrix}$$

(3)

$$a = -1 \text{ のとき, } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a = 1 \text{ のとき, } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a \neq -1, 1 \text{ のとき, } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(4)

 $a = -1$ のとき, 解なし

$$a = 1 \text{ のとき, } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a \neq -1, 1 \text{ のとき, } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{1+a} \begin{pmatrix} 1 \\ 1-a \\ 1 \end{pmatrix}$$